المعاصر 2024

إعداد نخبة من خبراء التعليم

الكتاب الأساسى

- الجبر والإحصاء
- الهندسة

هدية مجانية ليست مخصصة للبيع

الثانى الإعدادى

الفصل الدراسى الثانى



تطبيق التعلم التفاعلى

الرياضيات

توزيع مقرر الرياضيات للصف الثانى الإعدادى
الفصل الدراسى الثانى

الشهر	الجبر والإحصاء (فترة ونصف أسبوعيًا)	الهندسة (فترة واحدة أسبوعيًا)
باقى فبراير + مارس	**الوحدة الأولى : التحليل** • تحليل المقدار الثلاثى. • تحليل المقدار الثلاثى المربع الكامل. • تحليل الفرق بين المربعين. • تحليل مجموع المكعبين والفرق بينهما. • التحليل بالتقسيم. • التحليل بإكمال المربع. • حل المعادلة من الدرجة الثانية فى متغير واحد جبريًا.	**الوحدة الرابعة : المساحات** • تساوى مساحتى متوازيى أضلاع. (نظرية ١ ونتائجها) • تساوى مساحتى مثلثين. (نظرية ٢ ونتائجها ، نظرية ٣) • مساحات بعض الأشكال الهندسية.
أبريل	**الوحدة الثانية : القوى الصحيحة غير السالبة والسالبة فى ح** • القوى الصحيحة غير السالبة والسالبة فى ح • قوانين القوى الصحيحة غير السالبة فى ح • قوانين القوى الصحيحة السالبة فى ح • العمليات الحسابية باستخدام القوى الصحيحة.	**الوحدة الخامسة : التشابه وعكس نظرية فيثاغورث ونظرية إقليدس** • التشابه. • عكس نظرية فيثاغورث. • المساقط. • نظرية إقليدس.
مايو	**الوحدة الثالثة : الاحتمال** • الاحتمال.	**تابع : الوحدة الخامسة** • التعرف على نوع المثلث بالنسبة لزواياه.
	تمارين عامة ونماذج الامتحانات	

محتويات الكتاب

أولًا الجبر والإحصاء



ثانيًا الهندسة





أولًا | الجبر والإحصاء

الوحدة 1

التحليـــل



الدرس الأول : تحليل المقدار الثلاثى على صورة: $س^{2} + ب س + جـ$

الدرس الثانى : تحليل المقدار الثلاثى على صورة: $أ س^{2} + ب س + جـ$ عندما $أ \neq \pm 1$

الدرس الثالث : تحليل المقدار الثلاثى المربع الكامل.

الدرس الرابـع : تحليل الفرق بين المربعين.

الدرس الخامس: تحليل مجموع المكعبين والفرق بينهما.

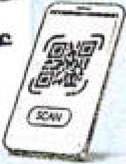
الدرس السادس: التحليل بالتقسيم.

الدرس السابع: التحليل بإكمال المربع.

الدرس الثامن : حل المعادلة من الدرجة الثانية فى متغير واحد جبريًا.

الدرس التاسع : تطبيقات على حل المعادلة من الدرجة الثانية فى متغير واحد جبريًا.

يمكنك
حل الامتحانات التفاعلية
على الدروس من خلال
مسح **QR code**
الخاص بكل امتحان



أهداف الوحدة: بعد دراسة هذه الوحدة يجب أن يكون التلميذ قادرًا على أن :

- يتعرف مفهوم تحليل المقدار الجبرى.
- يحلل مقدارًا ثلاثيًا تحليلًا كاملًا.
- يتعرف المقدار الثلاثى المربع الكامل.
- يحلل المقدار الثلاثى المربع الكامل تحليلًا كاملًا.
- يحلل الفرق بين مربعين تحليلًا كاملًا.
- يستخدم تحليل الفرق بين مربعين لتسهيل إيجاد ناتج بعض العمليات الحسابية.
- يحلل مجموع المكعبين والفرق بينهما تحليلًا كاملًا.
- يحلل مقدارًا جبريًا يتكون من أكثر من ثلاثة حدود باستخدام التحليل بالتقسيم.
- يحلل مقدارًا جبريًا بإكمال المربع.
- يستخدم التحليل لحل معادلة من الدرجة الثانية فى متغير واحد.
- يستخدم المعادلات لحل المسائل اللفظية فى الجبر.

مراجعة على التحليل بإخراج العامل المشترك الأعلى (ع. م. أ)



تذكر أن

- **تحليل أى عدد معناه كتابة هذا العدد فى صورة حاصل ضرب عاملين أو أكثر.**

فمثلًا : ١٦ = ١ × ١٦ أو ١٦ = ٢ × ٨ أو ١٦ = −٢ × −٨

أو ١٦ = ٤ × ٤ أو ١٦ = ٢ × ٢ × ٤ أو ١٦ = ٢ × ٢ × ٢ × ٢

- كذلك تحليل المقدار الجبرى يُعنى كتابة هذا المقدار فى صورة حاصل ضرب عاملين أو أكثر.

طريقة التحليل بإخراج العامل المشترك الأعلى (ع. م. أ) :

١ نوجد ع. م. أ بين حدود المقدار الجبرى. ٢ نضع ع. م. أ خارج قوسين.

٣ نقسم كل حد من حدود المقدار الجبرى على ع. م. أ ونكتب خوارج القسمة داخل القوسين.

مثال ١

حلل كلًا مما يأتى بإخراج العامل المشترك الأعلى :

١ ٥ أ + ١٥ ب

٢ ١٠ س ص − ٨ س ع

٣ ١٢ س^{٢} − ٤ س ص

٤ ٣ س^{٢} ص + ٢ س ص^{٢} − س ص

الحل

١ ∵ ع. م. أ = ٥ ∴ ٥ أ + ١٥ ب = ٥ (أ + ٣ ب)

٢ ∵ ع. م. أ = ٢ س ∴ ١٠ س ص − ٨ س ع = ٢ س (٥ ص − ٤ ع)

٣ ∵ ع. م. أ = ٤ س ∴ ١٢ س^{٢} − ٤ س ص = ٤ س (٣ س − ص)

٤ ∵ ع. م. أ = س ص

∴ ٣ س^{٢} ص + ٢ س ص^{٢} − س ص = س ص (٣ س + ٢ ص − ١)



مثال ٢

إذا كان : ا (س + ص) − ب (س + ص) = ١٨ وكان : س + ص = ٣

أوجد قيمة : ا − ب

الحل

∵ ا (س + ص) − ب (س + ص) = ١٨

∴ (س + ص) (ا − ب) = ١٨ «تحليل بإخراج ع. م. أ»

، ∵ س + ص = ٣ ∴ ٣ (ا − ب) = ١٨

∴ ا − ب = $\frac{١٨}{٣}$ = ٦

لاحظ أن :
العامل المشترك قد يكون عبارة عن مقدار جبرى.

حل آخر :

∵ ا (س + ص) − ب (س + ص) = ١٨

وبالتعويض عن س + ص = ٣ : ∴ ٣ ا − ٣ ب = ١٨

∴ ٣ (ا − ب) = ١٨ «تحليل بإخراج ع. م. أ»

∴ ا − ب = $\frac{١٨}{٣}$ = ٦

حاول بنفسك

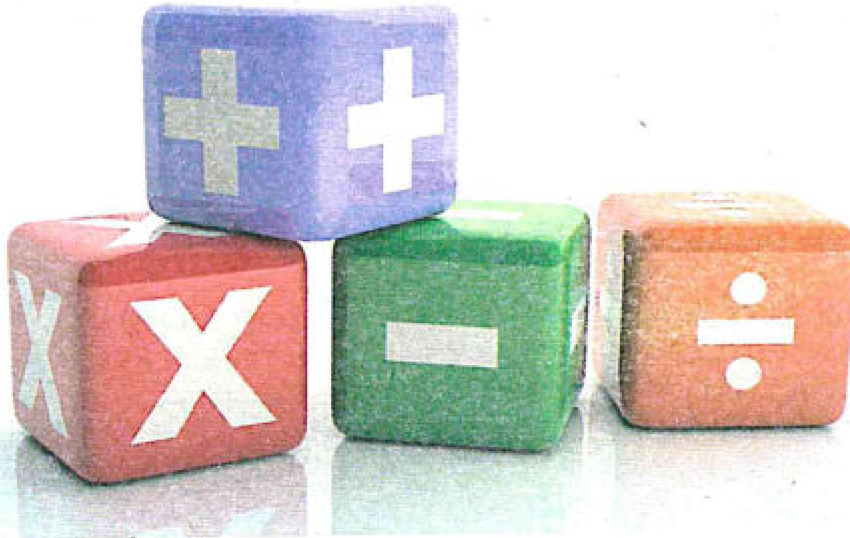
حلل كلاً مما يأتى بإخراج العامل المشترك الأعلى :

١ ٣ س + ٢١ ص

٢ ٢ ا^٣ + ٦ ا^٢ − ٤ ا

٣ ٣ س^٢ + ١٥ س ع + ٢١ س ص^٢

٤ (س − ٥) س^٢ + (س − ٥) ص^٢



الدرس 1

تحليل المقدار الثلاثى على صورة :

$س^2$ + ب س + حـ

تمهيد

المقدار الثلاثى هو مقدار جبرى يتكون من ثلاثة حدود.

فمثلًا : كل من المقدارين : $س^2$ + ٦ س + ٨ ، $س^2$ + ٢ س − ٨ يُسمى مقدارًا ثلاثيًا.

١ تعلم أن : (س + ٢) (س + ٤) = $س^2$ + ٦ س + ٨ **ونلاحظ من المقدار أن :**

$س^2$ + ٦ س + ٨

الحد الأخير يساوى (+ ٨)	معامل س يساوى (+ ٦)
وهو حاصل ضرب (+ ٢) ، (+ ٤)	وهو ناتج جمع (+ ٢) ، (+ ٤)

٢ تعلم أن : (س − ٢) (س + ٤) = $س^2$ + ٢ س − ٨ **ونلاحظ من المقدار أن :**

$س^2$ + ٢ س − ٨

الحد الأخير يساوى (− ٨)	معامل س يساوى (+ ٢)
وهو حاصل ضرب (− ٢) ، (+ ٤)	وهو حاصل جمع (− ٢) ، (+ ٤)

تحليل المقدار الثلاثى على الصورة $س^{٢}$ + ب س + حـ

١ لتحليل المقدار الثلاثى : $س^{٢}$ + ٦ س + ٨ اتبع ما يلى :

• اكتب قوسين يعبران عن عملية الضرب كما يلى : (   ) (   )

• حلل $س^{٢}$ إلى س × س واكتبهما داخل القوسين كما يلى : (س   ) (س   )

• ابحث عن عددين حاصل ضربهما ٨ ومجموعهما ٦

وذلك بإجراء بعض المحاولات كما بالجدول المقابل :

ستجد أنهما + ٢ ، + ٤ واكتبهما داخل القوسين

كما يلى : (س + ٢) (س + ٤)

أى أن : $س^{٢}$ + ٦ س + ٨ = (س + ٢) (س + ٤)

حاصل ضربهما ٨	مجموعهما
+١ ، +٨	+٩
–١ ، –٨	–٩
–٢ ، –٤	–٦
+٢ ، +٤	+٦

٢ لتحليل المقدار الثلاثى : $س^{٢}$ + ٢ س – ٨ اتبع ما يلى :

• حلل $س^{٢}$ إلى س × س

• ابحث عن عددين حاصل ضربهما (–٨) ومجموعهما (+٢)

وذلك بإجراء بعض المحاولات كما فى الجدول المقابل

ستجد أنهما : –٢ ، +٤

فيكون : $س^{٢}$ + ٢ س – ٨ = (س – ٢) (س + ٤)

حاصل ضربهما –٨	مجموعهما
–١ ، +٨	+٧
١ ، –٨	–٧
–٢ ، +٤	+٢
+٢ ، –٤	–٢

وبصفة عامة

تحليل المقدار الثلاثى على الصورة : $س^{٢}$ + ب س + حـ هو كتابته فى صورة حاصل ضرب عاملين بحيث :

• الحد الأول فى كل منهما يساوى س

• الحدان الآخران فيهما هما عددان ، حاصل ضربهما حـ وهو الحد الأخير فى المقدار الثلاثى ، ومجموعهما ب وهو معامل س فى المقدار الثلاثى.

أمثلة لتحليل المقدار الثلاثى على الصورة $س^٢ + ب س + ح$:

١ لتحليل المقدار $س^٢ + ٥ س + ٦$ نبحث عن عددين بحيث :

حاصل ضربهما = $+٦$ ، مجموعهما = $+٥$

نجد أن العددين هما $+٢$ ، $+٣$

فيكون المقدار $س^٢ + ٥ س + ٦ = (س + ٢)(س + ٣)$

لاحظ أن :
∵ حاصل الضرب موجب
والمجموع موجب
∴ العددان موجبان معًا

٢ لتحليل المقدار $س^٢ - ٥ س + ٦$ نبحث عن عددين بحيث :

حاصل ضربهما = $+٦$ ، مجموعهما = -٥

نجد أن العددين هما -٢ ، -٣

فيكون المقدار $س^٢ - ٥ س + ٦ = (س - ٢)(س - ٣)$

لاحظ أن :
∵ حاصل الضرب موجب
والمجموع سالب
∴ العددان سالبان معًا

٣ لتحليل المقدار $س^٢ + ٥ س - ٦$ نبحث عن عددين بحيث :

حاصل ضربهما = -٦ ، مجموعهما = $+٥$

نجد أن العددين هما $+٦$ ، -١

فيكون المقدار $س^٢ + ٥ س - ٦ = (س + ٦)(س - ١)$

لاحظ أن :
∵ حاصل الضرب سالب
∴ العددان مختلفا الإشارة
، ∵ المجموع موجب
∴ أكبرهما عدديًا إشارته (+)
وأصغرهما عدديًا إشارته (−)

٤ لتحليل المقدار $س^٢ - ٥ س - ٦$ نبحث عن عددين بحيث :

حاصل ضربهما = -٦ ، مجموعهما = -٥

نجد أن العددين هما -٦ ، $+١$

فيكون المقدار $س^٢ - ٥ س - ٦ = (س - ٦)(س + ١)$

لاحظ أن :
∵ حاصل الضرب سالب
∴ العددان مختلفا الإشارة
، ∵ المجموع سالب
∴ أكبرهما عدديًا إشارته (−)
وأصغرهما عدديًا إشارته (+)

من الأمثلة السابقة لاحظ أنه :

عند تحليل المقدار : سـ^{٢} + بـ سـ + حـ على الصورة (سـ + ل) (سـ + م) فإنه :

١ إذا كانت حـ موجبة (أى حاصل ضرب العددين موجب) فإن :

ل ، م لهما نفس إشارة بـ

٢ إذا كانت حـ سالبة (أى حاصل ضرب العددين سالب) فإن :

ل ، م مختلفان فى الإشارة وأكبرهما (عدديًا) له نفس إشارة بـ

! ملاحظـة

قبل البدء فى تحليل المقدار الثلاثى يجب مراعاة ما يأتى :

- ترتيب حدود المقدار تنازليًا أو تصاعديًا حسب أسس أحد الرموز المعطاة ، ويفضل تنازليًا.
- إخراج ع . م . أ بين حدود المقدار.
- فك الأقواس واختصار المقدار الجبرى.

مثال ١

حلل كلاً مما يأتى :

١ سـ^{٢} + ٥٦ − ١٥ سـ

٢ سـ^{٢} + سـ ص − ١٢ ص^{٢}

٣ ٣ أ^{٣} + ٩ أ^{٢} − ١٢٠ أ

٤ م (م + ٧) − ١٨

٥ سـ^{٤} − ٣ سـ^{٢} ص − ١٠ ص^{٢}

الحـل

١ نرتب حدود المقدار تنازليًا حسب أسس سـ قبل إجراء التحليل :

∴ سـ^{٢} + ٥٦ − ١٥ سـ = سـ^{٢} − ١٥ سـ + ٥٦

= (سـ − ٧) (سـ − ٨)

يمكنك التحقق من صحة الحل بضرب القوسين بمجرد النظر للحصول على المقدار الأصلى قبل التحليل

٢ سـ^{٢} + سـ ص − ١٢ ص^{٢} = (سـ − ٣ ص) (سـ + ٤ ص)

٣ نخرج ع. م. أ بين حدود المقدار قبل إجراء التحليل :

∵ ع. م. أ هو ٣ ﺃ

∴ ٣ ﺃ^٣ + ٩ ﺃ^٢ − ١٢٠ ﺃ = ٣ ﺃ (ﺃ^٢ + ٣ ﺃ − ٤٠) = ٣ ﺃ (ﺃ + ٨) (ﺃ − ٥)

٤ نفك الأقواس أولاً قبل إجراء التحليل :

∴ م (م + ٧) − ١٨ = م^٢ + ٧ م − ١٨ = (م + ٩) (م − ٢)

٥ س^٤ − ٣ س^٢ ص − ١٠ ص^٢ = (س^٢ − ٥ ص) (س^٢ + ٢ ص)

«لاحظ أن : س^٤ تحلل إلى س^٢ × س^٢»

حاول بنفسك ١

حلل كلاً مما يأتى :

١ س^٢ + ٧ س + ١٠

٢ س^٢ − ٦ س ص + ٨ ص^٢

٣ − ٣٠ + س + س^٢ + ١٣ س

٤ ٣ س^٢ − ٤٨ + ١٨ س

مثال ٢

أوجد قيم ب الصحيحة التى تجعل كلاً من المقدارين الآتيين قابلاً للتحليل :

١ س^٢ + ب س + ١٠

٢ س^٢ + ب س − ١٢

الحل

١ لكى يكون المقدار : س^٢ + ب س + ١٠ قابلاً للتحليل يجب أن تكون ب هى مجموع عددين حاصل ضربهما يساوى ١٠

(لاحظ أن العددين يجب أن يكون لهما نفس الإشارة لأن حاصل ضربهما موجب)

لذلك نبحث عن أزواج الأعداد الصحيحة التى حاصل ضرب كل منها يساوى ١٠ فنجدها :

١ ، ١٠ ، −١ ، −١٠ ، ٢ ، ٥ ، −٢ ، −٥

ونوجد مجموع كل زوج منها فنجده : ١١ ، −١١ ، ٧ ، −٧ وهى قيم ب الممكنة.

٢ لكى يكون المقدار : $س^٢ + ب س - ١٢$ قابلاً للتحليل يجب أن تكون ب هى مجموع عددين حاصل ضربهما يساوى -١٢

(لاحظ أن العددين يجب أن يكونا مختلفين فى الإشارة لأن حاصل ضربهما سالب)

لذلك نبحث عن أزواج الأعداد الصحيحة التى حاصل ضرب كل منها يساوى -١٢ فنجدها :

١ ، -١٢ ، -١ ، ١٢ ، ٢ ، -٦ ، -٢ ، ٦ ، ٣ ، -٤ ، -٣ ، ٤

ونوجد مجموع كل زوج فنجده : -١١ ، ١١ ، -٤ ، ٤ ، -١ ، ١ وهى قيم ب الممكنة.

مثال ٣

أوجد قيمة صحيحة موجبة وأخرى صحيحة سالبة للعدد حـ بحيث يكون المقدار :

$س^٢ - ٦ س + حـ$ قابلاً للتحليل.

الحل

*** لإيجاد قيمة موجبة للعدد حـ :**

نبحث عن عددين سالبين مجموعهما يساوى -٦ فتكون حـ هى حاصل ضربهما

مثل : -٢ ، -٤ فتكون حـ = -٢ × (-٤) = ٨ «حاول إيجاد قيم أخرى»

*** لإيجاد قيمة سالبة للعدد حـ :**

نبحث عن عددين مختلفى الإشارة مجموعهما يساوى -٦ فتكون حـ هى حاصل ضربهما

مثل : -٨ ، ٢ فتكون حـ = -٨ × ٢ = -١٦ «حاول إيجاد قيم أخرى»

حاول بنفسك ٢

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

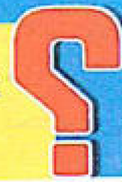
١ إذا كان المقدار : $س^٢ + ك س - ١٦$ قابلًا للتحليل فإن : ك يمكن أن تساوى ....

(أ) -٨ (ب) -٦ (جـ) ٨ (د) ١٠

٢ إذا كان المقدار : $س^٢ - ٢ س + حـ$ قابلاً للتحليل فإن : حـ يمكن أن تساوى ....

(أ) ٨ (ب) ٤ (جـ) -٢ (د) -٣

تمارين 1



على تحليل المقدار الثلاثى على صورة : $س^2 + ب س + ح$



اختبــار تفاعلى

● تذكر ● فهـم ● تطبيق ● حل مشكلات   📖 أسئلة كتاب الوزارة

١ أوجد :

١ عددين حاصل ضربهما ٣٠ ومجموعهما ١١

٢ 📖 عددين حاصل ضربهما ١٢ ومجموعهما −٨

٣ عددين حاصل ضربهما −١٨ ومجموعهما ٣

٤ 📖 عددين حاصل ضربهما −١٥ ومجموعهما −١٤

---

٢ حلل كلاً مما يأتى :

١ $س^٢ + ٨ س + ١٥$

٢ 📖 $س^٢ + ١١ س + ١٠$

٣ 📖 $س^٢ - ٧ س + ١٢$

٤ $س^٢ - ١٧ س + ٣٠$

٥ $س^٢ + ٥ س - ١٤$

٦ 📖 $س^٢ + ٤ س - ١٢$

٧ $س^٢ - ٦ س - ١٦$

٨ 📖 $س^٢ - ٣ س - ١٠$

---

٣ حلل كلاً مما يأتى :

١ $س^٢ + ٥ س ص + ٦ ص^٢$

٢ 📖 $ب^٢ + ٣ ب ح - ١٠ ح^٢$

٣ $س^٢ - ١٥ س ص + ٣٦ ص^٢$

٤ 📖 $س^٢ - ٥ س ص - ٢٤ ص^٢$

---

٤ حلل كلاً مما يأتى :

١ $١٥ أ + أ^٢ - ٣٤$

٢ $٢٢ أ - ٧٥ + أ^٢$

٣ $- ١٠ + س^٢ + ٣ س$

٤ $س^٢ + ٢١ - ١٠ س$

---

٥ حلل كلاً مما يأتى :

١ $س^٤ + ٩ س^٢ + ١٨$

٢ $س^٤ - ٨ س^٢ + ١٥$

٣ $ل^٦ - ٦ ل^٣ - ٤٠$

٤ $أ^٤ + أ^٢ ب^٢ - ٥٦ ب^٤$

٦ حلل كلاً مما يأتي :

١ $٥ س^{٢} - ١٠ س - ١٥$

٢ $٢ أ^{٢} + ٢٨ أ + ٩٦$

٣ $ص^{٣} + ص^{٢} - ٦ ص$

٤ $س^{٣} - ٣ س^{٢} - ٢٨ س$

٥ $٣ س^{٢} - ٤٢ - ١٥ س$

٦ $١٨ س - ١٥ س^{٢} + ٣ س^{٣}$

٧ $-٢ س^{٢} - ٢ س + ٤٠$

٨ $-س^{٢} + ٢ س + ٦٣$

٩ $أ^{٢} ب^{٢} - ٢٤ أ ب^{٢} + ١٤٣ ب^{٢}$

١٠ $٢ أ^{٤} - ٢٤ أ^{٢} ب^{٢} - ٢٦ ب^{٤}$

٧ حلل كلاً مما يأتي :

١ $س (س + ٧) + ١٠$

٢ $س^{٢} - ٤ س - ٣ (س - ٢)$

٣ $(أ - ٤ ب) (أ + ٤ ب) + ٦ أ ب$

٤ $س^{٢} (س - ٢٣) + ٦٠ س$

٥ $(س - ٤) (س - ٩) - ٢ (س + ٥)$

٨ أوجد قيمة للعدد ح $\in$ ص بحيث يكون المقدار قابلاً للتحليل ، وحلله :

١ $س^{٢} + ح س - ١٥$

٢ $س^{٢} - ٧ س + ح$

٣ $ص^{٢} - ح ص + ٢٩$

٤ $أ^{٢} + أ - ح$

٩ أكمل :

١ $س^{٢} - ١١ س + ١٨ = (س - ......)(س - ......)$

٢ $س^{٢} + ٥ س + ٦ = (......)(س + ٢)$

٣ $س^{٢} + ... + ٣٥ = (س + ...)(...... + ٥)$

٤ إذا كان $(س - ٢)$ أحد عاملى المقدار : $س^{٢} - ٨ س + ١٢$ فإن العامل الآخر ....

٥ $(س - ......)$ أحد عاملى المقدار : $س^{٢} - س - ٦$

٦ إذا كان : $(س + ٢ ص) = ٤$ ، $(س - ص) = ١$

فإن القيمة العددية للمقدار : $س^{٢} + س ص - ٢ ص^{٢}$ هى ....

7 إذا كان : $س^2 - 2 س ص - 3 ص^2 = 7$ ، $س + ص = 1$

فإن : $س - 3 ص =$ ....

---

10 اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

1 إذا كان المقدار : $س^2 + 7 س + أ$ قابلاً للتحليل فإن : أ يمكن أن تساوى ....

(أ) ٨ (ب) ١٠ (جـ) ١٨ (د) ٤٩

2 إذا كان المقدار : $س^2 - 3 س + حـ$ قابلاً للتحليل فإن : حـ يمكن أن تساوى ....

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٤ (د) ٦

3 لكى يكون المقدار : $س^2 - س - ك$ قابلاً للتحليل فإن : $ك \neq$ ....

(أ) ١٢ (ب) ٣٠ (جـ) ٦ (د) ٨

4 إذا كان المقدار : $س^2 + أ س + 2$ قابلاً للتحليل فإن : أ يمكن أن تساوى ....

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

5 إذا كان المقدار : $س^2 + ب س - 10$ قابلاً للتحليل فإن : ب يمكن أن تساوى ....

(أ) ٣ (ب) ٢ (جـ) ١ (د) −١

6 إذا كان المقدار : $س^2 - حـ س + 12$ قابلاً للتحليل فإن : حـ يمكن أن تساوى ....

(أ) −١ (ب) ٤ (جـ) ٧ (د) ١

7 أى عدد من الأعداد الآتية يمكن إضافته إلى المقدار : $س^2 - 8 س + 5$ حتى يكون قابلاً للتحليل ؟

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٤ (د) ٥

تطبيق هندسى

11 مستطيل مساحته $(س^2 + 6 س + 8)$ سم^2 وطوله $(س + 4)$ سم

أوجد كلًا من عرضه ومحيطه بدلالة س

للمتفوقين

12 حلل ما يأتى : $(س - 1)^2 - 2 (س - 1) - 8$



الدرس 2

تحليل المقدار الثلاثى على صورة :

$أ س^2 + ب س + حـ$

عندما $أ \neq \pm 1$

لتحليل المقدار الثلاثى : $أ س^2 + ب س + حـ$ حيث ($أ \neq \pm 1$) اتبع ما يلى :

خطوة (١) حلل $أ س^2$ إلى عاملين «ل س ، م س» واكتبهما داخل القوسين كما بالشكل المقابل.

(ل س)
(م س)

خطوة (٢) حلل الحد الأخير فى المقدار الثلاثى (حـ) إلى عاملين «ن ، هـ» واكتبهما أيضًا داخل القوسين كما بالشكل المقابل.

(ل س + ن)
(م س + هـ)

خطوة (٣) أوجد (حاصل ضرب الطرفين + حاصل ضرب الوسطين) فإذا كان المجموع مساويًا للحد الأوسط فى المقدار الثلاثى كان التحليل صحيحًا ، وإذا لم يكن قُم بمحاولات أخرى للوصول إلى التحليل الصحيح.

(ل س + ن)
(م س + هـ)

طريقة التحليل السابق ذكرها يطلق عليها **«طريقة المقص»**.

وفيما يلى تطبيق هذه الطريقة عند تحليل المقدار : $٣ س^2 + ١٣ س + ١٢$

خطوة (١) نحلل $٣ س^2$ إلى عاملين هما : ٣ س ، س

خطوة (٢) نحلل ١٢ «الحد الأخير» إلى عاملين هما : ١ ، ١٢ أ، ٢ ، ٦ أ، ٣ ، ٤

وقد استبعدنا أن يكون العاملان سالبين لأن معامل س إشارته موجبة.

خطوة (٣) نجرى عدة محاولات حتى نصل إلى أن :

حاصل ضرب الطرفين + حاصل ضرب الوسطين = الحد الأوسط فى المقدار الثلاثى (١٣ س)

(٣ س   + ١)
(س   + ١٢)

(٣ س × ١٢) + (س × ١)
= ٣٧ س ≠ الحد الأوسط

(محاولة خطأ) ✗

(٣ س   + ١٢)
(س   + ١)

(٣ س × ١) + (س × ١٢)
= ١٥ س ≠ الحد الأوسط

(محاولة خطأ) ✗

(٣ س   + ٢)
(س   + ٦)

(٣ س × ٦) + (س × ٢)
= ٢٠ س ≠ الحد الأوسط

(محاولة خطأ) ✗

(٣ س   + ٦)
(س   + ٢)

(٣ س × ٢) + (س × ٦)
= ١٢ س ≠ الحد الأوسط

(محاولة خطأ) ✗

(٣ س   + ٣)
(س   + ٤)

(٣ س × ٤) + (س × ٣)
= ١٥ س ≠ الحد الأوسط

(محاولة خطأ) ✗

(٣ س   + ٤)
(س   + ٣)

(٣ س × ٣) + (س × ٤)
= ١٣ س = الحد الأوسط

(محاولة صحيحة) ✓

فيكون : ٣ $س^٢$ + ١٣ س + ١٢ = (٣ س + ٤) (س + ٣)

مثال ١

حل : ١٤ س^{٢} − ١٧ س + ٥

الحل

١ حلل العدد ١٤ س^{٢} إلى عاملين هما : س ، ١٤ س أ، ٢ س ، ٧ س

٢ حلل ٥ «الحد الأخير» إلى عاملين سالبين معًا (لأن معامل س سالب) هما : −١ ، −٥

وفيما يلى المحاولات المختلفة لتحليل المقدار ١٤ س^{٢} − ١٧ س + ٥

(أ)
(س − ١)
(١٤ س − ٥)

(ب)
(س − ٥)
(١٤ س − ١)

(جـ)
(٢ س − ١)
(٧ س − ٥)

(د)
(٢ س − ٥)
(٧ س − ١)

٣ أوجد مجموع حاصل ضرب الطرفين مع حاصل ضرب الوسطين كما بالمثال السابق ، ستجد أن المحاولة (جـ) هى المحاولة الصحيحة.

∴ ١٤ س^{٢} − ١٧ س + ٥ = (٢ س − ١) (٧ س − ٥)

! ملاحظة

- إذا كانت إشارة الحد الأخير فى المقدار الثلاثى موجبة فإن :
  إشارة الوسط فى كل من القوسين تأخذ إشارة الحد الأوسط فى المقدار.
- إذا كانت إشارة الحد الأخير فى المقدار الثلاثى سالبة فإن :
  إشارتى الوسط فى القوسين مختلفتان.

مثال ٢

حلل كلاً من المقادير الآتية :

١ ٦ م − ٢٧ + ٥ م^{٢}

٢ ١٤ س^{٢} − ١١ س ص − ١٥ ص^{٢}

٣ ٤٨ س^{٣} − ١١٢ س^{٢} − ٢٠ س

٤ (١٠ س + ص) (س + ص) − ٧ ص^{٢}

الحل

١ ٦ أ − ٢٧ + ٥ أ^{٢} = ٥ أ^{٢} + ٦ أ − ٢٧

= (٥ أ − ٩) (أ + ٣)

(٥أ − ٩)
(أ + ٣)

٢ ١٤ س^{٢} − ١١ س ص − ١٥ ص^{٢}

= (٧ س + ٥ ص) (٢ س − ٣ ص)

(٧س + ٥ص)
(٢س − ٣ص)

٣ لاحظ وجود ع. م. أ بين حدود المقدار وهو : ٤ س

∴ ٤٨ س^{٣} − ١١٢ س^{٢} − ٢٠ س

= ٤ س (١٢ س^{٢} − ٢٨ س − ٥)

= ٤ س (٦ س + ١) (٢ س − ٥)

(٦س + ١)
(٢س − ٥)

٤ قُم أولاً بفك الأقواس :

∴ (١٠ س + ص) (س + ص) − ٧ ص^{٢}

= ١٠ س^{٢} + ١١ س ص + ص^{٢} − ٧ ص^{٢}

= ١٠ س^{٢} + ١١ س ص − ٦ ص^{٢} = (٥ س − ٢ ص) (٢ س + ٣ ص)

(٥س − ٢ص)
(٢س + ٣ص)

حاول بنفسك

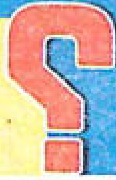
حلل كلاً مما يأتي تحليلاً كاملاً :

١ ٣ ب^{٢} + ٧ ب + ٢

٢ ٥ س^{٢} − ٦ س + ١

٣ ١٢ س^{٢} + ٢٨ س ص − ٥ ص^{٢}

٤ ٦ س^{٢} − س − ١٢



على تحليل المقدار الثلاثى على صورة : أ س^{٢} + ب س + جـ عندما أ ≠ ± ١



اختبار تفاعلى

● تذكر ● فهم ○ تطبيق ● حل مشكلات 📖 أسئلة كتاب الوزارة

١ حلل كلاً من المقادير الآتية :

١) ٢ س^{٢} + ٣ س + ١
٢) ٣ أ^{٢} + ٧ أ + ٢
٣) ٥ ع^{٢} − ٧ ع + ٢
٤) ٣ س^{٢} − ١٤ س − ٥
٥) ٥ س^{٢} + ٤ س − ١٢
٦) ٣ س^{٢} + ١٠ س + ٨
٧) ٦ س^{٢} − ١١ س + ٣
٨) ٥ أ^{٢} − ١٨ أ + ١٦
٩) ٣ ص^{٢} + ٧ ص − ٦
١٠) ٨ ع^{٢} + ٢ ع − ٣
١١) ٤ ص^{٢} + ٥ ص − ٢١
١٢) ١٢ أ^{٢} − أ − ٦

٢ حلل كلاً من المقادير الآتية :

١) ٢ س^{٢} − ٥ س ص + ٢ ص^{٢}
٢) ٣ س^{٢} − ٢٠ س ص − ٧ ص^{٢}
٣) ٦ أ^{٢} + ٥ أ ب + ب^{٢}
٤) ٢ ص^{٢} + ص س − س^{٢}
٥) ١٠ أ^{٢} + ١١ أ ب − ١٨ ب^{٢}
٦) ٦ س^{٢} − ٤٧ س ص − ٦٣ ص^{٢}
٧) ٧ س^{٤} + ٢٣ س^{٢} ص − ٣٠ ص^{٢}

٣ حلل كلاً من المقادير الآتية :

١) ٦ س^{٢} − ٢١ س + ١٨
٢) ٨ س^{٢} − ٢٨ س − ٦٠
٣) ٢٥ م − ١٠ + ١٥ م^{٢}
٤) ٨ س^{٣} − ٢٧ س^{٢} − ٢٠ س
٥) ٦ س^{٣} + ١٤ س^{٢} + ٨ س
٦) ١٨ س^{٥} + ٣٣ س^{٣} − ٣٠ س
٧) ٢١ س^{٢} ص^{٢} + ٦ س^{٢} ص^{٣} − ١٥ س^{٢} ص^{٤}
٨) ١٢ (جـ + ء) س^{٢} + ٦٨ (جـ + ء) س + ٨٠ (جـ + ء)

٤ حلل كلاً مما يأتى :

١) ٢ س (س + ٣) + ١٣ س + ٢٤
٢) ٤ س (٣ س + ٧ ص) − ٥ ص^{٢}
٣) ٥ ص^{٢} − ٤ س (٧ ص + ٣ س)
٤) (٥ ب − ٢)^{٢} − ٤ ب − ٥

٥ أكمل الحدود الناقصة :

١) ٥ س^{٢} − ٢ س − ٧ = (٥ س − ....) (س + ...)

٢) ٣ س^{٢} + ١٠ س + ٨ = (.......... + ٤) (س + ...)

٣) ٦ س^{٢} − ١١ س − ١٠ = (٢ س − ....) (.......... + ٢)

٤) ٣ س^{٢} − ٧ س + ٢ = (.......... − ٢) (.......... − ١)

٥) ٣ س^{٢} + ٧ س − ٦ = (٣ س − ....) (.......... + ...)

٦) ٢ س^{٢} + س − ٦ = (.......... − ....) (س + ...)

٧) ٢ س^{٢} − .... − .... = (٢ س + ٣ ص) (.......... − ٢ ص)

٨) ٥ س^{٢} − ٣ س ص − .... = (س − ص) (.......... + ...)

---

٦ ١) إذا كان (س + ١) أحد عاملى المقدار : ٥ س^{٢} − ٢ س − ٧ فأوجد العامل الآخر.

٢) إذا كان (٢ س − ٧) أحد عاملى المقدار : ٤ س^{٢} − ٨ س − ٢١ فأوجد العامل الآخر.

---

٧ أوجد قيمة حـ ∈ ص بحيث يكون المقدار قابلاً للتحليل ، وحلله :

١) حـ س^{٢} + س − ١٥　　٢) حـ س^{٢} − ١٣ س + ٦

تطبيق هندسى

٨ مستطيل مساحته (٢ س^{٢} + ١٩ س + ٣٥) سم^{٢}
أوجد بعدين ممكنين له بدلالة س ، ثم أوجد محيطه عندما س = ٣

للمتفوقين

٩ حلل كلاً مما يأتى :

١) ٣ + ١١ (أ + ب) − ٤ (أ + ب)^{٢}

٢) ٣ (٢ س + ٣ ص)^{٢} − (٢ س + ٣ ص) (س − ص) − ٢ (س − ص)^{٢}

الدرس 3

تحليل المقدار الثلاثى المربع الكامل

المقدار الثلاثى المربع الكامل

إذا كان المقدار الثلاثى مرتبًا ترتيبًا تصاعديًا أو تنازليًا حسب قوى أحد رموزه فإن هذا المقدار يكون مربعًا كاملاً إذا كان :

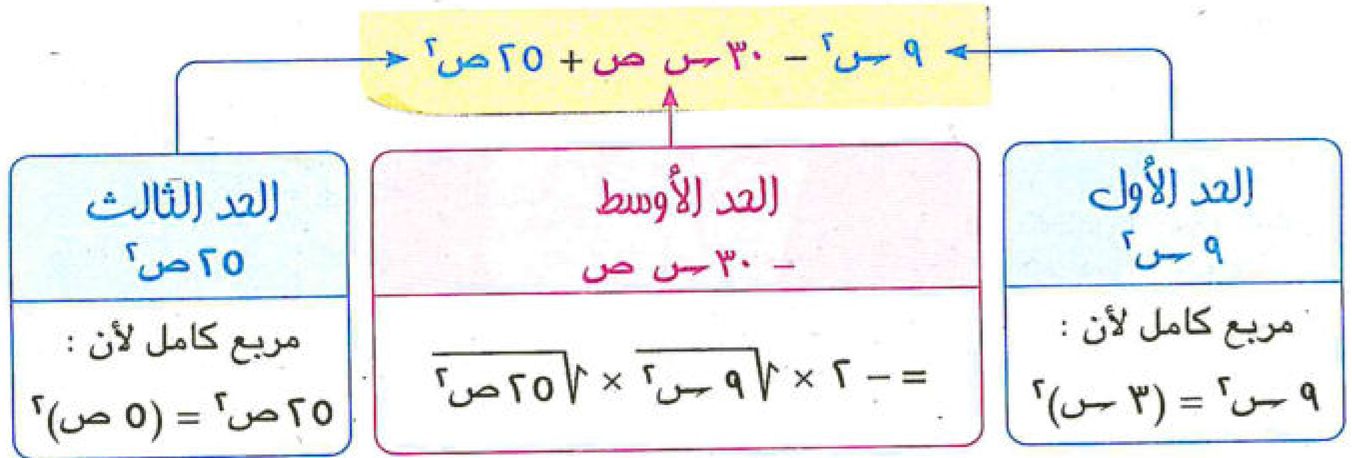
الحد الأول	الحد الأوسط	الحد الثالث
مربع كامل (وهو موجب دائمًا).	$= ٢ \times \sqrt{\text{الحد الأول}} \times \sqrt{\text{الحد الثالث}}$ (وقد يكون موجبًا أو سالبًا).	مربع كامل (وهو موجب دائمًا).

فمثلًا :

$٤ س^٢ + ١٢ س + ٩$

الحد الأول $٤ س^٢$	الحد الأوسط $١٢ س$	الحد الثالث ٩
مربع كامل لأن : $٤ س^٢ = (٢ س)^٢$	$= ٢ \times \sqrt{٤ س^٢} \times \sqrt{٩}$	مربع كامل لأن : $٩ = ٣^٢$

أى أن : $٤ س^٢ + ١٢ س + ٩$ مقدار ثلاثى مربع كامل.



أى أن : ٩ س^{٢} − ٣٠ س ص + ٢٥ ص^{٢} **مقدار ثلاثى مربع كامل.**

مثال ١

بيّن أى المقادير الآتية مربعًا كاملاً وأيها ليس مربعًا كاملاً :

١ ٤ س^{٢} + ٤٤ س ص + ١٢١ ص^{٢}

٢ ٢٥ س^{٢} − ٥ س + ١

٣ ١٦ أ^{٢} − ٢٤ أ − ٩

٤ ١٢ ب^{٢} − ١٦ ب + ٤

الحل

١ ∵ ٤ س^{٢} = (٢ س)^{٢} مربع كامل ، ١٢١ ص^{٢} = (١١ ص)^{٢} مربع كامل

، ∵ ٢ × ٢ س × ١١ ص = ٤٤ س ص = الحد الأوسط

∴ المقدار ٤ س^{٢} + ٤٤ س ص + ١٢١ ص^{٢} مربع كامل.

٢ ∵ ٢٥ س^{٢} = (٥ س)^{٢} ، ١ = (١)^{٢}

، ∵ ٢ × ٥ س × ١ = ١٠ س ≠ الحد الأوسط

∴ المقدار ٢٥ س^{٢} − ٥ س + ١ ليس مربعًا كاملاً.

٣ المقدار ١٦ أ^{٢} − ٢٤ أ − ٩ ليس مربعًا كاملاً لأن الحد الثالث إشارته سالبة.

٤ المقدار ١٢ ب^{٢} − ١٦ ب + ٤ ليس مربعًا كاملاً لأن الحد الأول ليس مربعًا كاملاً.

كيفية إيجاد حد ناقص من حدود مقدار ثلاثى مربع كامل

١ الحد الأوسط = ± ٢ × $\sqrt{\text{الحد الأول}}$ × $\sqrt{\text{الحد الثالث}}$

٢ الحد الأول = $\frac{(\text{الحد الأوسط})^2}{4 \times \text{الحد الثالث}}$

٣ الحد الثالث = $\frac{(\text{الحد الأوسط})^2}{4 \times \text{الحد الأول}}$

مجانًا مع الكتاب

الجزء الخاص بالتقويم المستمر
قيّم نفسك أولًا بأول

- اختبارات تراكمية على كل درس
- اختبارات شهرية
- الأسئلة الهامة على كل وحدة من امتحانات الإدارات التعليمية
- امتحانات الكتاب المدرسى
- امتحانات الإدارات التعليمية



مثال ٢

أكمل الحد الناقص فى كل من المقادير الثلاثية الآتية ليكون المقدار مربعًا كاملاً :

١ ٤٩ $س^2$ .... + ٢٥

٢ ٢٥ $س^2$ − ٦٠ س + ...

٣ .... + ١٢ س ص + ٩ $ص^2$

الحل

١ الحد الأوسط = ± ٢ × $\sqrt{\text{الحد الأول}}$ × $\sqrt{\text{الحد الثالث}}$

= ± ٢ × $\sqrt{49 س^2}$ × $\sqrt{25}$ = ± ٢ × ٧ س × ٥ = ± ٧٠ س

٢ الحد الثالث = $\frac{(\text{الحد الأوسط})^2}{4 \times \text{الحد الأول}} = \frac{(-60 س)^2}{4 \times 25 س^2} = \frac{3600 س^2}{100 س^2} = 36$

٣ الحد الأول = $\frac{(\text{الحد الأوسط})^2}{4 \times \text{الحد الثالث}} = \frac{(12 س ص)^2}{4 \times 9 ص^2} = \frac{144 س^2 ص^2}{36 ص^2} = 4 س^2$

حاول بنفسك ١

أكمل الحد الناقص فى كل من المقادير الآتية ليكون المقدار مربعًا كاملاً :

١ ٤ $ص^2$ .... + ٢٥

٢ .... + ١٢ $س^2$ + ٣٦

٣ ٢٥ $أ^2$ − ٣٠ أ ب ....

تحليل المقدار الثلاثى المربع الكامل

- تحليل المقدار الثلاثى يُعنى كتابته فى صورة حاصل ضرب عاملين (أو أكثر).
- تحليل المقدار الثلاثى المربع الكامل يعنى كتابته فى صورة حاصل ضرب عاملين متساويين (أى مربع أحد عامليه المتساويين).

> إذا كان المقدار الثلاثى مربعًا كاملاً مرتبًا ترتيبًا تنازليًا أو تصاعديًا حسب قوى أحد رموزه فإنه يمكن تحليله على الصورة : $\left(\sqrt{\text{الحد الأول}} \pm \sqrt{\text{الحد الثالث}} \right)^{٢}$
>
> مع ملاحظة أن :
>
> الإشارة بين الحدين داخل القوس تكون مماثلة لإشارة الحد الأوسط فى المقدار الثلاثى.

مثال ٣

حلل كلاً من المقادير الآتية :

١ $٢٥ \text{أ}^{٢} + ٢٠ \text{أ} + ٤$

٢ $١٦ \text{س}^{٢} - ٢٤ \text{س} + ٩$

٣ $٢٥ \text{أ}^{٤} - ٩٠ \text{أ}^{٢} \text{ب} + ٨١ \text{ب}^{٢}$

٤ $\frac{١}{٩} \text{س}^{٢} + \frac{١}{٣} \text{س} + \frac{١}{٤}$

٥ $١٨ \text{س}^{٢} - ٤٨ \text{س} + ٣٢$

٦ $٢٨ \text{س} - ٤٩ \text{س}^{٢} - ٤$

الحل

بعد التأكد من أن كلاً من المقادير السابقة هو مقدار ثلاثى مربع كامل نجرى التحليل مباشرة كالتالى :

١ $٢٥ \text{أ}^{٢} + ٢٠ \text{أ} + ٤ = \left(\sqrt{٢٥ \text{أ}^{٢}} + \sqrt{٤} \right)^{٢} = (٥ \text{أ} + ٢)^{٢}$

٢ $١٦ \text{س}^{٢} - ٢٤ \text{س} + ٩ = \left(\sqrt{١٦ \text{س}^{٢}} - \sqrt{٩} \right)^{٢} = (٤ \text{س} - ٣)^{٢}$

٣ $٢٥ \text{أ}^{٤} - ٩٠ \text{أ}^{٢} \text{ب} + ٨١ \text{ب}^{٢} = \left(\sqrt{٢٥ \text{أ}^{٤}} - \sqrt{٨١ \text{ب}^{٢}} \right)^{٢} = (٥ \text{أ}^{٢} - ٩ \text{ب})^{٢}$

٤ $\frac{١}{٩} \text{س}^{٢} + \frac{١}{٣} \text{س} + \frac{١}{٤} = \left(\sqrt{\frac{١}{٩} \text{س}^{٢}} + \sqrt{\frac{١}{٤}} \right)^{٢} = \left(\frac{١}{٣} \text{س} + \frac{١}{٢} \right)^{٢}$

٥ $١٨ \text{س}^{٢} - ٤٨ \text{س} + ٣٢ = ٢ \, (٩ \text{س}^{٢} - ٢٤ \text{س} + ١٦)$ (إخراج ع . م . أ)

$= ٢ \left(\sqrt{٩ \text{س}^{٢}} - \sqrt{١٦} \right)^{٢} = ٢ \, (٣ \text{س} - ٤)^{٢}$

٦ $٢٨ س - ٤٩ س^٢ - ٤$

$= -٤٩ س^٢ + ٢٨ س - ٤$

$= -(٤٩ س^٢ - ٢٨ س + ٤)$

$= -(٧ س - ٢)^٢$

لاحظ أن :

$-٤٩ س^٢ + ٢٨ س - ٤$ ليس مربعًا كاملاً

بينما $٤٩ س^٢ - ٢٨ س + ٤$ مربع كامل

حاول بنفسك ٢

حلل كلاً مما يأتى :

١ $١٦ م^٢ + ٥٦ م + ٤٩$

٢ $٢٥ أ^٢ - ٣٠ أ + ٩$

٣ $٢ س^٢ + ٤ س ص + ٢ ص^٢$

٤ $٥٠ س^٢ - ٢٠ س ص + ٢ ص^٢$

مثال ٤

استخدم التحليل لتسهيل حساب قيمة كل مما يأتى :

١ $(٥٥)^٢ + ٢ \times ٥٥ \times ٤٥ + (٤٥)^٢$

٢ $(٣١٢)^٢ - ٢ \times ٣١٢ \times ٣١١ + (٣١١)^٢$

الحل

١ $(٥٥)^٢ + ٢ \times ٥٥ \times ٤٥ + (٤٥)^٢ = \left(\sqrt{(٥٥)^٢} + \sqrt{(٤٥)^٢}\right)^٢$

$= (٥٥ + ٤٥)^٢ = (١٠٠)^٢ = ١٠٠٠٠$.

٢ $(٣١٢)^٢ - ٢ \times ٣١٢ \times ٣١١ + (٣١١)^٢ = \left(\sqrt{(٣١٢)^٢} - \sqrt{(٣١١)^٢}\right)^٢$

$= (٣١٢ - ٣١١)^٢ = ١^٢ = ١$

حاول بنفسك ٣

استخدم التحليل لتسهيل حساب قيمة كل مما يأتى :

١ $(٣٨)^٢ - ٢ \times ٣٨ \times ٢٨ + (٢٨)^٢$

٢ $(١٤)^٢ + ٢ \times ١٤ \times ١٦ + (١٦)^٢$



تمارين 3 على تحليل المقدار الثلاثى المربع الكامل



اختبار تفاعلى

● تذكر ● فهم ● تطبيق ● حل مشكلات | أسئلة كتاب الوزارة

١ بيِّن أى المقادير الآتية مربعًا كاملاً :

١) أ^{2} + ٩
٢) أ^{2} − أ ب + ب^{2}
٣) س^{2} − ١٢ س + ٣٦
٤) ٢٥ س^{2} − ١٥ س + ٩
٥) ل^{2} − ٨ ل م + ١٦ م^{2}
٦) ٩ س^{2} + ١٥ س ص + ٢٥ ص^{2}
٧) ٤ حـ^{4} − ١٢ حـ^{2} ء − ٩ ء^{2}
٨) ٤ + ٣٦ أ^{3} + ٨١ أ^{6}
٩) ١ − ٢ أ + أ^{2}
١٠) ٤ − ٦ أ + ٨ أ^{2}
١١) $\frac{١}{٤}$ ص^{2} − ص + ٤
١٢) ٠,٠١ س^{2} − ٠,٢ س + ١

٢ حلل كلاً مما يأتى :

١) م^{2} − ٢ م + ١
٢) س^{2} + ٢ س ص + ص^{2}
٣) ٩ س^{2} + ١٢ س + ٤
٤) ٢٥ ب^{2} − ١٠ ب + ١
٥) ٩ أ^{2} + ٦ أ ب + ب^{2}
٦) ٤ س^{2} − ٤ س ص + ص^{2}
٧) ١٦ أ^{2} − ٤٠ أ ب + ٢٥ ب^{2}
٨) ١ + ١٤ س + ٤٩ س^{2}
٩) ٣٦ − ٦٠ ك + ٢٥ ك^{2}
١٠) ١ − ١٠ أ^{2} + ٢٥ أ^{4}

٣ حلل كلاً مما يأتى :

١) ١٨ ص^{2} − ١٢ ص + ٢
٢) ١٢ س^{2} + ٣٦ س ص + ٢٧ ص^{2}
٣) ٢٤ أ^{4} + ٢٤ أ^{2} + ٦
٤) ٦ أ^{4} − ١٢ أ^{2} ب^{2} + ٦ ب^{4}
٥) ٢٠ أ ص^{2} − ٦٠ أ ص + ٤٥ أ
٦) ٢٤ س + ٢٤ س^{2} + ٦ س^{3}
٧) ٣ ع + ٤٢ ع^{4} + ١٤٧ ع^{7}
٨) ٤ ب^{2} حـ + ب حـ^{2} + ٤ ب^{3}
٩) ٦٠ أ ب − ٣٦ أ^{2} − ٢٥ ب^{2}
١٠) (حـ − ء) + ٢ س (حـ − ء) + س^{2} (حـ − ء)

٤ حلل كلاً مما يأتى :

[١] $\frac{١}{٤}$ ص^٢ – ٢ ص + ٤

[٢] $\frac{١}{١٦}$ ء^٢ + $\frac{١}{١٠}$ ء + $\frac{١}{٢٥}$

[٣] $\frac{٤}{٢٥}$ س^٢ – $\frac{١}{١٠}$ س + $\frac{١}{٦٤}$

[٤] 📖 ٠,٠١ س^٢ – ٠,٢ س + ١

---

٥ حلل كلاً مما يأتى :

[١] ٧ س (٧ س – ١٠ ص) + ٢٥ ص^٢

[٢] ٤ س^٢ – ٧ ص (٤ س – ٧ ص)

[٣] م^٢ – ١١ ن (٢ م – ١١ ن)

[٤] (س – ص)^٢ + ٤ س ص

---

٦ أكمل الحد الناقص فى كل من المقادير الثلاثية الآتية ليكون المقدار مربعًا كاملاً :

[١] 📖 ٤ س^٢ .... + ١

[٢] ٤ ء^٢ .... + ٣٦ ب^٢

[٣] 📖 $\frac{١}{٢٥}$ س^٢ .... + $\frac{١}{٤}$ ص^٢

[٤] 📖 ع^٤ .... + ٤٩ ل^٢

[٥] ء^٢ – ٦ ء + ...

[٦] ٤ س^٢ + ٢٨ س + ...

[٧] 📖 ء^٢ – ٦ ء ب + ...

[٨] 📖 ٢٥ م^٢ + ٢٠ م ن ....

[٩] 📖 .... – ١٨ ص^٢ + ٨١

[١٠] .... – ٢٤ ء ب + ١٦ ب^٢

---

٧ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] 📖 إذا كان : س^٢ + ك س + ٢٥ مربعًا كاملاً فإن : ك = ...

(أ) ٥ (ب) ١٠ (جـ) ± ١٠ (د) ± ٥

[٢] قيمة ك الموجبة التى تجعل المقدار : ٣٦ س^٢ + ك س + ١ مربعًا كاملاً هى ....

(أ) ٦ (ب) ± ٦ (جـ) ١٢ (د) ± ١٢

[٣] 📖 إذا كان المقدار : س^٢ + ١٤ س + ب مربعًا كاملاً فإن : ب = ...

(أ) ٢ (ب) ٧ (جـ) ١٤ (د) ٤٩

[٤] المقدار ء س^٢ – ٤٠ س + ٢٥ يكون مربعًا كاملاً عندما ء = ...

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٩ (د) ١٦

٥ إذا كان المقدار : حـ + ٣ س + $\frac{١}{٤}$ مربعًا كاملاً فإن : حـ = ...

(أ) ٩ (ب) $\frac{٩}{٤}$ س^{٢} (جـ) ٩ س^{٢} (د) ٤ س^{٢}

٦ إذا كان : س = ٦ ، ص = ٤ فإن : س^{٢} − ٢ س ص + ص^{٢} = ...

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ١٠ (د) ١٠٠

٧ إذا كان : أ^{٢} + ٢ أ ب + ب^{٢} = ٢٥ فإن : أ + ب = ...

(أ) ٥ (ب) −٥ (جـ) ± ٥ (د) ١٢,٥

---

٨ استخدم التحليل لتسهيل حساب قيمة كل مما يأتى :

١ (٨٧)^{٢} + ٢ × ١٣ × ٨٧ + (١٣)^{٢}

٢ (٩٩)^{٢} − ٢ × ٩٩ × ٩٨ + (٩٨)^{٢}

٣ (٧,٣)^{٢} + ٢ × ٧,٣ × ٢,٧ + (٢,٧)^{٢}

٤ (٢٠,٧)^{٢} − ١,٤ × ٢٠,٧ + (٠,٧)^{٢}

٥ (٩٩٧)^{٢} + ٦ × ٩٩٧ + ٩

٦ (٩٩)^{٢} + ٢ × ٩٩ + ١

٧ ٢٥ − ٢ × ٤٥ + ٨١

تطبيق هندسى

٩ مربع مساحته (٩ س^{٢} + ٣٠ س + م) سم^{٢} وطول ضلعه عدد نسبى أوجد قيمة م ثم أوجد محيط المربع عندما س = ٢

للمتفوقين

١٠ حلل كلاً مما يأتى :

١ ص^{٢} + ٢ ص (س + ١) + (س + ١)^{٢}

٢ (أ + ب)^{٢} − ٤ حـ^{٢} (أ + ب) + ٤ حـ^{٤}

الدرس 4

تحليل الفرق بين المربعين

تعلم أن : $(أ + ب)(أ - ب) = أ^2 - ب^2$

ولذلك فإن تحليل المقدار $أ^2 - ب^2$ هو : $أ^2 - ب^2 = (أ + ب)(أ - ب)$

أى أن : الفرق بين مربعى كميتين = مجموع هاتين الكميتين × الفرق بين هاتين الكميتين

مثال 1

حلل كلاً مما يأتى :

1 $س^2 - 25$

2 $س^2 - 9 ص^2$

3 $49 س^4 - 1$

4 $\frac{1}{9} أ^2 - \frac{1}{4}$

الحل

1 $س^2 - 25 = (\sqrt{س^2} + \sqrt{25})(\sqrt{س^2} - \sqrt{25}) = (س + 5)(س - 5)$

2 $س^2 - 9 ص^2 = (\sqrt{س^2} + \sqrt{9 ص^2})(\sqrt{س^2} - \sqrt{9 ص^2})$

$= (س + 3 ص)(س - 3 ص)$

٣ $٤٩\text{س}^{٤} - ١ = \left(\sqrt{٤٩\text{س}^{٤}} + \sqrt{١}\right)\left(\sqrt{٤٩\text{س}^{٤}} - \sqrt{١}\right) = (٧\text{س}^{٢} + ١)(٧\text{س}^{٢} - ١)$

٤ $\frac{١}{٩}\text{أ}^{٢} - \frac{١}{٤} = \left(\sqrt{\frac{١}{٩}\text{أ}^{٢}} + \sqrt{\frac{١}{٤}}\right)\left(\sqrt{\frac{١}{٩}\text{أ}^{٢}} - \sqrt{\frac{١}{٤}}\right) = \left(\frac{١}{٣}\text{أ} + \frac{١}{٢}\right)\left(\frac{١}{٣}\text{أ} - \frac{١}{٢}\right)$

مثال ٢

حلل كلاً مما يأتى :

١ $٢\text{س}^{٢} - ١٨$	٢ $\text{س}^{٣} - ٦٤\text{س}$
٣ $\frac{١}{٢}\text{س}^{٢} - ٢$	٤ $١٦\text{س}^{٤} - ٨١$

الحل

١ $٢\text{س}^{٢} - ١٨ = ٢(\text{س}^{٢} - ٩)$ (إخراج ع . م . أ .)

$= ٢(\text{س} - ٣)(\text{س} + ٣)$

٢ $\text{س}^{٣} - ٦٤\text{س} = \text{س}(\text{س}^{٢} - ٦٤)$ (إخراج ع . م . أ .)

$= \text{س}(\text{س} - ٨)(\text{س} + ٨)$

٣ $\frac{١}{٢}\text{س}^{٢} - ٢ = \frac{١}{٢}(\text{س}^{٢} - ٤) = \frac{١}{٢}(\text{س} - ٢)(\text{س} + ٢)$

٤ $١٦\text{س}^{٤} - ٨١ = (٤\text{س}^{٢} + ٩)(٤\text{س}^{٢} - ٩) = (٤\text{س}^{٢} + ٩)(٢\text{س} - ٣)(٢\text{س} + ٣)$

مثال ٣

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : $\text{س} + \text{ص} = ٦$ ، $\text{س} - \text{ص} = ٣$ فإن : $\text{س}^{٢} - \text{ص}^{٢} = ...$

(أ) ٢٧ (ب) ١٨ (جـ) ٩ (د) ٣

٢ إذا كان : $\text{س}^{٢} + \text{أ} = (\text{س} - ٤)(\text{س} + ٤)$ فإن : أ = ...

(أ) ١٦ (ب) ٤ (جـ) ٢ (د) −١٦

٣ إذا كان : $\text{س}^{٢} - \text{ص}^{٢} = ٢٤$ ، $\text{س} + \text{ص} = ٤$ فإن : $\text{س} - \text{ص} = ...$

(أ) ٢٨ (ب) ٢٠ (جـ) ٨ (د) ٦

٤ إذا كان : ٥ $س^٢$ − ٥ $ص^٢$ = ٧٥ ، س − ص = ٣ فإن : س + ص = ...

(أ) ٣ (ب) ٥ (جـ) ٢٥ (د) ١٠٠

٥ إذا كان : أ + ب = ٥ ، أ − ب = ٣ فإن : $ب^٢$ − $أ^٢$ = ...

(أ) ١٥ (ب) −١٥ (جـ) ٢ (د) −٢

الحـــل

١ (ب) **السبب :** $س^٢$ − $ص^٢$ = (س + ص) (س − ص) = ٦ × ٣ = ١٨

٢ (د) **السبب :** ∵ (س − ٤) (س + ٤) = $س^٢$ − ١٦

∴ $س^٢$ + أ = $س^٢$ − ١٦ ∴ أ = −١٦

٣ (د) **السبب :** ∵ $س^٢$ − $ص^٢$ = (س + ص) (س − ص)

∴ ٢٤ = ٤ (س − ص) ∴ س − ص = $\frac{٢٤}{٤}$ = ٦

٤ (ب) **السبب :** ∵ ٥ $س^٢$ − ٥ $ص^٢$ = ٧٥ ∴ ٥ ($س^٢$ − $ص^٢$) = ٧٥

∴ ٥ (س − ص) (س + ص) = ٧٥

، ∵ س − ص = ٣ ∴ ٥ × ٣ (س + ص) = ٧٥

∴ ١٥ (س + ص) = ٧٥ ∴ س + ص = $\frac{٧٥}{١٥}$ = ٥

٥ (ب) **السبب :** ∵ $ب^٢$ − $أ^٢$ = (ب − أ) (ب + أ)

، ∵ أ − ب = ٣ ∴ ب − أ = −٣

∴ $ب^٢$ − $أ^٢$ = −٣ × ٥ = −١٥

مثال ٤

حلل كلاً مما يأتى :

١ ٢٥ $أ^٢$ (٢ أ − ب) − ١٦ (٢ أ − ب) ٢ $(س + ص)^٢$ − ٩

الحــل

١ ٢٥ أ^{٢} (٢ أ − ب) − ١٦ (٢ أ − ب) = (٢ أ − ب) (٢٥ أ^{٢} − ١٦) (إخراج ع . م . أ)

= (٢ أ − ب) (٥ أ − ٤) (٥ أ + ٤)

٢ (س + ص)^{٢} − ٩ = [(س + ص) + ٣] [(س + ص) − ٣]

= (س + ص + ٣) (س + ص − ٣)

حاول بنفسك ١

حلل كلاً مما يأتى :

١ س^{٢} − ١٦

٢ ٤ أ^{٢} − ٢٥ ب^{٢}

٣ ١٨ س^{٢} − ٥٠ ص^{٢}

٤ ١٦ س^{٢} (س + ص) − ص^{٢} (س + ص)

مثال ٥

استخدم التحليل لتسهيل إيجاد قيمة كل من :

١ (٢٥)^{٢} − (١٥)^{٢}

٢ (١,٦)^{٢} − (١,٤)^{٢}

٣ (٩٩)^{٢} − ١

٤ ٥٢ × ٤٨

الحــل

١ (٢٥)^{٢} − (١٥)^{٢} = (٢٥ − ١٥) (٢٥ + ١٥) = ١٠ × ٤٠ = ٤٠٠

٢ (١,٦)^{٢} − (١,٤)^{٢} = (١,٦ − ١,٤) (١,٦ + ١,٤) = ٠,٢ × ٣ = ٠,٦

٣ (٩٩)^{٢} − ١ = (٩٩ + ١) (٩٩ − ١) = ١٠٠ × ٩٨ = ٩٨٠٠

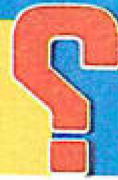
٤ ٥٢ × ٤٨ = (٥٠ + ٢) (٥٠ − ٢) = (٥٠)^{٢} − (٢)^{٢} = ٢٥٠٠ − ٤ = ٢٤٩٦

حاول بنفسك ٢

استخدم التحليل لتسهيل إيجاد قيمة كل من :

١ (٧٥)^{٢} − (٢٥)^{٢}

٢ ٣١ × ٢٩



على تحليل الفرق بين المربعين



اختبار تفاعلي

● تذكر ● فهم ● تطبيق ● حل مشكلات — أسئلة كتاب الوزارة

١ حل كلاً مما يأتى :

١) $س^{٢} - ٤$
٢) $أ^{٢} - ٢٥$
٣) $١٦ س^{٢} - ٩$
٤) $٤٩ ص^{٢} - ١$
٥) $س^{٢} - ٤ ص^{٢}$
٦) $٢٢٥ س^{٢} - ص^{٢}$
٧) $٦٢٥ أ^{٢} - ٨١ ب^{٢}$
٨) $٩ - ص^{٢}$
٩) $-٩ س^{٢} + ٢٥$
١٠) $أ^{٢} ب^{٢} - ١$
١١) $أ^{٢} - ب^{٢} ح^{٤}$
١٢) $س^{٤} - ١٠٠$
١٣) $١٦ أ^{٦} - ب^{٦}$
١٤) $\frac{١}{٩} ص^{٢} - \frac{١}{١٦}$
١٥) $٠,٠٤ س^{٢} - ٠,٢٥ ص^{٢}$

٢ حل كلاً مما يأتى تحليلاً كاملاً :

١) $س^{٤} - ١$
٢) $س^{٤} - ١٦ ص^{٤}$
٣) $س^{١٠٠} - ١$

٣ حل كلاً مما يأتى :

١) $٢ س^{٢} - ٣٢$
٢) $س^{٣} - ٢٥ س$
٣) $س^{٤} - س^{٢}$
٤) $٨ س^{٢} - ٥٠$
٥) $س^{٣} ص - س ص^{٥}$
٦) $٢٧ س^{٣} - ٤٨ س ص^{٦}$
٧) $\frac{١}{٣} س^{٢} - ٣$
٨) $٣ س^{٢} - \frac{٣}{١٦}$
٩) $\frac{١}{٢} س^{٢} - \frac{١}{١٨} ص^{٢}$
١٠) $٤ ب^{٢} (٢ أ - ب) - ٢٥ أ^{٢} (٢ أ - ب)$

٤ حل كلاً مما يأتى :

١) $(أ + ب)^{٢} - ٤$
٢) $١ - (أ - ١)^{٢}$
٣) $٩ أ^{٢} - (٢ أ + ب)^{٢}$
٤) $أ^{٢} ب^{٢} - (أ ب - ١)^{٢}$
٥) $(س + ١)^{٢} - (س - ١)^{٢}$
٦) $٩ (م - ١)^{٢} - ٢٥ (م + ١)^{٢}$
٧) $(س + ص + ٥)^{٢} - (س - ص - ٥)^{٢}$
٨) $(أ - ٢ ب) (أ + ٢ ب) - ٥ ب^{٢}$

٥ استخدم التحليل لتسهيل حساب قيمة كل من :

١ $(٧٧)^٢ - (٢٣)^٢$ | ٢ $(٧٨)^٢ - (٧٧)^٢$ | ٣ $(١١,٦)^٢ - (١,٦)^٢$

٤ $(٨,٢٧)^٢ - (١,٧٣)^٢$ | ٥ $(٩٥)^٢ - ٢٥$ | ٦ $(٩٩٩)^٢ - ١$

٧ $٢ \times (٢٦,١٨)^٢ - ٢ \times (٢٣,٨٢)^٢$

---

٦ باستخدام فكرة تحليل الفرق بين مربعين أوجد قيمة كل من :

١ ٣١×٢٩ | ٢ ١٠٣×٩٧

---

٧ إذا كان : س ص = ٨ فأوجد القيمة العددية للمقدار : $(س + ص)^٢ - (س - ص)^٢$

---

٨ اختصر إلى أبسط صورة : $(٣ أ - ٢ ب)^٢ - (٣ أ + ٢ ب)^٢ + ٢٤ أ ب$

---

٩ أكمل ما يأتي :

١ (٢ س + ...) (.......... - ٣ ص) = $٤ س^٢$ - ....

٢ (.......... + ٣ م) (.......... - ٣ م) = $٢٥ س^٢$ - ....

٣ .... - $٦٤ س^٢$ = (٤ - ....) (٤ + ...)

٤ إذا كان : أ - ب = ٢ ، أ + ب = ٣ فإن : $أ^٢ - ب^٢$ = ...

٥ إذا كان : $س^٢ - ص^٢ = ٢٠$ ، س + ص = ١٠ فإن : س - ص = ...

٦ إذا كان : $أ^٢ - ب^٢ = ٤٥$ ، أ - ب = ٥ فإن : $\sqrt{أ + ب}$ = ...

٧ إذا كان : $س^٢ - ص^٢ = ٢٤$ ، س + ص = ٨
فإن : ٣ س - ٣ ص = ...

٨ إذا كان : $س^٢ - ص^٢$ = س + ص فإن : س - ص = ...

٩ إذا كان : ٢ (أ - ب) (أ + ب) = ١٨ فإن : $أ^٢ - ب^٢$ = ...

١٠ إذا كان : أ + ب = ٧ (أ - ب) = ١٤ فإن : $أ^٢ - ب^٢$ = ...

---

١٠ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : $س^٢ - أ$ = (س - ٣) (س + ٣) فإن : أ = ...

(أ) ٣ (ب) -٣ (جـ) ٩ (د) -٩

[٢] إذا كان : $س^٢ + ل - ٤ = (س - ٢)(س + ٢)$ فإن : ل = ...

(أ) صفر (ب) ٢ (جـ) ٤ (د) ٨

[٣] إذا كان : $س + ٢ ص = ٣$ ، $س^٢ - ٤ ص^٢ = ٢١$

فإن : س − ٢ ص = ...

(أ) ١٤ (ب) ٩ (جـ) ٧ (د) ٦

[٤] إذا كان : $أ - ب = ٧$ ، $أ + ب = ٥$ فإن : $٢ أ^٢ - ٢ ب^٢$ = ...

(أ) ٢ (ب) ١٢ (جـ) ٣٥ (د) ٧٠

[٥] إذا كان : $س^٢ - ص^٢ = ١٦$ ، $ص - س = ٢$ فإن : س + ص = ...

(أ) ٤ (ب) ٨ (جـ) −٨ (د) ٢

[٦] إذا كان : $أ + ب = ٥$ ، $أ - ب = ٤$ فإن : $ب^٢ - أ^٢$ = ...

(أ) −٢٠ (ب) −١ (جـ) ٩ (د) ٢٠

[٧] إذا كان : $(٢٥)^٢ - (١٥)^٢ = ١٠ س$ فإن : س = ...

(أ) ٤٠ (ب) ٣٠ (جـ) ٢٠ (د) ١٠

[٨] $(س - ص)(س + ص)(س^٤ - ٢ س^٢ ص^٢ + ص^٤)$ = ...

(أ) $س^٦ - ص^٦$ (ب) $(س - ص)^٣ (س + ص)^٣$

(جـ) $(س^٣ - ص^٣)(س^٣ + ص^٣)$ (د) $(س^٢ + ص^٢)(س^٢ - ص^٢)$

تطبيق هندسى

[١١] مثلث قائم الزاوية طول وتره ٤١ سم وطول أحد ضلعى القائمة ٤٠ سم استخدم التحليل لحساب طول ضلع القائمة الآخر.

للمتفوقين

[١٢] حلل ما يأتى :

[١] $(أ^٢ - ٢ أ ب + ب^٢) - حـ^٢$

[٢] $(٢ أ + ٣ ب)^٣ - ٨ أ^٣ - ١٢ أ^٢ ب$

---

[١٣] إذا كان : س > ص ، $س^٢ - ٢ س ص + ص^٢ = ٤$ ، $س + ص = ٨$

فأوجد القيمة العددية للمقدار : $س^٢ - ص^٢$

الدرس 5

تحليل مجموع المكعبين والفرق بينهما

أولًا تحليل مجموع المكعبين

• تعلم أن : $(أ + ب)(أ^{٢} - أب + ب^{٢}) = أ(أ^{٢} - أب + ب^{٢}) + ب(أ^{٢} - أب + ب^{٢})$

$= أ^{٣} - أ^{٢}ب + أب^{٢} + أ^{٢}ب - أب^{٢} + ب^{٣}$

$= أ^{٣} + ب^{٣}$

والمقدار $أ^{٣} + ب^{٣}$ هو مجموع المكعبين $أ^{٣}$ ، $ب^{٣}$

وبصفة عامة

عكس العلامة

نفس العلامة

$$أ^{٣} + ب^{٣} = (أ + ب)(أ^{٢} - أب + ب^{٢})$$

أى أن : مجموع مكعبى كميتين = (الأولى + الثانية) × (مربع الأولى − الأولى × الثانية + مربع الثانية)

فمثلًا : $س^{٣} + ٨ = س^{٣} + ٢^{٣} = (س + ٢)(س^{٢} - س × ٢ + ٢^{٢})$

$= (س + ٢)(س^{٢} - ٢س + ٤)$



ثانيًا تحليل الفرق بين المكعبين

• تعلم أن : (أ − ب) (أ^{2} + أ ب + ب^{2}) = أ (أ^{2} + أ ب + ب^{2}) − ب (أ^{2} + أ ب + ب^{2})

= أ^{3} + أ^{2} ب + أ ب^{2} − أ^{2} ب − أ ب^{2} − ب^{3}

= أ^{3} − ب^{3}

والمقدار أ^{3} − ب^{3} هو الفرق بين المكعبين أ^{3} ، ب^{3}

وبصفة عامة

عكس العلامة

نفس العلامة

أ^{3} − ب^{3} = (أ − ب) (أ^{2} + أ ب + ب^{2})

أي أن : الفرق بين مكعبى كميتين = (الأولى − الثانية) × (مربع الأولى + الأولى × الثانية + مربع الثانية)

فمثلًا : س^{3} − ٢٧ = س^{3} − ٣^{3} = (س − ٣) (س^{2} + س × ٣ + ٣^{2})

= (س − ٣) (س^{2} + ٣ س + ٩)

مثال ١

حلل كلاً مما يأتى تحليلاً كاملاً :

١ ٨ س^{3} + ١٢٥ | ٢ ٢٧ أ^{3} − ب^{3} | ٣ ٨ س^{3} + $\frac{1}{8}$

٤ أ^{6} − ٦٤ ب^{3} | ٥ ٤٠ س^{4} − ٥ س | ٦ (س + ص)^{3} + س^{3}

الحل

١ ٨ س^{3} + ١٢٥ = (٢ س)^{3} + ٥^{3}

= (٢ س + ٥) ((٢ س)^{2} − ٥ × ٢ س + ٥^{2})

= (٢ س + ٥) (٤ س^{2} − ١٠ س + ٢٥)

٢ $٢٧أ^{٣} - ب^{٣} = (٣أ)^{٣} - ب^{٣}$

$= (٣أ - ب)((٣أ)^{٢} + ٣أ \times ب + ب^{٢})$

$= (٣أ - ب)(٩أ^{٢} + ٣أب + ب^{٢})$

٣ $٨س^{٣} + \frac{١}{٨} = (٢س)^{٣} + (\frac{١}{٢})^{٣}$

$= (٢س + \frac{١}{٢})((٢س)^{٢} - ٢س \times \frac{١}{٢} + (\frac{١}{٢})^{٢})$

$= (٢س + \frac{١}{٢})(٤س^{٢} - س + \frac{١}{٤})$

٤ $أ^{٦} - ٦٤ب^{٣} = (أ^{٢})^{٣} - (٤ب)^{٣}$

$= (أ^{٢} - ٤ب)((أ^{٢})^{٢} + أ^{٢} \times ٤ب + (٤ب)^{٢})$

$= (أ^{٢} - ٤ب)(أ^{٤} + ٤أ^{٢}ب + ١٦ب^{٢})$

٥ $٤٠س^{٤} - ٥س = ٥س(٨س^{٣} - ١)$ (إخراج ع. م. أ)

$= ٥س(٢س - ١)(٤س^{٢} + ٢س + ١)$

٦ $(س + ص)^{٣} + س^{٣} = ((س + ص) + س)((س + ص)^{٢} - س(س + ص) + س^{٢})$

$= (٢س + ص)(س^{٢} + ٢سص + ص^{٢} - س^{٢} - سص + س^{٢})$

$= (٢س + ص)(س^{٢} + سص + ص^{٢})$

مثال ٢

أكمل ما يأتي :

١ إذا كان : $(س - ٣)(س^{٢} + ٣س + ٩) = س^{٣} - ك$ فإن : ك = …………

٢ إذا كان : $س^{٣} - ١٢٥ = (س + أ)(س^{٢} + ٥س + ٢٥)$ فإن : أ = …………

٣ إذا كان : $س^{٣} + ص^{٣} = ٦٣$ ، $س + ص = ٩$

فإن : $س^{٢} - سص + ص^{٢} =$ …………

٤ إذا كان : $أ^{٣} + ب^{٣} = ٢١$ ، $أ^{٢} - أب + ب^{٢} = ٧$ فإن : أ + ب = …………

٥ إذا كان : $س - ص = ٤$ ، $س^٢ + س ص + ص^٢ = ١٢$
فإن : $٢ س^٣ - ٢ ص^٣ = ...$

الحــل

١ ∵ $(س - ٣)(س^٢ + ٣ س + ٩) = س^٣ - ٢٧$ ∴ $ك = ٢٧$

٢ ∵ $س^٣ - ١٢٥ = (س - ٥)(س^٢ + ٥ س + ٢٥)$ ∴ $أ = -٥$

٣ ∵ $س^٣ + ص^٣ = (س + ص)(س^٢ - س ص + ص^٢)$

∴ $٦٣ = ٩ \times (س^٢ - س ص + ص^٢)$

∴ $س^٢ - س ص + ص^٢ = \frac{٦٣}{٩} = ٧$

٤ ∵ $أ^٣ + ب^٣ = (أ + ب)(أ^٢ - أ ب + ب^٢)$ ∴ $٢١ = (أ + ب) \times ٧$

∴ $أ + ب = \frac{٢١}{٧} = ٣$

٥ $٢ س^٣ - ٢ ص^٣ = ٢ (س^٣ - ص^٣) = ٢ (س - ص)(س^٢ + س ص + ص^٢)$

$= ٢ \times ٤ \times ١٢ = ٩٦$

حاول بنفسك

حلل كلاً مما يأتي تحليلاً كاملاً :

١ $س^٣ + ٦٤$

٢ $٨ س^٣ - ٢٧$

٣ $٢ س^٣ + ١٦$

٤ $٥٤ س^٤ - ٢ س ص^٣$

مثال ٣

حلل ما يأتي تحليلاً كاملاً : $س^٦ - ٦٤ ص^٦$

الحــل

$س^٦ - ٦٤ ص^٦ = (س^٣ + ٨ ص^٣)(س^٣ - ٨ ص^٣)$ «فرق بين مربعين»

$= (س + ٢ ص)(س^٢ - ٢ س ص + ٤ ص^٢)$

$\times (س - ٢ ص)(س^٢ + ٢ س ص + ٤ ص^٢)$ «مجموع وفرق مكعبين»

ملاحظة

إذا قمت بتحليل المقدار : $س^{٦} - ٦٤ ص^{٦}$ أولاً كفرق بين مكعبين فإن التحليل يصعب استكماله ليكون تحليلاً تامًا ، وفى مثل هذه الحالة نقوم بتحليل المقدار أولاً كفرق بين مربعين.

مثال ٤

إذا كان : $س + ص = ٦$ ، $س^{٢} - ص^{٢} = ١٢$ ، $س^{٢} + س ص + ص^{٢} = ٢٨$

فأوجد قيمة : $س^{٣} - ص^{٣}$

الحل

$\because س^{٢} - ص^{٢} = ١٢$ $\therefore (س + ص) (س - ص) = ١٢$

، $\because س + ص = ٦$ $\therefore ٦ (س - ص) = ١٢$

$\therefore س - ص = ٢$

$\therefore س^{٣} - ص^{٣} = (س - ص) (س^{٢} + س ص + ص^{٢}) = ٢ \times ٢٨ = ٥٦$

تمارين 5



على تحليل مجموع المكعبين والفرق بينهما



اختبار تفاعلى

• تذكر • فهم • تطبيق • حل مشكلات — أسئلة كتاب الوزارة

١ حل كلاً مما يأتى :

١ $س^{٣} + ٨$

٢ $س^{٣} - ١$

٣ $٦٤ س^{٣} + ٢٧$

٤ $٨ س^{٣} - ١٢٥$

٥ $١٢٥ + أ^{٣}$

٦ $٣٤٣ - ٢٧ م^{٣}$

٧ $م^{٣} + ٦٤ ن^{٣}$

٨ $٥١٢ س^{٣} - ص^{٣}$

٩ $س^{٣} ص^{٣} + ٢٧$

١٠ $٢٧ س^{٣} ص^{٣} - ٦٤$

١١ $\frac{١}{٨} أ^{٣} - ٨ ب^{٣}$

١٢ $ل^{٣} - \frac{١}{١٢٥}$

١٣ $٨ أ^{٣} + ٠,٠٠١$

١٤ $٠,٠٢٧ م^{٣} - ن^{٣}$

١٥ $١ + ١٢٥ ب^{٦}$

١٦ $٨ س^{٣} - ٣٤٣ ص^{٦}$

١٧ $س^{٦} + ص^{٦}$

١٨ $س^{٦} - ٦٤$

٢ حل كلاً مما يأتى :

١ $٢ س^{٣} + ١٦$

٢ $٣ س^{٣} - ٨١$

٣ $ل^{٤} + ٦٤ ل$

٤ $ل^{٣} م - ٢٧ م^{٤}$

٥ $٣ س^{٤} + ٣ س$

٦ $٢ س^{٥} - ٥٤ س^{٢}$

٧ $١٦ س^{٣} + ٢٥٠ ص^{٣}$

٨ $١٦ أ^{٣} ب + ٦٨٦ ب^{٤}$

٩ $٥٤ س^{٤} ص^{٢} - ١٦ س ص^{٥}$

١٠ $٥٠٠ س^{٨} ص^{٢} - ٢٥٦ س^{٥} ص^{٥}$

١١ $\frac{١}{٢} س^{٣} + ٤$

١٢ $\frac{١}{٣} س^{٣} - ٩$

٣ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : $س + ص = ٣$ ، $س^٢ - س ص + ص^٢ = ٥$

فإن : $س^٣ + ص^٣ = $ ....

(أ) ١٥ (ب) ٢٥ (جـ) ٨ (د) ٧

٢ إذا كان : $س^٣ - ص^٣ = ١٤$ ، $س^٢ + س ص + ص^٢ = ٧$

فإن : $س - ص = $ ....

(أ) ٢ (ب) ٧ (جـ) ١٤ (د) -٢

٣ إذا كان : $س^٣ + ص^٣ = ٢٨$ ، $س + ص = ٢$

فإن : $س^٢ - س ص + ص^٢ = $ ....

(أ) ٢٨ (ب) ١٤ (جـ) ٢ (د) ٧

٤ إذا كان : $ص^٣ - أ = (ص - ٢)(ص^٢ + ٢ ص + ٤)$ فإن : أ = ...

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٨ (د) -٨

٥ إذا كان : $س^٣ - ٨ = (س + أ)(س^٢ + ٢ س + ٤)$ فإن : أ = ...

(أ) ٤ (ب) -٤ (جـ) ٢ (د) -٢

٦ إذا كان : $س^٣ + ٢٧ = (س + ٣)(س^٢ + ك + ٩)$ فإن : ك = ...

(أ) $-٦ س$ (ب) $-٣ س$ (جـ) $٣ س$ (د) $٦ س$

٧ إذا كان : $س^٣ - ك^٣ = (س - ك)(س^٢ + ٤ س + ك^٢)$ فإن : ك = ...

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ١٦ (د) ٦٤

٨ $(س - ص)(س + ص)(س^٤ + س^٢ ص^٢ + ص^٤) = $ ....

(أ) $س^٣ - ص^٣$ (ب) $س^٣ + ص^٣$

(جـ) $س^٦ - ص^٦$ (د) $س^٦ + ص^٦$

٤ أكمل كلًّا مما يأتى لتحصل على عبارة صحيحة :

١ $س^{٣} - ١ = (س - ١)$ (......................)

٢ $٨ أ^{٣} + ١٢٥ =$ (.......... + ...) ($٤ أ^{٢} - ١٠ أ +$ ....)

٣ $س^{١٢} + ص^{١٥} =$ (.......... + ...) (.......... − .... + ...)

٤ $٨ أ^{٣} -$ .... = (.......... − ....) (.......... + ... + ٩)

٥ إذا كان : س − ٣ أحد عاملى المقدار $س^{٣} - ٢٧$ فإن العامل الآخر هو ....

٦ إذا كان : $٤ أ^{٢} - ٢ أ + ١$ أحد عاملى المقدار $٨ أ^{٣} + ١$ فإن العامل الآخر هو ....

---

٥ إذا كان : $س^{٢} - ص^{٢} = ٢٠$ ، $س - ص = ٢$ ، $س^{٢} - س ص + ص^{٢} = ٢٨$

فأوجد قيمة : $س^{٣} + ص^{٣}$

---

٦ حلل كلاً مما يأتى :

١ $(س + ٥)^{٣} - ١٢٥$

٢ $(م - ٢ ن)^{٣} - ٨ ن^{٣}$

٣ $٢ - ٢ (س - ١)^{٣}$

٤ $(س + ٥)^{٣} + (س - ٥)^{٣}$

٥ $(س + ص)^{٣} - (س - ص)^{٣}$

٦ $(م - ن) + (م - ن)^{٤}$

٧ $(س^{٣} - ٢) (س^{٣} + ٢) - ٤$

٨ $(س - ٣) (س^{٢} + ٣ س + ٩) + ٢٨$

---

٧ حلل كلاً مما يأتى :

١ $م^{٦} - ٣ م^{٣} + ٢$

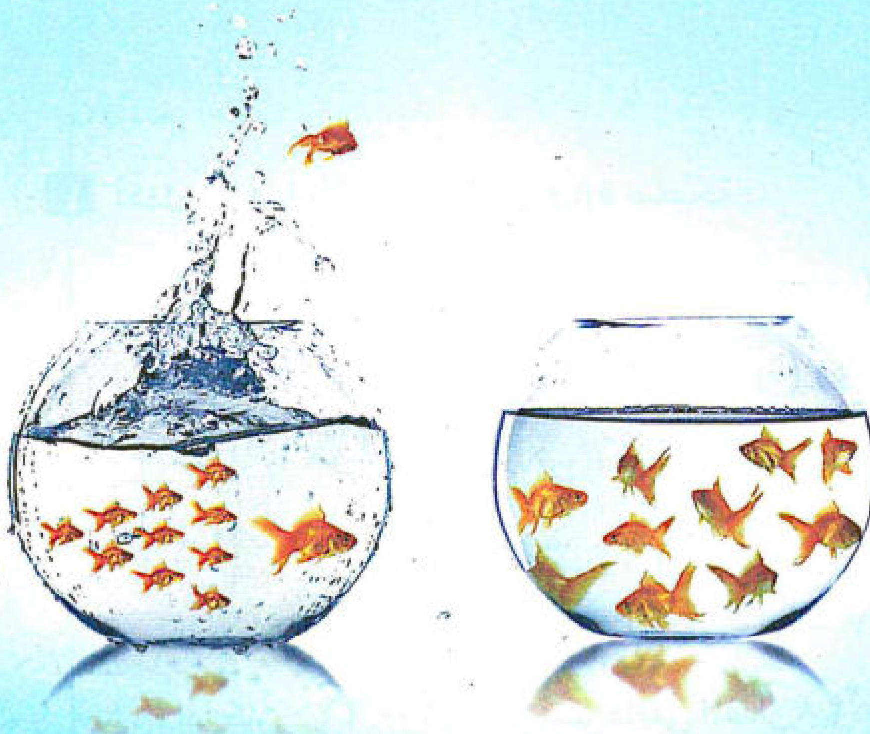
٢ $س^{٦} - ٧ س^{٣} - ٨$

للمتفوقين

٨ حلل تحليلاً كاملاً : $(س + ٥)^{٤} - س - ٥$

---

٩ إذا كان : س ص = ٢ ، س − ص = ١ **فأوجد قيمة :** $س^{٣} - ص^{٣}$



الدرس 6

التحليل بالتقسيم

يمكن تحليل المقدار الجبرى المكون من أربعة حدود باستخدام إحدى الطريقتين الآتيتين :

الطريقة الأولى

يُقسم المقدار الجبرى المكون من أربعة حدود إلى مقدارين كل منهما يتكون من حدين بحيث نستطيع إيجاد عامل مشترك بينهما كما فى الأمثلة التالية.

مثال ١

حلل : أ س + أ ص + ب س + ب ص

الحل

أ س + أ ص + ب س + ب ص = (أ س + أ ص) + (ب س + ب ص) (الدمج)

= أ (س + ص) + ب (س + ص)

= (س + ص) (أ + ب)

حل آخر :

أ س + أ ص + ب س + ب ص = (أ س + ب س) + (أ ص + ب ص) (الإبدال والدمج)

= س (أ + ب) + ص (أ + ب)

= (أ + ب) (س + ص)

مثال ٢

حلل : $٢ أ^٢ - ٢ ب + أ ب - ٤ أ$

الحل

إذا قسّمت المقدار كما يلى : $٢ أ^٢ - ٢ ب + أ ب - ٤ أ = (٢ أ^٢ - ٢ ب) + (أ ب - ٤ أ)$

$= ٢ (أ^٢ - ب) + أ (ب - ٤)$

فإنك تلاحظ عدم وجود عامل مشترك بين : $٢ (أ^٢ - ب)$ ، $أ (ب - ٤)$

لذلك حاول التقسيم مرة أخرى وليكن كما يلى :

$٢ أ^٢ - ٢ ب + أ ب - ٤ أ = (٢ أ^٢ + أ ب) + (- ٢ ب - ٤ أ)$ (الإبدال والدمج)

$= أ (٢ أ + ب) - ٢ (ب + ٢ أ)$

$= أ (٢ أ + ب) - ٢ (٢ أ + ب)$

لاحظ أن : $ب + ٢ أ = ٢ أ + ب$

لاحظ أننا حصلنا من هذا التقسيم على عامل مشترك هو : $(٢ أ + ب)$ لذلك نكمل الحل بإخراج العامل المشترك فيكون : $٢ أ^٢ - ٢ ب + أ ب - ٤ أ = (٢ أ + ب) (أ - ٢)$

بالتدريب سوف لا تجد صعوبة فى اختيار التقسيم المناسب من البداية.

مثال ٣

حلل : ١ $س^٣ - ٣ س^٢ + ٢٧ - ٩ س$ ٢ $س^٢ - ٤ ص^٢ - ٥ س + ١٠ ص$

الحل

١ $س^٣ - ٣ س^٢ + ٢٧ - ٩ س = (س^٣ - ٣ س^٢) + (٢٧ - ٩ س)$

$= س^٢ (س - ٣) + ٩ (٣ - س)$ «لاحظ أن : $٣ - س = - (س - ٣)$»

$= س^٢ (س - ٣) - ٩ (س - ٣)$

$= (س - ٣) (س^٢ - ٩)$ «لاحظ أن : $س^٢ - ٩$ يحلل كفرق بين مربعين»

$= (س - ٣) (س - ٣) (س + ٣) = (س - ٣)^٢ (س + ٣)$

حل آخر :

س^3 − ٣ س^2 + ٢٧ − ٩ س = (س^3 + ٢٧) + (−٣ س^2 − ٩ س)

= (س + ٣) (س^2 − ٣ س + ٩) − ٣ س (س + ٣)

= (س + ٣) (س^2 − ٣ س + ٩ − ٣ س)

= (س + ٣) (س^2 − ٦ س + ٩) «لاحظ أن : س^2 − ٦ س + ٩ يحلل كمقدار ثلاثى مربع كامل»

= (س + ٣) (س − ٣)^2

٢ س^2 − ٤ ص^2 − ٥ س + ١٠ ص = (س^2 − ٤ ص^2) + (− ٥ س + ١٠ ص)

= (س − ٢ ص) (س + ٢ ص) − ٥ (س − ٢ ص) = (س − ٢ ص) (س + ٢ ص − ٥)

مثال ٤

حلل : ١٢ س^3 − ٨ س^2 + ١٨ س^2 ص − ١٢ س ص

الحل

لاحظ أن ٢ س عامل مشترك بين حدود المقدار لذلك ابدأ أولاً بإخراج العامل المشترك ثم قسِّم المقدار كما يلى :

١٢ س^3 − ٨ س^2 + ١٨ س^2 ص − ١٢ س ص

= ٢ س [٦ س^2 − ٤ س + ٩ س ص − ٦ ص] «إخراج ع.م. أ»

= ٢ س [(٦ س^2 − ٤ س) + (٩ س ص − ٦ ص)]

= ٢ س [٢ س (٣ س − ٢) + ٣ ص (٣ س − ٢)] = ٢ س (٣ س − ٢) (٢ س + ٣ ص)

حاول بنفسك ١

حلل :

(١) ٥ ب + س أ + ٥ أ + س ب

(٢) س^3 − س^2 − ٩ س + ٩

(٣) س^2 − ص^2 + ٥ س − ٥ ص



الطريقة الثانية

يُقسم فيها المقدار الجبرى المكون من أربعة حدود إلى مقدار ثلاثى (ويجب أن يكون مربعًا كاملًا) والحد الرابع يجب أيضًا أن يكون مربعًا كاملًا ، بحيث يمكن تحليل المقدار الأصلى كفرق بين مربعين ، والمثال التالى يوضح ذلك.

مثال ٥

حلل كلًا مما يأتى :

١ س^{٢} − ١٠ س ص + ٢٥ ص^{٢} − ٣٦

٢ س^{٢} + ٩ ص^{٢} − ٢٥ + ٦ س ص

الحل

١ س^{٢} − ١٠ س ص + ٢٥ ص^{٢} − ٣٦ = (س^{٢} − ١٠ س ص + ٢٥ ص^{٢}) − ٣٦

= (س − ٥ ص)^{٢} − (٦)^{٢}

= (س − ٥ ص − ٦) (س − ٥ ص + ٦)

٢ س^{٢} + ٩ ص^{٢} − ٢٥ + ٦ س ص = (س^{٢} + ٦ س ص + ٩ ص^{٢}) − ٢٥

= (س + ٣ ص)^{٢} − (٥)^{٢}

= (س + ٣ ص − ٥) (س + ٣ ص + ٥)

حاول بنفسك ٢

حلل : ١ س^{٢} − ٢ س ص + ص^{٢} − ح^{٢} ٢ ١٦ س^{٢} − أ^{٢} + ٦ أ ب − ٩ ب^{٢}

تمارين 6



على التحليل بالتقسيم



اختبار تفاعلي

• تذكر • فهم • تطبيق • حل مشكلات   أسئلة كتاب الوزارة

١ حل كلاً مما يأتي تحليلاً كاملاً :

١ أ س + ب س + أ ص + ب ص

٢ أ ب − ب ء + أ هـ − ء هـ

٣ أ س + ص س + ص + أ

٤ أ م − أ ن + م − ن

٥ أ س − حـ ص − حـ س + أ ص

٦ م س − م ص − ن س + ن ص

٧ س ص + ٥ ص + ٧ س + ٣٥

٨ ٧ س − ٢٨ + أ س − ٤ أ

٩ ٥ ل − ١٠ م − أ ل + ٢ أ م

١٠ ٣ أ س − أ − ٦ ب س + ٢ ب

٢ حل كلاً مما يأتي تحليلاً كاملاً :

١ حـ^{٢} + حـ ء + ء هـ + حـ هـ

٢ ٦ م^{٢} − ن + ٢ م − ٣ م ن

٣ ٨ م ن − ٢ م^{٢} + ١٢ ن ل − ٣ م ل

٤ س^{٢} − ٢ س ع − ٢ س ص + ٤ ص ع

٥ أ^{٢} + ٢ أ ب + ب^{٢} − حـ^{٢}

٦ ٢٥ س^{٢} − ١٠ س + ١ − ص^{٢}

٧ ١ − س^{٢} − ٤ س ص − ٤ ص^{٢}

٨ س^{٢} − ص^{٢} + ٤ س + ٤ ص

٩ س^{٢} − ٥ س − ٤ ص^{٢} + ١٠ ص

١٠ ٩ س^{٢} − ٤ أ^{٢} + ص^{٢} + ٦ س ص

١١ ٢ س^{٢} ص − س ص^{٢} + ٢ أ س − أ ص

١٢ أ ب س^{٢} + ب س − أ س − ١

٣ حل كلاً مما يأتي تحليلاً كاملاً :

١ أ^{٣} + أ^{٢} + أ + ١

٢ س^{٣} − ٣ س^{٢} + ٦ س − ١٨

٣ أ^{٣} + ب^{٣} − أ − ب

٤ س^{٣} + ٢ س^{٢} − س − ٢

٥ $أ^٣ - ٩ أ + أ^٢ - ٩$

٦ $٣ س^٣ + ٢ س^٢ + ١٢ س + ٨$

٧ $ص^٣ + ٦ ص^٢ + ١٢ ص + ٨$

٨ $أ^٤ - ٣ أ^٣ - ١٥ أ + ٥ أ^٢$

٩ $أ^٥ - ٢ أ^٢ + أ^٣ - ٢$

١٠ $س^٢ ص^٣ + ٨ س^٢ - ص^٣ - ٨$

---

٤ حلل كلاً مما يأتي تحليلاً كاملاً :

١ $س^٥ - س^٣ - س^٢ + ١$

٢ $٤ م^٤ - ٩ م^٢ + ٦ م - ١$

٣ $١٢١ س^٤ - ١٠٠ س^٢ - ٢٠ س - ١$

للمتفوقين

٥ حلل كلاً مما يأتي تحليلاً كاملاً :

١ $٢ س^٣ (س + ٣) - ١٨ س^٢ - ٥٤ س$

٢ $أ (أ + ٤ ب) + ٤ ب^٢ - ٩$

٣ $أ^٢ (ب - ٥) - ٧ أ (ب - ٥) - ١٨ ب + ٩٠$

---

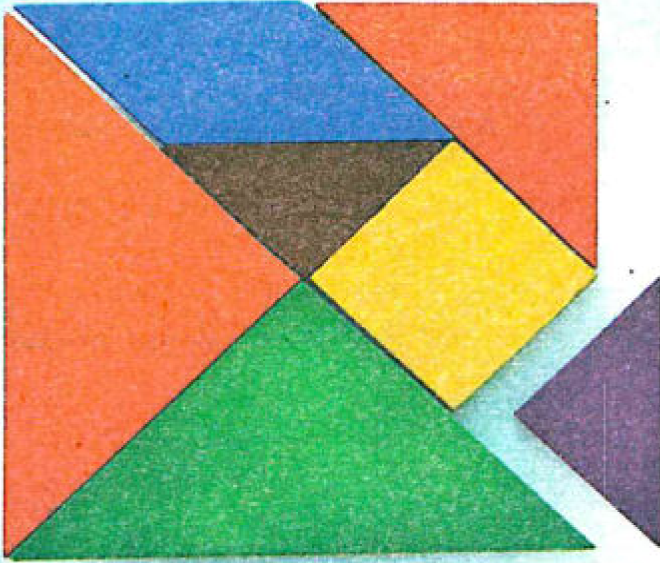
٦ حلل كلاً مما يأتي تحليلاً كاملاً :

١ $س^٢ - ٤ س ص + س - ٢ ص + ٤ ص^٢$

٢ $٣ س^٢ - ١٥ س - ٧٢ - س ص + ٨ ص$

٣ $أ^٣ + أ - ٢$

٤ $أ^٣ + أ^٢ + ٤$



الدرس 7

التحليل بإكمال المربع

* نعلم أن المقدار الثلاثى المربع الكامل يتميز بما يلى :

(١) الحد الأول : مربع كامل.

(٢) الحد الثالث : مربع كامل.

(٣) الحد الأوسط = ± ٢ × $\sqrt{\text{الحد الأول} \times \text{الحد الثالث}}$

ويتم تحليله على الصورة : $\left(\sqrt{\text{الحد الأول}} \pm \sqrt{\text{الحد الثالث}}\right)^{٢}$

* وتوجد بعض المقادير التى هى ليست مربعات كاملة ولكن يمكن إكمالها لتُكتب على الصورة :

مقدار ثلاثى مربع كامل – مربع كامل

ثم نقوم بتحليلها عن طريق تحليل الفرق بين مربعين.

وهذه الطريقة تُسمى *التحليل بإكمال المربع*.

* والمقادير التى نحتاج فى تحليلها إلى استخدام هذه الطريقة تشتمل على حدين على الأقل كل منهما مربع كامل وأس الرمز فى كل من هذين الحدين (إن وجد) ٤ أو مضاعفاتها.



طريقة التحليل بإكمال المربع

١ نُضيف إلى المقدار المعطى ضعف حاصل ضرب جذرى الحدين المربعين ثم نطرحه حتى لا يتغير المقدار.

٢ باستخدام الإبدال والدمج نعيد ترتيب حدود المقدار حتى نصل إلى الصورة :

مقدار ثلاثى مربع كامل – مربع كامل

٣ نحلل المقدار الناتج كفرق بين مربعين.

٤ إن أمكن نحلل المقادير الناتجة حتى يكون التحليل كاملاً.

والأمثلة التالية توضح الخطوات السابقة.

مثال ١

حلل كلاً من المقدارين الآتيين : ١ $٤ س^٤ + ص^٤$ ٢ $س^٨ - ١٦$

الحل

١ أضف إلى المقدار المعطى : $٢ \times \sqrt{٤ س^٤} \times \sqrt{ص^٤}$ أى $٤ س^٢ ص^٢$

ثم اطرحه حتى لا يتغير المقدار المعطى

$\therefore ٤ س^٤ + ص^٤ = ٤ س^٤ + ص^٤ + (٤ س^٢ ص^٢ - ٤ س^٢ ص^٢)$

$= (٤ س^٤ + ٤ س^٢ ص^٢ + ص^٤) - ٤ س^٢ ص^٢$ (الإبدال والدمج)

مقدار ثلاثى مربع كامل – مربع كامل

$= (٢ س^٢ + ص^٢)^٢ - (٢ س ص)^٢$

$= (٢ س^٢ + ص^٢ - ٢ س ص) (٢ س^٢ + ص^٢ + ٢ س ص)$ (تحليل فرق بين مربعين)

٢ $\because س^٨ - ١٦ = (س^٤ - ٤) (س^٤ + ٤)$ (تحليل فرق بين مربعين) (١)

، $\because (س^٤ - ٤)$ يمكن تحليله كفرق بين مربعين كالتالى :

$س^٤ - ٤ = (س^٢ - ٢) (س^٢ + ٢)$ (٢)

، ∵ (س^{٤} + ٤) يمكن تحليله بإكمال المربع كالتالى :

أضف : ٢ × $\sqrt{س^{٤}}$ × $\sqrt{٤}$ أى ٤ س^{٢} ثم اطرحه

∴ س^{٤} + ٤ = س^{٤} + ٤ + ٤ س^{٢} − ٤ س^{٢}

= (س^{٤} + ٤ س^{٢} + ٤) − ٤ س^{٢} (الإبدال والدمج)

مقدار ثلاثى مربع كامل − مربع كامل

= (س^{٢} + ٢)^{٢} − (٢ س)^{٢}

= (س^{٢} + ٢ − ٢ س) (س^{٢} + ٢ + ٢ س) (تحليل فرق بين مربعين)(٣)

من (١) ، (٢) ، (٣) :

∴ س^{٨} − ١٦ = (س^{٢} − ٢) (س^{٢} + ٢) (س^{٢} − ٢ س + ٢) (س^{٢} + ٢ س + ٢)

مثال ٢

حلل كلاً مما يأتى :

١ س^{٤} + س^{٢} ص^{٢} + ص^{٤}

٢ س^{٤} − ١٩ س^{٢} ص^{٢} + ٩ ص^{٤}

٣ ٢٧ س^{٤} − ٣٠ س^{٢} ص^{٢} + ٣ ص^{٤}

الحل

١ نضيف ٢ × $\sqrt{س^{٤}}$ × $\sqrt{ص^{٤}}$ أى ٢ س^{٢} ص^{٢} ثم نطرحه

∴ س^{٤} + س^{٢} ص^{٢} + ص^{٤}

= س^{٤} + س^{٢} ص^{٢} + ص^{٤} + ٢ س^{٢} ص^{٢} − ٢ س^{٢} ص^{٢}

= (س^{٤} + ٢ س^{٢} ص^{٢} + ص^{٤}) + (س^{٢} ص^{٢} − ٢ س^{٢} ص^{٢}) (الإبدال والدمج)

= س^{٤} + ٢ س^{٢} ص^{٢} + ص^{٤} − س^{٢} ص^{٢}

مقدار ثلاثى مربع كامل − مربع كامل

$= (س^{٢} + ص^{٢})^{٢} - (س ص)^{٢}$

$= (س^{٢} + ص^{٢} - س ص)\ (س^{٢} + ص^{٢} + س ص)$

٢ أضف $٢ \times \sqrt{س^{٤}} \times \sqrt{٩ ص^{٤}}$ أى $٦ س^{٢} ص^{٢}$ ثم اطرحه

$\therefore س^{٤} - ١٩ س^{٢} ص^{٢} + ٩ ص^{٤}$

$= س^{٤} - ١٩ س^{٢} ص^{٢} + ٩ ص^{٤} + ٦ س^{٢} ص^{٢} - ٦ س^{٢} ص^{٢}$

$= (س^{٤} + ٦ س^{٢} ص^{٢} + ٩ ص^{٤}) + (-١٩ س^{٢} ص^{٢} - ٦ س^{٢} ص^{٢})$

$= (س^{٤} + ٦ س^{٢} ص^{٢} + ٩ ص^{٤}) - ٢٥ س^{٢} ص^{٢}$

مقدار ثلاثى مربع كامل − مربع كامل

$= (س^{٢} + ٣ ص^{٢})^{٢} - (٥ س ص)^{٢}$

$= (س^{٢} + ٣ ص^{٢} - ٥ س ص)\ (س^{٢} + ٣ ص^{٢} + ٥ س ص)$

٣ $\because ٢٧ س^{٤} - ٣٠ س^{٢} ص^{٢} + ٣ ص^{٤} = ٣\ (٩ س^{٤} - ١٠ س^{٢} ص^{٢} + ص^{٤})$

، المقدار : $٩ س^{٤} - ١٠ س^{٢} ص^{٢} + ص^{٤}$ يمكن تحليله بإكمال المربع كالتالى :

أضف $٢ \times \sqrt{٩ س^{٤}} \times \sqrt{ص^{٤}}$ أى $٦ س^{٢} ص^{٢}$ ثم اطرحه

$\therefore ٩ س^{٤} - ١٠ س^{٢} ص^{٢} + ص^{٤}$

$= ٩ س^{٤} - ١٠ س^{٢} ص^{٢} + ص^{٤} + ٦ س^{٢} ص^{٢} - ٦ س^{٢} ص^{٢}$

$= (٩ س^{٤} + ٦ س^{٢} ص^{٢} + ص^{٤}) + (-١٠ س^{٢} ص^{٢} - ٦ س^{٢} ص^{٢})$

$= (٩ س^{٤} + ٦ س^{٢} ص^{٢} + ص^{٤}) - ١٦ س^{٢} ص^{٢}$

مقدار ثلاثى مربع كامل − مربع كامل

$= (٣ س^{٢} + ص^{٢})^{٢} - (٤ س ص)^{٢}$

$= (٣ س^{٢} + ص^{٢} - ٤ س ص) (٣ س^{٢} + ص^{٢} + ٤ س ص)$

$= (٣ س^{٢} - ٤ س ص + ص^{٢}) (٣ س^{٢} + ٤ س ص + ص^{٢})$

$= (٣ س - ص) (س - ص) (٣ س + ص) (س + ص)$

$\therefore$ $٢٧ س^{٤} - ٣٠ س^{٢} ص^{٢} + ٣ ص^{٤}$

$= ٣ (٣ س - ص) (س - ص) (٣ س + ص) (س + ص)$

حل آخر :

$٢٧ س^{٤} - ٣٠ س^{٢} ص^{٢} + ٣ ص^{٤}$

$= ٣ (٩ س^{٤} - ١٠ س^{٢} ص^{٢} + ص^{٤})$

$= ٣ (٩ س^{٢} - ص^{٢}) (س^{٢} - ص^{٢})$

$= ٣ (٣ س - ص) (٣ س + ص) (س - ص) (س + ص)$

$(٩ س^{٢} - ص^{٢})$

$(س^{٢} - ص^{٢})$

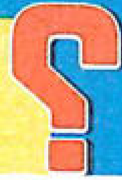
حاول بنفسك

حلل كلاً مما يأتي تحليلاً كاملاً :

١ $٤ س^{٤} + ١$

٢ $س^{٤} + ٦٤ ص^{٤}$

٣ $٣٦ س^{٤} + ٥١ س^{٢} + ٢٥$



على التحليل بإكمال المربع



اختبار تفاعلى

● تذكر ● فهم ○ تطبيق ● حل مشكلات 📖 أسئلة كتاب الوزارة

١ حلل كلاً مما يأتى تحليلاً كاملاً :

[١] $س^٤ + ٤$

[٢] $س^٤ + ٦٤$

[٣] 📖 $س^٤ + ٤ ص^٤$

[٤] $س^٤ + ٦٤ ص^٤$

[٥] 📖 $أ^٤ + ٢٥٠٠ ب^٤$

[٦] 📖 $٨١ س^٤ + ٤ ع^٤$

[٧] 📖 $٤ س^٤ + ٦٢٥ ع^٤$

[٨] $٦٤ س^٤ + ٨١ ص^٤$

[٩] $١٢ س^٤ + ٣ ص^٤$

[١٠] 📖 $٨ س^٤ ص^٢ + ١٦٢ ع^٤ ص^٢$

---

٢ حلل كلاً مما يأتى تحليلاً كاملاً :

[١] $٩ س^٤ + ٢ س^٢ + ١$

[٢] $س^٤ - ٢٨ س^٢ + ١٦$

[٣] 📖 $س^٤ + ٩ س^٢ + ٨١$

[٤] 📖 $٩ س^٤ - ٢٥ س^٢ + ١٦$

[٥] $س^٤ + ٣ س^٢ ص^٢ + ٤ ص^٤$

[٦] 📖 $م^٤ - ١١ م^٢ ن^٢ + ن^٤$

[٧] 📖 $س^٤ + س^٢ ص^٢ + ٢٥ ص^٤$

[٨] 📖 $أ^٤ + ٤ أ^٢ ب^٢ + ١٦ ب^٤$

[٩] $س^٤ + ص^٤ - ٧ س^٢ ص^٢$

[١٠] 📖 $١٦ س^٤ - ٢٨ س^٢ ص^٢ + ٩ ص^٤$

[١١] 📖 $٤ س^٤ + ٢٥ ص^٤ - ٢٩ س^٢ ص^٢$

[١٢] 📖 $٣ م^٤ + ٣ ن^٤ - ٥٤ م^٢ ن^٢$

[١٣] $٥٠ س^٤ + ١٨ ص^٤ - ٦٨ س^٢ ص^٢$

[١٤] $١٨ أ ب^٤ - ١١٤ ب^٢ ح^٢ أ + ١٢٨ أ ح^٤$

٣ حل كلاً مما يأتي تحليلاً كاملاً :

١ $س^{٢} (٩ س^{٢} - ١٠ ص^{٢}) + ص^{٤}$

٢ $س^{٢} (س^{٢} - ١٩ ص^{٢}) + ٢٥ ص^{٤}$

٣ $٤ س^{٢} (٤ س^{٢} - ٧ ص^{٢}) + ص^{٤}$

٤ $٤ أ^{٢} (أ^{٢} - ٦ ب^{٢}) + ٩ ب^{٤}$

للمتفوقين

٤ حل كلاً مما يأتي تحليلاً كاملاً :

١ $س^{٨} - ١٦ ص^{٨}$

٢ $س^{٨} - ٢١ س^{٤} - ١٠٠$

٣ $س^{٨} - ٥ س^{٤} ص^{٤} - ٣٦ ص^{٨}$

٤ $٨١ س^{٨} - ١٧ س^{٤} ص^{٤} - ٦٤ ص^{٨}$



ملخص حالات تحليل المقدار الجبرى

لتحليل أى مقدار جبرى نتبع الآتى :

١ نخرج العامل المشترك الأعلى بين حدود المقدار (إن وجد).

٢ إذا كان المقدار الجبرى مكونًا من حدين فقط فإن التحليل يكون فرقًا بين مربعين أو فرقًا بين مكعبين أو مجموع مكعبين أو بإكمال المربع.

- فرق بين مربعين : $س^2 - ص^2 = (س - ص)(س + ص)$
- فرق بين مكعبين : $س^3 \ominus ص^3 = (س - ص)(س^2 \oplus س ص + ص^2)$
- مجموع مكعبين : $س^3 \oplus ص^3 = (س + ص)(س^2 \ominus س ص + ص^2)$

٣ إذا كان المقدار الجبرى مكونًا من ثلاثة حدود فإنه يتم ترتيب حدود المقدار تنازليًا أو تصاعديًا حسب قوى أى رمز فيه ويفضل تنازليًا ، وتوجد حالتان :

أولاً : المقدار الثلاثى مربع كامل إذا كان :

$$\text{الحد الأوسط} = \pm 2 \times \sqrt{\text{الحد الأول}} \times \sqrt{\text{الحد الثالث}}$$

وفى هذه الحالة يُحلل المقدار كالتالى :

$$\left(\sqrt{\text{الحد الأول}}\ \boxed{\text{إشارة الحد الأوسط}}\ \sqrt{\text{الحد الثالث}}\right)^2$$

ثانيًا : المقدار الثلاثى ليس مربعًا كاملاً :

وفى هذه الحالة يتم تحليله كمقدار ثلاثى بطريقة المقص أو بإكمال المربع.

٤ إذا كان المقدار الجبرى مكونًا من أربعة حدود فإننا نستخدم طريقة التحليل بالتقسيم ويتم التقسيم تبعًا لكل مسألة.

! ملاحظـــة

لا بد من الاستمرار فى التحليل حتى يكون التحليل تامًا .



تمرين عام
على تحليل المقادير الجبرية

حلل كلاً مما يأتي تحليلاً كاملاً :

١ ٢٥ س^{٢} − ٩ ص^{٢}

٢ ٢ س^{٥} + ٥٤ س^{٢}

٣ ٢ ص^{٢} + ٥ ص + ٣

٤ ٢ س^{٤} − ١٨

٥ ٢ س^{٢} − ٢٠ س + ٤٨

٦ س^{٢} + ٨ س + ١٦

٧ ٨ س^{٣} + ٢٧

٨ ص^{٢} − ٥٠ ص − ٥١

٩ ٢٥ س^{٢} − ٣٠ س + ٩

١٠ س^{٢} − ٨١

١١ ص^{٥} − ص

١٢ ٣ س^{٢} + ٧ س − ٦

١٣ س^{٢} − ٨ س + ١٢

١٤ ٣ س^{٣} + ٢ س^{٢} + ١٢ س + ٨

١٥ س^{٣} − ١٢٥

١٦ ٤ س^{٢} − ١٢ س + ٩

١٧ أ^{٣} + ٣ أ^{٢} − ٩ أ − ٢٧

١٨ (س + ٢)^{٣} − ٤ س − ٨

١٩ −٢ س^{٢} − ١٥ س − ٧

٢٠ س^{٢} − ٧ س + ١٠

٢١ ٤ س^{٤} + ص^{٤}

٢٢ ٩ س^{٤} − ١٦ ص^{٤}

٢٣ س^{٤} − ٩ س^{٢} + ٢٠

٢٤ ١ − ٤ س^{٢}

٢٥ أ^{٦} − ٦٢٥ ب^{٦}

٢٦ (س + ص)^{٣} − س^{٣}

٢٧ ٤٩ س^{٢} + ٧٠ س ص^{٢} + ٢٥ ص^{٤}

٢٨ ٥ س^{٢} − ٣ س − ٢

٢٩ س^{٤} − ١١ س^{٢} ص^{٢} + ص^{٤}

٣٠ ٣ س^{٤} − ١٥ س^{٣} + ١٢ س^{٢}

٣١ ٣ س^{٢} − ١٩ س + ٦

٣٢ ٤ س^{٢} + ٢٨ س ص + ٤٩ ص^{٢}

٣٣ س^{٦} − ٦٤ ص^{٦}

٣٤ ٢ ص^{٤} − ٤ ص^{٣} + ٧ ص − ١٤

٣٥ ١٥ أ^{٤} − ٢١ ب^{٢} − ٦ أ^{٢} ب

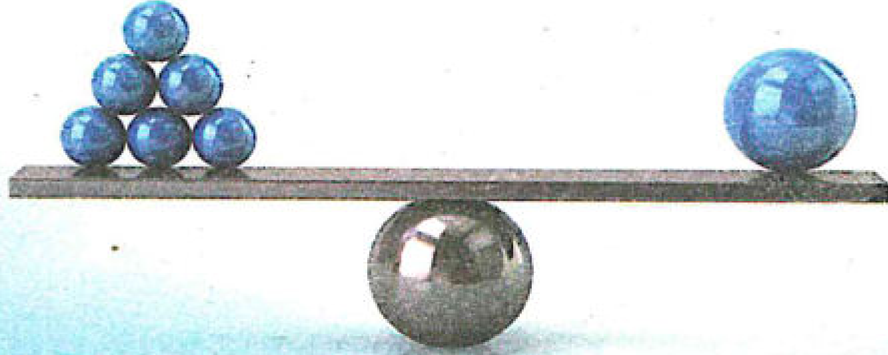
٣٦ ٦ س^{٢} + ص (٢ ص − ٧ س)

٣٧ ٦٤ س^{٤} + ص^{٤}

٣٨ س^{٤} − ٥ س^{٢} − ٢٤

٣٩ ٢٠ س^{٤} + ٤٠ س^{٢} ص^{٢} + ٤٥ ص^{٤}

٤٠ ٩ س^{٤} − ١٣ س^{٢} ص^{٢} + ٤ ص^{٤}



الدرس 8

حل المعادلة من الدرجة الثانية فى متغير واحد جبريًا

تذكر أن

- المعادلة هى جملة رياضية تحتوى على متغير واحد (أو أكثر) وتتضمن علاقة التساوى.
- درجة المعادلة هى أعلى درجة حد جبرى تحتوى عليه المعادلة.

فمثلًا : * ٥ س + ٢ = ٧ ← معادلة من الدرجة الأولى فى متغير واحد س

* $س^٢$ − ٥س − ٦ = ٠ ← معادلة من الدرجة الثانية فى متغير واحد س

* ٢ س + ٣ ص = ٧ ← معادلة من الدرجة الأولى فى متغيرين س ، ص

- حل المعادلة هو إيجاد قيم المتغير (المجهول) التى تحقق المعادلة ، وكل منها يُسمى «جذرًا للمعادلة».

تعريف

أى معادلة يمكن وضعها على الصورة : أ $س^٢$ + ب س + حـ = ٠ ، أ ≠ ٠ .
هى معادلة من الدرجة الثانية فى متغير واحد وتُسمى **«معادلة تربيعية»**.

فمثلًا : • $س^٢$ + ٤ س − ١٢ = ٠ معادلة تربيعية فى س .
• ٢ $ص^٢$ + ٥ ص = ١٠ معادلة تربيعية فى ص

لاحظ أن : كلًا من المعادلات السابقة هى معادلة من الدرجة الثانية فى متغير واحد.

حقيقـة

إذا كان : أ ، ب عددين حقيقيين وكان : أ × ب = صفر **فإن :** أ = صفر أ ، ب = صفر

فمثلًا :

- إذا كان : س (س − ٣) = ٠

فإن : س = ٠

أ ، س − ٣ = ٠ ومنها س = ٣

- إذا كان : (س + ٢) (٣ س − ٥) = ٠

فإن : س + ٢ = ٠ ومنها س = −٢

أ ، ٣ س − ٥ = ٠ ومنها ٣ س = ٥ أى س = $\frac{٥}{٣}$

حل المعادلة من الدرجة الثانية فى متغير واحد

لحل معادلة من الدرجة الثانية فى متغير واحد ، اتبع ما يلى :

١ ضع المعادلة على الصورة القياسية : أ س^{٢} + ب س + حـ = ٠

٢ حلل المقدار فى الطرف الأيمن إلى عاملين.

٣ استخدم الحقيقة السابقة للحصول على جذرى المعادلة.

٤ تأكد من الحل بالتعويض عن كل قيمة من قيمتى س فى المعادلة الأصلية.

فمثلًا : لحل المعادلة : س^{٢} + ٤ س = ١٢ فى ح اتبع الآتى :

١ ضع المعادلة على الصورة القياسية : أ س^{٢} + ب س + حـ = ٠

∴ س^{٢} + ٤ س = ١٢ ∴ س^{٢} + ٤ س − ١٢ = ٠

٢ حلل المقدار فى الطرف الأيمن إلى عاملين :

(س − ٢) (س + ٦) = ٠ (تحليل المقدار الثلاثى)

٣ استخدم الحقيقة السابقة للحصول على جذرى المعادلة :

إما س − ٢ = ٠ ومنها س = ٢

أ ، س + ٦ = ٠ ومنها س = −٦

٤ تأكد من صحة الحل بالتعويض عن كل قيمة من قيمتى س فى المعادلة : س^٢ + ٤ س = ١٢ .

• عند س = ٢ : ∴ س^٢ + ٤ س = ٢^٢ + ٤ × ٢ = ٤ + ٨ = ١٢

∴ س = ٢ حل صحيح للمعادلة ✓ .

• عند س = −٦ : ∴ س^٢ + ٤ س = (−٦)^٢ + ٤ × (−٦) = ٣٦ − ٢٤ = ١٢

∴ س = −٦ حل صحيح للمعادلة ✓ .

مثال ١

أوجد فى ح مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية :

١ س^٢ − ٥ س − ٦ = ٠

٢ ٢ س^٢ + ٧ س = ٠

٣ س^٢ − ٦ س = −٩

٤ (س + ٢)^٢ = ٢٥

٥ س^٢ + ٤ = ٠

الحل

١ ∵ س^٢ − ٥ س − ٦ = ٠ ∴ (س − ٦) (س + ١) = ٠ (تحليل مقدار ثلاثى)

∴ إما س − ٦ = ٠ ومنها س = ٦

أ، س + ١ = ٠ ومنها س = −١ ∴ مجموعة الحل = {٦ ، −١}

٢ ∵ ٢ س^٢ + ٧ س = ٠ ∴ س (٢ س + ٧) = ٠ (تحليل بإخراج العامل المشترك)

∴ إما س = ٠

أ، ٢ س + ٧ = ٠ ومنها ٢ س = − ٧ أى س = −$\frac{٧}{٢}$

∴ مجموعة الحل = {٠ ، −$\frac{٧}{٢}$}

٣ ∵ س^٢ − ٦ س = −٩ ∴ س^٢ − ٦ س + ٩ = ٠

∴ (س − ٣)^٢ = ٠ (تحليل مقدار ثلاثى مربع كامل)

∴ س − ٣ = ٠ ومنها س = ٣ ∴ مجموعة الحل = {٣}

٤ ∵ $(س + ٢)^٢ = ٢٥$ ∴ $س^٢ + ٤ س + ٤ = ٢٥$

∴ $س^٢ + ٤ س - ٢١ = ٠$

∴ $(س + ٧)(س - ٣) = ٠$ (تحليل مقدار ثلاثى)

∴ إما $س + ٧ = ٠$ ومنها $س = -٧$

أ، $س - ٣ = ٠$ ومنها $س = ٣$ ∴ مجموعة الحل = $\{-٧ ، ٣\}$

حل آخر :

∵ $(س + ٢)^٢ = ٢٥$ ∴ $(س + ٢)^٢ - ٢٥ = ٠$

وبتحليل فرق بين مربعين : ∴ $(س + ٢ + ٥)(س + ٢ - ٥) = ٠$

∴ $(س + ٧)(س - ٣) = ٠$ ∴ $س = -٧$ أ، $س = ٣$

∴ مجموعة الحل = $\{-٧ ، ٣\}$

حل ثالث :

∵ $(س + ٢)^٢ = ٢٥$ ∴ $س + ٢ = \pm\sqrt{٢٥}$

∴ $س + ٢ = \pm ٥$ ∴ إما $س + ٢ = ٥$ ومنها $س = ٣$

أ، $س + ٢ = -٥$ ومنها $س = -٧$ ∴ مجموعة الحل = $\{٣ ، -٧\}$

٥ المعادلة : $س^٢ + ٤ = ٠$ (أو $س^٢ = -٤$)

ليس لها حل فى ح لأنه لا يوجد عدد حقيقى مربعه عدد سالب

∴ مجموعة الحل = $\varnothing$

! ملاحظة

لاحظ من المثال السابق أن المعادلة التربيعية يكون لها حلان (جذران) على الأكثر.

مثال ٢

أوجد فى ح مجموعة الحل لكل من المعادلتين الآتيتين :

١ $(س - ٣)(س + ٥) = ٢٠$

٢ $س - \frac{٢}{س} = \frac{٧}{٢}$

الحل

١ ∵ $(س - ٣)(س + ٥) = ٢٠$ ∴ $س^٢ + ٢ س - ١٥ = ٢٠$

∴ $س^٢ + ٢ س - ٣٥ = ٠$ ∴ $(س - ٥)(س + ٧) = ٠$

∴ إما $س - ٥ = ٠$ ومنها $س = ٥$

أ، $س + ٧ = ٠$ ومنها $س = -٧$ ∴ مجموعة الحل = $\{٥ ، -٧\}$

٢ بضرب طرفى المعادلة فى ٢ س وهو المضاعف المشترك الأصغر للمقامات

∴ $س \times ٢ س - \frac{٢}{س} \times ٢ س = \frac{٧}{٢} \times ٢ س$

∴ $٢ س^٢ - ٤ = ٧ س$ ∴ $٢ س^٢ - ٧ س - ٤ = ٠$

∴ $(٢ س + ١)(س - ٤) = ٠$

$(٢س + ١)$
$(س - ٤)$

∴ إما $٢ س + ١ = ٠$ ومنها $٢ س = -١$ أى $س = \frac{-١}{٢}$

أ، $س - ٤ = ٠$ ومنها $س = ٤$ ∴ مجموعة الحل = $\{\frac{-١}{٢} ، ٤\}$

حاول بنفسك ١

أوجد مجموعة الحل فى ح لكل مما يأتى :

١ $س^٢ - ٥ س = ٠$ ٢ $٤ س^٢ = ٢٥$ ٣ $س(س - ١) = ٦$

ملاحظة

من الممكن فى بعض الحالات الحصول على معادلة تربيعية من تحليل معادلة من الدرجة الثالثة أو الرابعة فى متغير واحد ، وفى هذه الحالة يمكن حل المعادلة كما فى المثال التالى.

مثال ٣

أوجد فى ح مجموعة حل كل من المعادلتين الآتيتين :

١ $٣ س^٣ = ١٢ س$ ٢ $س^٤ - ١٠ س^٢ + ٩ = ٠$

الحل

١ ∵ $٣ س^٣ = ١٢ س$ ∴ $٣ س^٣ - ١٢ س = ٠$

∴ $٣ س (س^٢ - ٤) = ٠$ (تحليل بإخراج ع. م. أ)

∴ إما ٣ س = ٠ ومنها س = ٠

أ، س^{٢} – ٤ = ٠ أى (س – ٢) (س + ٢) = ٠ (تحليل فرق بين مربعين)

∴ إما س – ٢ = ٠ ومنها س = ٢

أ، س + ٢ = ٠ ومنها س = –٢ ∴ مجموعة الحل = {٠ ، ٢ ، –٢}

لاحظ أن : المعادلة من الدرجة الثالثة يكون لها ثلاثة حلول على الأكثر فى ح

٢ ∵ س^{٤} – ١٠ س^{٢} + ٩ = ٠

∴ (س^{٢} – ١) (س^{٢} – ٩) = ٠ (تحليل مقدار ثلاثى)

∴ إما س^{٢} – ١ = ٠

∴ (س – ١) (س + ١) = ٠

∴ س – ١ = ٠ ومنها س = ١

أ، س + ١ = ٠ ومنها س = –١

أ، س^{٢} – ٩ = ٠

∴ (س – ٣) (س + ٣) = ٠

∴ س – ٣ = ٠ ومنها س = ٣

أ، س + ٣ = ٠ ومنها س = –٣

∴ مجموعة الحل = {١ ، –١ ، ٣ ، –٣}

لاحظ أن : المعادلة من الدرجة الرابعة يكون لها أربعة حلول على الأكثر فى ح

حاول بنفسك ٢

أوجد مجموعة الحل فى ح لكل مما يأتى :

١ س^{٣} – ٤ س = ٠

٢ س^{٤} – ١٣ س^{٢} + ٣٦ = ٠



على حل المعادلة من الدرجة الثانية فى متغير واحد جبريًا



اختبار تفاعلى

● تذكر ● فهم ● تطبيق ● حل مشكلات — أسئلة كتاب الوزارة

١ أوجد فى ح مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية :

١ $س^{٢} - ٦ س = ٠$	٢ $س^{٢} - ١٦ = ٠$
٣ $٤ س^{٢} - ٢٥ = ٠$	٤ $س^{٢} + ٥ س + ٦ = ٠$
٥ $س^{٢} - ٨ س + ١٥ = ٠$	٦ $س^{٢} - س - ٢٠ = ٠$
٧ $٦ س^{٢} - ٧ س - ٣ = ٠$	٨ $٢ س^{٢} + ٧ س - ٤ = ٠$
٩ $س^{٢} + ٤ س + ٤ = ٠$	١٠ $٩ س^{٢} - ٦ س + ١ = ٠$

٢ أوجد فى ح مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية :

١ $س^{٢} = س$	٢ $٤ س^{٢} = ٤٩$
٣ $س^{٢} + س = ٦$	٤ $س^{٢} - ١٥ = ٢ س$
٥ $٢ س^{٢} - ١٠ س = -١٢$	٦ $٦ س^{٢} - س = ٢٢$
٧ $٥ س^{٢} + ١٢ س = ٤٤$	٨ $١٢ س^{٢} = ٤٧ س - ٤٥$
٩ $٥ (س^{٢} + ٣) = ٦٠$	١٠ $س (س - ٣) = ٥ س$

٣ أوجد فى ح مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية :

١ $س (س - ٥) + ٦ = ٠$	٢ $س (س + ٣) = ١٠$
٣ $(س - ٣)(س + ١) = ٥$	٤ $٢ س (س - ٥) - ٤ (٥ - س) = ٠$
٥ $(س + ٣)^{٢} - ٤٩ = ٠$	٦ $(س - ١)^{٢} + س = ٣$
٧ $٢ (س + ٣)^{٢} + ٧ (س + ٣) = ٠$	٨ $(٢ س + ١)^{٢} = (٣ س - ١)^{٢}$

٩ $(٢ س - ١)^{٢} + (س - ١)^{٢} = ١٠$

١٠ $(س + ٣)^{٢} + ٣ (س + ٣) - ١٠ = ٠$

٤ أوجد فى ح مجموعة حل كل من المعادلات الآتية :

[١] ٢ س^٣ − ٨ س = ٠
[٢] ٤ س^٣ = ٩ س
[٣] س^٤ − ٥ س^٢ + ٤ = ٠
[٤] س^٤ − ١٦ = ٠

---

٥ أوجد فى ح مجموعة حل كل من المعادلات الآتية :

[١] ص^٢ − $\frac{٧ ص}{٣}$ = − $\frac{٤}{٣}$
[٢] س^٢ − $\frac{٢ س + ٣}{٢}$ = $\frac{٩}{٢}$
[٣] س + $\frac{٢}{س}$ = ٣
[٤] س − $\frac{٥}{س}$ = $\frac{١}{٢}$
[٥] $\frac{س − ١}{٥}$ = $\frac{٦}{س}$

---

٦ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] مجموعة حل المعادلة : س (س − ٢) = ٠ فى ح هى ....

(أ) {٠}　(ب) {٠ ، −٢}　(جـ) {٠ ، ٢}　(د) {٢}

[٢] مجموعة حل المعادلة : ٣ (س − ٢) (س + ٥) = ٠ فى ح هى ....

(أ) {٠ ، ٢ ، −٥}　(ب) {٣ ، ٢ ، −٥}
(جـ) {٢ ، −٥}　(د) {−٢ ، ٥}

[٣] مجموعة حل المعادلة : س^٢ − ٤ = ٠ فى ح هى ....

(أ) {٤}　(ب) {٤ ، −٤}　(جـ) {٢}　(د) {٢ ، −٢}

[٤] مجموعة حل المعادلة : س^٢ + ٢٥ = ٠ فى ح هى ....

(أ) {٥}　(ب) {٥ ، −٥}　(جـ) {−٥}　(د) ∅

[٥] مجموعة حل المعادلة : (س − ٤)^٢ = ٠ فى ح هى ....

(أ) {٤}　(ب) {٠ ، ٤}　(جـ) {٠ ، −٤}　(د) {−٤}

[٦] مجموعة حل المعادلة : س (س − ٣) = ٥ س فى ح هى ....

(أ) {٣}　(ب) {٠ ، ٣ ، ٥}　(جـ) {٣ ، ٥}　(د) {٠ ، ٨}



٧ مجموعة حل المعادلة : $\frac{٤}{س} = \frac{س}{٩}$ فى ح هى ....

(أ) {٤ ، ٩} (ب) {٦ ، -٦} (جـ) {٦} (د) {٣٦}

٨ المعادلة التى جذراها ٣ ، ٥ هى ....

(أ) ٥ $س^٢$ + ٨ س + ٣ = ٠ (ب) ٢ $س^٢$ + ٨ س − ١٥ = ٠

(جـ) $س^٢$ − ٨ س + ١٥ = ٠ (د) ٣ $س^٢$ + ٨ س + ٥ = ٠

---

٧ أكمل ما يأتى :

١ إذا كان : −٥ أحد جذرى المعادلة : $س^٢$ + ٢ س − ١٥ = ٠

فإن الجذر الآخر هو ....

٢ إذا كان : س = ٢ جذرًا للمعادلة : $س^٢$ − ٦ س + ك = ٠

فإن : ك = ... والجذر الآخر للمعادلة = ...

٣ إذا كان أحد جذرى المعادلة : ٢ $س^٢$ + ٨ س = ٠

هو جذر للمعادلة : $س^٢$ + ٥ س + أ = ٠ فإن : أ = ... أ، ....

٤ مجموعة حل المعادلة : س − $\frac{٢}{س} = \frac{٧}{٢}$ فى ح هى ....

---

٨ إذا كان : س + $\frac{١}{س}$ = ٢ **فأوجد القيمة العددية للمقدار :** $س^٢ + \frac{١}{س^٢}$

للمتفوقين

٩ إذا كان : $س^٢ + \frac{١}{س^٢}$ = ٣٤ **فأوجد القيمة العددية للمقدار :** س + $\frac{١}{س}$

---

١٠ أوجد فى ح مجموعة حل المعادلة :

$$\frac{س (س - ٢)}{٦} - \frac{س (س + ١)}{٤} + \frac{٧ (س - ٣)}{٣} - ٢ = ٠$$



الدرس 9

تطبيقات على حل المعادلة من الدرجة الثانية فى متغير واحد جبريًا

لحل المسائل اللفظية فى الجبر نقوم بترجمة الجمل اللفظية إلى رموز ومقادير جبرية والجدول التالى يوضح بعض الأمثلة لذلك :

الجملة اللفظية	التعبير الجبرى
نصف عدد ما	$\frac{س}{٢}$ أو $\frac{١}{٢}$ س
ضعف عدد ما	٢ س
ثلاثة أمثال عدد ما	٣ س
مربع عدد ما	$س^{٢}$
ضعف مربع عدد ما	٢ $س^{٢}$
مربع ضعف عدد ما	$(٢ س)^{٢} = ٤ س^{٢}$
المعكوس الجمعى لعدد ما	− س
المعكوس الضربى لعدد ما (لا يساوى الصفر)	$\frac{١}{س}$
عددان أحدهما يزيد عن الآخر بمقدار ٥ أ، أحدهما يقل عن الآخر بمقدار ٥ أ، الفرق بينهما ٥	العدد الأول = س ، والعدد الثانى = س + ٥
عددان مجموعهما ٥	العدد الأول = س ، والعدد الثانى = ٥ − س

الجملة اللفظية	التعبير الجبرى
عددان أحدهما أكبر من ضعف الآخر بمقدار ٥	العدد الأول = س ، والعدد الثانى = ٢ س + ٥
ثلاثة أعداد صحيحة متتالية	العدد الأول = س ، والعدد الثانى = س + ١ ، والعدد الثالث = س + ٢
ثلاثة أعداد زوجية (أو فردية) متتالية	العدد الأول = س ، والعدد الثانى = س + ٢ ، والعدد الثالث = س + ٤
عددان النسبة بينهما ٢ : ٣	العدد الأول = ٢ س ، والعدد الثانى = ٣ س
عمر رجل الآن س سنة	• عمره بعد ٤ سنوات = س + ٤ • عمره منذ ٣ سنوات = س − ٣ • مربع عمره منذ ٦ سنوات = $(س - ٦)^٢$
مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٥ سم	• عرضه = س سم وطوله = (س + ٥) سم • محيطه = (س + س + ٥) × ٢ سم = (٤ س + ١٠) سم • مساحته = س (س + ٥) = $(س^٢ + ٥ س)$ $سم^٢$
مربع طول ضلعه س سم	• محيطه = ٤ س سم ومساحته = $س^٢$ $سم^٢$

مثال ١

عدد صحيح موجب يزيد مربعه عن ضعفه بمقدار ٨ أوجد العدد.

الحل

نفرض أن العدد هو س ∴ مربعه = $س^٢$ ، ضعفه = ٢ س

، ∵ مربعه يزيد عن ضعفه بمقدار ٨

∴ $س^٢$ ⊖ ٢ س = ٨

∴ $س^٢$ − ٢ س − ٨ = ٠ ∴ (س + ٢) (س − ٤) = ٠

∴ إما س + ٢ = ٠ ومنها س = −٢ «مرفوض لأن العدد موجب»

أ، س − ٤ = ٠ ومنها س = ٤ ∴ العدد هو ٤

التحقق من صحة الحل :

∵ العدد هو ٤ ∴ مربعه = ١٦ ، ضعفه = ٨

∴ مربعه − ضعفه = ١٦ − ٨ = ٨

مثال ٢

مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٥ سم فإذا كانت مساحته ١٤ سم^{٢} ، أوجد طوله وعرضه.

الحـــل

نفرض أن العرض = س سم

، ∵ الطول يزيد عن العرض بمقدار ٥ سم ∴ الطول = (س + ٥) سم

، ∵ المساحة = ١٤ سم^{٢} ∴ س (س + ٥) = ١٤

∴ س^{٢} + ٥ س = ١٤ ∴ س^{٢} + ٥ س − ١٤ = ٠

∴ (س + ٧) (س − ٢) = ٠

∴ إما س + ٧ = ٠ ومنها س = −٧ «مرفوض لأن الأطوال موجبة دائمًا»

أ، س − ٢ = ٠ ومنها س = ٢

∴ العرض = ٢ سم والطول = ٢ + ٥ = ٧ سم «حاول التحقق من صحة الحل»

مثال ٣

ثلاثة أعداد زوجية متتالية موجبة ، يزيد مربع أوسطها عن مجموع العددين الآخرين بمقدار ٨ فما هى هذه الأعداد ؟

الحـــل

نفرض أن الأعداد هى : س ، س + ٢ ، س + ٤

، ∵ مربع الأوسط يزيد عن مجموع العددين الآخرين بمقدار ٨

∴ (س + ٢)^{٢} − (س + س + ٤) = ٨ ∴ س^{٢} + ٤ س + ٤ − ٢ س − ٤ = ٨

∴ س^{٢} + ٢ س − ٨ = ٠ ∴ (س + ٤) (س − ٢) = ٠

∴ إما $س + ٤ = ٠$ ومنها $س = -٤$ «مرفوض لأن الأعداد موجبة»

أ، $س - ٢ = ٠$ ومنها $س = ٢$

∴ العدد الأول = ٢ ، العدد الأوسط = ٤ ، العدد الثالث = ٦

حاول حل المثال بفرض أن الأعداد هي : $س - ٢$ ، $س$ ، $س + ٢$

مثال ٤

إذا كان عمر نبيل الآن ضعف عمر نادر ، ومنذ سنتين كان الفرق بين مربعي عمريهما ١٥ فأوجد عمر كل منهما الآن.

الحل

	العمر الآن	العمر منذ سنتين
نادر	$س$	$س - ٢$
نبيل	$٢ س$	$٢ س - ٢$

∴ $(٢ س - ٢)^٢ - (س - ٢)^٢ = ١٥$ وباستخدام تحليل الفرق بين مربعين نجد أن :

$(٢ س - ٢ + س - ٢) (٢ س - ٢ - س + ٢) = ١٥$

∴ $(٣ س - ٤) س = ١٥$ ∴ $٣ س^٢ - ٤ س - ١٥ = ٠$

∴ $(٣ س + ٥) (س - ٣) = ٠$

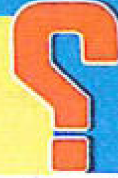
∴ إما $٣ س + ٥ = ٠$ ومنها $س = \frac{-٥}{٣}$ «مرفوض»

أ، $س - ٣ = ٠$ ومنها $س = ٣$

∴ عمر نادر الآن ٣ سنوات ، عمر نبيل الآن ٦ سنوات

حاول بنفسك

عدد صحيح إذا أُضيف إلى مربعه كان الناتج مساويًا ٥٦ فما هو ذلك العدد ؟



تطبيقات على حل المعادلة من الدرجة الثانية فى متغير واحد جبريًا



اختبـــار تفاعلى

● تذكر ● فهم ● تطبيق ● حل مشكلات ● أسئلة كتاب الوزارة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان عمر باسم الآن س سنة فإن عمره منذ ٣ سنوات هو .... سنة.

(أ) ٣ س (ب) س + ٣ (جـ) س − ٣ (د) $س^{٣}$

٢ إذا كان عمر أمجد الآن س سنة فإن عمره بعد ٧ سنوات هو .... سنة.

(أ) ٧ س (ب) س − ٧ (جـ) س + ٧ (د) $س^{٧}$

٣ إذا كان عمر أيمن منذ ٥ سنوات = س سنة فإن عمره الآن هو .... سنة.

(أ) س − ٥ (ب) س + ٥ (جـ) ٥ س (د) $\frac{س}{٥}$

٤ إذا كان عمر سالى منذ سنتين س سنة فإن عمرها بعد ٣ سنوات من الآن هو .... سنة.

(أ) س + ٢ (ب) س + ٣ (جـ) س + ٥ (د) ٦ س

٥ إذا كان عمر مجدى الآن س سنة فإن مربع عمره بعد سنتين هو ....

(أ) $س^{٢}$ + ٢ (ب) $س^{٢}$ + ٤ (جـ) $(س − ٢)^{٢}$ (د) $(س + ٢)^{٢}$

٦ إذا كان عمر سامى الآن س سنة فإن ضعف عمره منذ خمس سنوات هو .... سنة.

(أ) س − ٥ (ب) ٢ س − ٥ (جـ) س − ١٠ (د) ٢ س − ١٠

٧ ثلاثة أمثال مربع العدد س هو ....

(أ) $(٣ س)^{٢}$ (ب) $س^{٢}$ + ٣ (جـ) ٣ $س^{٢}$ (د) $\frac{س^{٢}}{٣}$

---

٢ عدد صحيح موجب يزيد مربعه عن خمسة أمثاله بمقدار ٣٦ فما هو هذا العدد ؟ «٩»

---

٣ عدد صحيح إذا أُضيف إلى ضعف مربعه ٧ كان الناتج ١٣٥ أوجد العدد. «٨ أ −٨»

---

٤ أوجد العدد النسبى الذى أربعة أمثال مربعه يساوى ٨١ «$\frac{٩}{٢}$ أ $\frac{-٩}{٢}$»

٥ عدد صحيح موجب مربعه يساوى ٦ أمثاله فما هو العدد ؟ «٦»

٦ عدد حقيقى إذا أُضيف إليه مربعه كان الناتج ١٢ فما العدد ؟ «−٤ أ ٣»

٧ أوجد العدد النسبى الموجب الذى يزيد مربعه عن ضعفه بمقدار ٤٨ «٨»

٨ قسم العدد ٢٠ إلى عددين حاصل ضربهما ٧٥. «٥ ، ١٥»

٩ عددان حقيقيان الفرق بينهما ٥ ومجموع مربعيهما ٧٣ فما هما العددان ؟ «٣ ، ٨ أ −٣ ، −٨»

١٠ عددان حقيقيان يزيد أحدهما عن الآخر بمقدار ٤ ، فإذا كان حاصل ضرب العددين يساوى ٤٥ ، فما العددان ؟ «٥ ، ٩ أ −٥ ، −٩»

١١ عددان فرديان متتاليان مجموع مربعيهما ١٣٠ ، فما العددان ؟ «٧ ، ٩ أ −٧ ، −٩»

١٢ مجموع ثلاثة أعداد صحيحة متتالية يساوى مربع العدد الأوسط. أوجد هذه الأعداد.
«−١ ، ٠ ، ١ أ ٢ ، ٣ ، ٤»

١٣ عددان صحيحان النسبة بينهما ٧ : ٨ وحاصل ضربهما يزيد عن ٩ أمثال أكبرهما بمقدار ٨٠ ، فما هما العددان ؟ «١٤ ، ١٦»

١٤ عدد صحيح موجب إذا أُضيف ضعف مربعه إلى معكوسه الجمعى كان الناتج ٩١ فما هو العدد ؟ «٧»

١٥ عدد حقيقى يزيد عن معكوسه الضربى بمقدار $\frac{٥}{٦}$ ، فما هو العدد ؟ «$\frac{٣}{٢}$ أ $-\frac{٢}{٣}$»

١٦ عدد مكون من رقمين رقم آحاده ضعف رقم عشراته وحاصل ضرب الرقمين يزيد عن مجموعهما بمقدار ٩ أوجد العدد. «٣٦»

تطبيقات حياتية

١٧ مربع عمر سعيد الآن يزيد عن ثلاثة أمثال عمره منذ ٤ سنوات بمقدار ١٩٢ فما عمره الآن ؟ «١٥ سنة»

١٨ إذا كان عمر حاتم الآن يزيد عن عمر حنان بمقدار ٤ سنوات ، ومجموع مربعى عمريهما الآن يساوى ٢٦ ، فما عمر كل منهما الآن ؟ «٥ سنوات ، سنة واحدة»

١٩ إذا كان عمر كمال الآن يزيد عن عمر أخيه أنيس بمقدار ٣ سنوات ومنذ ٤ سنوات كان حاصل ضرب عمريهما حينئذ ١٨ فما عمر كل منهما الآن ؟ «٧ سنوات ، ١٠ سنوات»

تطبيقات هندسية

٢٠ مستطيل يزيد طوله عن عرضه بمقدار ٤ سم فإذا كانت مساحته ٢١ سم^{٢} فأوجد بعديه. «٣ سم ، ٧ سم»

٢١ مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٧,٥ سم فإذا كانت مساحته ٤٦ سم^{٢} فأوجد محيطه. «٣١ سم»

٢٢ مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٥ سم فإذا كانت مساحته تنقص عن مساحة مربع طول ضلعه ٣ أمثال عرض المستطيل بمقدار ٥٧ سم^{٢} ، فأوجد بعدى المستطيل وطول ضلع المربع. «٣ سم ، ٨ سم ، ٩ سم»

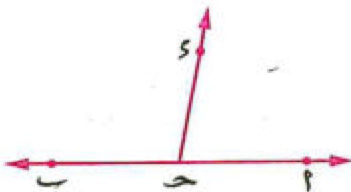
٢٣ فى الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{حـ ء} \cap \overleftrightarrow{أ ب} = \{حـ\}$

فإذا كان : ق (∠ ب حـ ء) = (س^{٢})°

، ق (∠ أ حـ ء) = (٨ س)°

احسب قيمة س



«١٠»

٢٤ أ ب حـ مثلث فيه : ق (∠ أ) = (س^{٢} + ٦١)° ، ق (∠ ب) = (١١٠ − ١١ س)° ، ق (∠ حـ) = (٩٠ − ٧ س)° أوجد قيمة س ، وقياسات زوايا المثلث.

«٩ ، ١٤٢° ، ١١° ، ٢٧°»



٢٥ مثلث قائم الزاوية طول أحد ضلعى القائمة يزيد عن طول ضلع القائمة الآخر بمقدار ٢ سم ومساحته ٢٤ $سم^{٢}$ أوجد طولى ضلعى القائمة. «٨ سم ، ٦ سم»

---

٢٦ احسب محيط مثلث قائم الزاوية طولا ضلعى القائمة (٥ س + ٣) ، (س + ٥) من السنتيمترات ومساحته ٢٤ $سم^{٢}$ «٢٤ سم»

---

٢٧ مثلث قائم الزاوية أطوال أضلاعه ٢ س ، ٢ س + ١ ، س − ١١ من السنتيمترات احسب قيمة س وأوجد محيط المثلث ومساحته. «٢٠ ، ٩٠ سم ، ١٨٠ $سم^{٢}$»

---

٢٨ مستطيل طوله ضعف عرضه وإذا زاد طوله بمقدار ١ سم ونقص عرضه بمقدار ١ سم لنقصت مساحته بمقدار ٧ $سم^{٢}$ أوجد بعدى المستطيل. «٦ سم ، ١٢ سم»

للمتفوقين

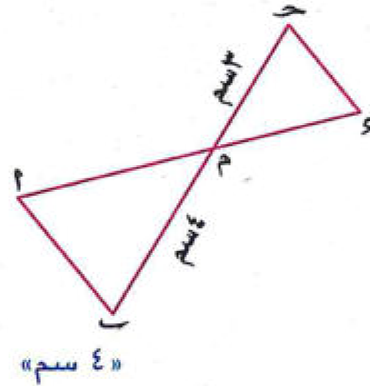
٢٩ فى الشكل المقابل :

Δ م حـ ء ~ Δ م أ ب ،

إذا كان م ب = ٤ سم ، م حـ = ٣ سم

، أ ء = ٧ سم ، م أ > م حـ

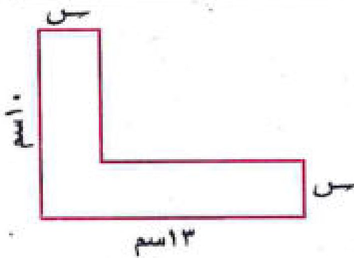
فأوجد طول $\overline{\text{م أ}}$



«٤ سم»

---

٣٠ إذا كانت مساحة الشكل المقابل تساوى ٦٠ $سم^{٢}$ فأوجد قيمة س



«٣ سم»

---

٣١ حجرة عرضها ٩ م ، طولها ١٢ م يخطط مهندس ديكور لشراء سجادة لها بحيث يترك حول السجادة شريط متساوى العرض غير مغطى.

كم يكون عرض الشريط إذا كانت السجادة تغطى نصف مساحة الحجرة ؟ «١,٥ م»

الوحدة 2

القوى الصحيحة غير السالبة والسالبة فى ح

الدرس الأول : القــوى الصحيحــة (غير السالبة والسالبة) فى ح

الدرس الثانى : حل المعادلات الأسية فى ح

الدرس الثالث : العمليــات الحسابيــة على القوى الصحيحة.



أهداف الوحدة: بعد دراسة هذه الوحدة يجب أن يكون التلميذ قادرًا على أن :

- يستدعى ما سبق دراسته عن موضوع الأسس فى ص.
- يتعرف قوانين الأسس غير السالبة فى ح.
- يتعرف الأس السالب لعدد حقيقى لا يساوى الصفر.
- يعمم قوانين الأسس غير السالبة على الأسس السالبة فى ح.
- يحل المعادلات الأسية فى ح.
- يجرى العمليات الحسابية على القوى الصحيحة.
- يستخدم الآلة الحاسبة للتأكد من صحة النتائج.
- يطبق قوانين الأسس لحل بعض المشكلات الحياتية والهندسية.





الدرس 1

القوى الصحيحة (غير السالبة والسالبة) فى ح

القوى الصحيحة غير السالبة فى ح

إذا كان : أ ∈ ح ، ن ∈ ص+

فإن : $أ^ن$ = أ × أ × أ × ... × أ   حيث أ مكرر كعامل ن من المرات

• $أ^ن$ يُقرأ : أ أس ن أ، القوة النونية للعدد أ والعدد أ يُسمى الأساس.

فمثلًا : • $٣^٣$ = (٣ × ٣) × ٣ = ٩ × ٣ = ٢٧

• $(-٢)^٤$ = (-٢ × -٢) × (-٢ × -٢) = ٤ × ٤ = ١٦

ملاحظات

١ إذا كان : أ ∈ $ح^*$ (مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا الصفر)   فإن : $أ^{صفر}$ = ١

فمثلًا : • $(\sqrt{٥})^{صفر}$ = ١   • $(-٢\sqrt{٣})^{صفر}$ = ١

٢ من الضرب المتكرر نعلم أن :

• $(-٤)^٢$ = ١٦ ، $٤^٢$ = ١٦   «لاحظ أن : ٢ عدد زوجى»

• $(-٤)^٣$ = -٦٤ ، - $(٤)^٣$ = -٦٤   «لاحظ أن : ٣ عدد فردى»

أى أن : $(-أ)^ن$ = $أ^ن$ إذا كان ن عددًا زوجيًا.

بينمـا : $(-أ)^ن$ = - $أ^ن$ إذا كان ن عددًا فرديًا.

القوى الصحيحة السالبة فى ح

إذا كان أ عددًا حقيقيًا لا يساوى الصفر ، ن عددًا صحيحًا موجبًا فإن :

$$أ^{-ن} = \frac{١}{أ^{ن}} \quad ، \quad أ^{ن} = \frac{١}{أ^{-ن}}$$

فمثلًا : • $٥^{-٢} = \frac{١}{٥^{٢}} = \frac{١}{٢٥}$ • $\frac{١}{٢^{-٣}} = ٢^{٣} = ٨$

ملاحظات

① لكل أ ∈ ح* ، ن ∈ $ص_{+}$ فإن : $أ^{ن} \times أ^{-ن} = أ^{ن} \times \frac{١}{أ^{ن}} = ١$ (المحايد الضربى)

أى أن : كلًا من $أ^{ن}$ ، $أ^{-ن}$ هو المعكوس الضربى للآخر.

② لكل أ ∈ ح* ، ب ∈ ح* ، ن ∈ $ص_{+}$ فإن : $\left(\frac{أ}{ب}\right)^{-ن} = \left(\frac{ب}{أ}\right)^{ن}$

فمثلًا : $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{-٢} = \left(\frac{٣}{٢}\right)^{٢} = \frac{٩}{٤}$

مثال ١

أوجد فى أبسط صورة كلًا مما يأتى :

١ $\left(\sqrt{٥}\right)^{٣}$ ٢ $\left(\sqrt{٣}\right)^{-٢}$ ٣ $\left(\frac{٢}{٥}\right)^{-٢}$

٤ $(٠,١)^{-٢}$ ٥ $\frac{١}{\left(-\sqrt{٢}\right)^{-٣}}$ ٦ $\frac{٢^{-١}}{٣^{-١} \times ٤}$

الحل

١ $\left(\sqrt{٥}\right)^{٣} = \left(\sqrt{٥} \times \sqrt{٥}\right) \times \sqrt{٥} = ٥\sqrt{٥}$

٢ $\left(\sqrt{٣}\right)^{-٢} = \frac{١}{\left(\sqrt{٣}\right)^{٢}} = \frac{١}{٣}$

٣ $\left(\frac{٢}{٥}\right)^{-٢} = \left(\frac{٥}{٢}\right)^{٢} = \frac{٢٥}{٤}$

٤ $(٠,١)^{-٢} = \left(\frac{١}{١٠}\right)^{-٢} = (١٠)^{٢} = ١٠٠$

٥ $\frac{١}{\left(-\sqrt{٢}\right)^{-٣}} = \left(-\sqrt{٢}\right)^{٣} = -\left(\sqrt{٢}\right)^{٣} = -٢\sqrt{٢}$

٦ $\frac{٢^{-١}}{٣^{-١} \times ٤} = \frac{\frac{١}{٢}}{\frac{١}{٣} \times ٤} = \frac{\frac{١}{٢}}{\frac{٤}{٣}} = \frac{١}{٢} \times \frac{٣}{٤} = \frac{٣}{٨}$

قوانين القوى الصحيحة (غير السالبة والسالبة) فى ح

إذا كان : أ ، ب عددين حقيقيين ، م ، ن عددين صحيحين ومع مراعاة استثناء الحالات التى يكون فيها المقام = صفر ، والحالات التى يكون فيها الأساس = صفر ، الأس = صفر معًا فإن :

القانون	مثال	الشرح
١ $أ^{م} \times أ^{ن} = أ^{م+ن}$	• $٤^{٣} \times ٤^{٢} = ٤^{٣+٢}$ $= ٤^{٥}$	عند ضرب الأعداد ذات الأساسات المتساوية نجمع الأسس.
٢ $\frac{أ^{م}}{أ^{ن}} = أ^{م-ن}$	• $\frac{٣^{٦}}{٣^{٢}} = ٣^{٦-٢} = ٣^{٤}$	عند قسمة الأعداد ذات الأساسات المتساوية نطرح الأسس.
٣ $(أ ب)^{ن} = أ^{ن} ب^{ن}$	• $(٣ \times ٤)^{٢} = ٣^{٢} \times ٤^{٢}$	عند رفع حاصل ضرب عددين لأس نوزع الأس على العددين.
٤ $\left(\frac{أ}{ب}\right)^{ن} = \frac{أ^{ن}}{ب^{ن}}$	• $\left(\frac{٢}{٥}\right)^{٣} = \frac{٢^{٣}}{٥^{٣}}$	عند رفع خارج قسمة عددين لأس نوزع الأس على البسط والمقام.
٥ $(أ^{م})^{ن} = (أ^{ن})^{م} = أ^{م ن}$	• $(٤^{٢})^{٣} = (٤^{٣})^{٢}$ $= ٤^{٣ \times ٢} = ٤^{٦}$	عند رفع عدد مرفوع لأس لأس آخر نضرب الأسين.

مثال ٢

أوجد فى أبسط صورة كلًا مما يأتى :

١ $(\sqrt{٣})^{٧} \times (\sqrt{٣})^{-٩} \times (\sqrt{٣})^{٤}$

٢ $\frac{\sqrt{٣}}{(\sqrt{٣})^{-٢}}$

٣ $(٢\sqrt{٥} \times \sqrt{٣})^{-٢}$

٤ $\left(\frac{٣\sqrt{٣}}{\sqrt{٣}}\right)^{٤}$

٥ $\left((\sqrt{٣})^{-٢}\right)^{٢}$

الحـــل

١ $(\sqrt{٣})^{٧} \times (\sqrt{٣})^{-٩} \times (\sqrt{٣})^{٤} = (\sqrt{٣})^{٧ + (-٩) + ٤} = (\sqrt{٣})^{٢} = ٣$

٢ $\frac{\sqrt{٢}}{(\sqrt{٢})^{-٢}} = (\sqrt{٢})^{١ - (-٢)} = (\sqrt{٢})^{٣} = ٢\sqrt{٢}$

حل آخر باستخدام تعريف الأس السالب : $\frac{\sqrt{٢}}{(\sqrt{٢})^{-٢}} = \sqrt{٢} \times (\sqrt{٢})^{٢} = (\sqrt{٢})^{٣} = ٢\sqrt{٢}$

٣ $(٢\sqrt{٥} \times \sqrt{٣})^{-٢} = ٢^{-٢} \times (\sqrt{٥})^{-٢} \times (\sqrt{٣})^{-٢}$

$= \frac{١}{٢^{٢}} \times \frac{١}{(\sqrt{٥})^{٢}} \times \frac{١}{(\sqrt{٣})^{٢}} = \frac{١}{٤} \times \frac{١}{٥} \times \frac{١}{٣} = \frac{١}{٦٠}$

٤ $\left(\frac{٣\sqrt{٢}}{\sqrt{٣}}\right)^{٤} = \frac{(٣\sqrt{٢})^{٤}}{(\sqrt{٣})^{٤}} = \frac{٣^{٤} \times (\sqrt{٢})^{٤}}{(\sqrt{٣})^{٤}} = \frac{٨١ \times ٤}{٩} = ٣٦$

حل آخر : $\because ٣ = \sqrt{٣} \times \sqrt{٣}$

$\therefore \left(\frac{٣\sqrt{٢}}{\sqrt{٣}}\right)^{٤} = \left(\frac{\cancel{\sqrt{٣}} \times \sqrt{٣} \times \sqrt{٢}}{\cancel{\sqrt{٣}}}\right)^{٤} = (\sqrt{٣})^{٤} \times (\sqrt{٢})^{٤} = ٩ \times ٤ = ٣٦$

٥ $((\sqrt{٣})^{-٢})^{٢} = (\sqrt{٣})^{-٢ \times ٢} = (\sqrt{٣})^{-٤} = \frac{١}{(\sqrt{٣})^{٤}} = \frac{١}{٩}$

مثال ٣

اختصر كلًا مما يأتى لأبسط صورة :

١ $\frac{(\sqrt{٥})^{٧} \times (\sqrt{٥})^{-٥}}{(\sqrt{٥})^{-٢}}$

٢ $\frac{\sqrt{٣} \times (٢\sqrt{٣})^{٢} \times (-\sqrt{٣})^{٥}}{(٢\sqrt{٣})^{٤}}$

٣ $\frac{(\sqrt{١٨})^{٥} \times (\sqrt{٢})^{٣}}{(\sqrt{١٢})^{٤}}$

٤ $\frac{(١٠)^{-٣} \times ٠{,}٠٠١}{(١٠)^{-٩} \times (١٠)^{٣}}$



الحل

١ $$\frac{(\sqrt{٥})^{٧} \times (\sqrt{٥})^{-٥}}{(\sqrt{٥})^{-٢}} = \frac{(\sqrt{٥})^{٧ + (-٥)}}{(\sqrt{٥})^{-٢}} = \frac{(\sqrt{٥})^{٢}}{(\sqrt{٥})^{-٢}} = (\sqrt{٥})^{٢ - (-٢)} = (\sqrt{٥})^{٤} = ٢٥$$

٢ $$\frac{\sqrt{٣} \times (٢\sqrt{٣})^{٢} \times (-\sqrt{٣})^{٥}}{(٢\sqrt{٣})^{٤}} = \frac{\sqrt{٣} \times ٢^{٢} \times (\sqrt{٣})^{٢} \times -(\sqrt{٣})^{٥}}{٢^{٤} \times (\sqrt{٣})^{٤}}$$

$$= -(\sqrt{٣})^{١ + ٢ + ٥ - ٤} \times ٢^{٢ - ٤}$$

$$= -(\sqrt{٣})^{٤} \times ٢^{-٢} = -٩ \times \frac{١}{٢^{٢}} = \frac{-٩}{٤}$$

٣ $$\frac{(\sqrt{١٨})^{٥} \times (\sqrt{٢})^{٣}}{(\sqrt{١٢})^{٤}} = \frac{(٣\sqrt{٢})^{٥} \times (\sqrt{٢})^{٣}}{(٢\sqrt{٣})^{٤}}$$

$$= \frac{٣^{٥} \times (\sqrt{٢})^{٥} \times (\sqrt{٢})^{٣}}{٢^{٤} \times (\sqrt{٣})^{٤}}$$

$$= \frac{٣^{٥} \times (\sqrt{٢})^{٥ + ٣}}{٢^{٤} \times ٣^{٢}} = \frac{٣^{٥} \times (\sqrt{٢})^{٨}}{٢^{٤} \times ٣^{٢}} = \frac{٣^{٥} \times ٢^{٤}}{٢^{٤} \times ٣^{٢}} = ٣^{٥ - ٢} \times ٢^{٤ - ٤}$$

$$= ٣^{٣} \times ٢^{٠} = ٢٧ \times ١ = ٢٧$$

تذكر أن

- $\sqrt{١٨} = \sqrt{٩ \times ٢}$
  $= \sqrt{٩} \times \sqrt{٢} = ٣\sqrt{٢}$
- $\sqrt{١٢} = \sqrt{٤ \times ٣}$
  $= \sqrt{٤} \times \sqrt{٣} = ٢\sqrt{٣}$

تذكر أن

- $(\sqrt{٣})^{٤} = \sqrt{٣^{٤}} = ٣^{٢}$
- $(\sqrt{٢})^{٨} = \sqrt{٢^{٨}} = ٢^{٤}$

٤ $$\frac{١٠^{-٣} \times ٠{,}٠١}{١٠^{-٩} \times ١٠^{٣}} = \frac{١٠^{-٣} \times ١٠^{-٢}}{١٠^{-٩} \times ١٠^{٣}} = \frac{١٠^{-٣ - ٢}}{١٠^{-٩ + ٣}} = \frac{١٠^{-٥}}{١٠^{-٦}}$$

$$= ١٠^{-٥ + ٦} = ١٠^{١} = ١٠$$

تذكر أن

$٠{,}٠١ = ١٠^{-٢}$

حاول بنفسك ١

اختصر كلًا مما يأتي إلى أبسط صورة :

١ $\frac{٤ \times ٦^{٣} \times ٣^{-٥}}{٢^{٥} \times ٣^{٣}}$ **٢** $\left(\frac{٢\sqrt{٥}}{٥\sqrt{٢}}\right)^{٤}$ **٣** $\frac{((\sqrt{٢})^{٣})^{٢} \times (\sqrt{٨})^{٣}}{((\sqrt{٢})^{٥})^{٣}}$

مثال ٤

اختصر لأبسط صورة :

١ $\frac{٤^{س} \times ٢^{س-٣}}{٨^{س-٢}}$

٢ $\frac{٢^{٥ن} \times ٣^{٢ن+١}}{٤^{-ن} \times ٦^{٢ن+١}}$ ثم أوجد قيمة الناتج عندما ن = ١

الحل

١ $\frac{٤^{س} \times ٢^{س-٣}}{٨^{س-٢}} = \frac{٢^{٢س} \times ٢^{س-٣}}{٢^{٣(س-٢)}} = \frac{٢^{٢س} \times ٢^{س-٣}}{٢^{٣س-٦}} = ٢^{٢س+س-٣-(٣س-٦)}$

$= ٢^{٢س+س-٣-٣س+٦} = ٢^{٣} = ٨$

٢ $\frac{٢^{٥ن} \times ٣^{٢ن+١}}{٤^{-ن} \times ٦^{٢ن+١}} = \frac{٢^{٥ن} \times ٣^{٢ن+١}}{(٢^{٢})^{-ن} \times (٢ \times ٣)^{٢ن+١}} = \frac{٢^{٥ن} \times ٣^{٢ن+١}}{٢^{-٢ن} \times ٢^{٢ن+١} \times ٣^{٢ن+١}}$

$= ٢^{٥ن+٢ن-٢ن-١} \times ٣^{٢ن+١-٢ن-١} = ٢^{٥ن-١} \times ٣^{٠} = ٢^{٥ن-١}$

، عندما ن = ١ | $\therefore$ المقدار $= ٢^{٥-١} = ٢^{٤} = ١٦$

مثال ٥

أثبت أن : $\frac{(\sqrt{٣})^{٢-ن} \times (١٥)^{ن+٢}}{(\sqrt{٣})^{-ن} \times ٣^{ن} \times ٥^{ن+٢}} = ٢٧$

الحل

الطرف الأيمن $= \frac{(\sqrt{٣})^{٢-ن} \times (٣ \times ٥)^{ن+٢}}{(\sqrt{٣})^{-ن} \times ٣^{ن} \times ٥^{ن+٢}} = \frac{(\sqrt{٣})^{٢-ن} \times ٣^{ن+٢} \times ٥^{ن+٢}}{(\sqrt{٣})^{-ن} \times ٣^{ن} \times ٥^{ن+٢}}$

$= (\sqrt{٣})^{٢-ن+ن} \times ٣^{ن+٢-ن} \times ٥^{ن+٢-ن-٢}$

$= (\sqrt{٣})^{٢} \times ٣^{٢} \times ٥^{٠} = ٣ \times ٣^{٢} \times ١ = ٣^{٣} = ٢٧ =$ الطرف الأيسر

حاول بنفسك ٢

١ اختصر لأبسط صورة : $\frac{٣^{٢-س} \times (٨١)^{س}}{٣^{س+١} \times ٣^{١-س}}$ ثم أوجد قيمة الناتج عندما س = −١

٢ أثبت أن : $\frac{٩^{س+١} \times ٤^{س}}{٦^{٢س}} = ٩$



مثال ٦

إذا كان: $\text{س} = ٣$ ، $\text{ص} = \sqrt{٣}$ ، $\text{ع} = \frac{١}{\sqrt{٣}}$

فأوجد قيمة كل مما يأتي في أبسط صورة:

١ $(\text{س ص})^{٢}$

٢ $(\text{س} + \text{ص})^{٢}$

٣ $\frac{\text{س}^{-٣}}{\text{ص}^{-٣}}$

٤ $(\text{س}^{-٢}\ \text{ص}^{٤})^{-٢}$

٥ $\text{س}^{٢} + (\text{س ص})^{٢}\ \text{ع}^{٢}$

الحل

١ $(\text{س ص})^{٢} = \text{س}^{٢}\ \text{ص}^{٢} = ٣^{٢} \times (\sqrt{٣})^{٢} = ٩ \times ٣ = ٢٧$

٢ $(\text{س} + \text{ص})^{٢} = \text{س}^{٢} + ٢\ \text{س ص} + \text{ص}^{٢}$

$= ٣^{٢} + ٢ \times ٣ \times \sqrt{٣} + (\sqrt{٣})^{٢}$

$= ٩ + ٦\sqrt{٣} + ٣ = ١٢ + ٦\sqrt{٣}$

لاحظ أن:
- $(\text{أ} + \text{ب})^{\text{ن}} \neq \text{أ}^{\text{ن}} + \text{ب}^{\text{ن}}$
- $(\text{أ} - \text{ب})^{\text{ن}} \neq \text{أ}^{\text{ن}} - \text{ب}^{\text{ن}}$

٣ $\frac{\text{س}^{-٣}}{\text{ص}^{-٣}} = \left(\frac{\text{س}}{\text{ص}}\right)^{-٣} = \left(\frac{٣}{\sqrt{٣}}\right)^{-٣} = \left(\frac{\sqrt{٣}}{٣}\right)^{٣} = \frac{(\sqrt{٣})^{٣}}{٣^{٣}} = \frac{٣\sqrt{٣}}{٢٧} = \frac{\sqrt{٣}}{٩}$

٤ $(\text{س}^{-٢}\ \text{ص}^{٤})^{-٢} = (\text{س}^{-٢})^{-٢} \times (\text{ص}^{٤})^{-٢} = \text{س}^{٤} \times \text{ص}^{-٨}$

$= \frac{\text{س}^{٤}}{\text{ص}^{٨}} = \frac{٣^{٤}}{(\sqrt{٣})^{٨}} = \frac{٣^{٤}}{\sqrt{٣^{٨}}} = \frac{٣^{٤}}{٣^{٤}} = ١$

٥ $\text{س}^{٢} + (\text{س ص})^{٢}\ \text{ع}^{٢} = \text{س}^{٢} + (\text{س ص ع})^{٢}$

$= ٣^{٢} + \left(٣ \times \sqrt{٣} \times \frac{١}{\sqrt{٣}}\right)^{٢}$

$= ٣^{٢} + ٣^{٢} = ٩ + ٩ = ١٨$

مثال ٧

أكمل ما يأتى :

١ $٣^٧ + ٣^٧ + ٣^٧ = ٣^{.....}$

٢ إذا كان : $٥^{س} = ٢$ فإن : $٥^{-س} = ...$

٣ إذا كان : $٣^{س} = ٢$ فإن : $(٢٧)^{س} = ...$

٤ إذا كان : $٢^{س} = ٥$ فإن : $٢^{س+٢} = ...$

٥ إذا كان : $٢^{س} = ١٥$ ، $٢^{ص} = ٥$ فإن : $٢^{س-ص} = ...$

الحل

١ $٣^٧ + ٣^٧ + ٣^٧ = ٣ \times ٣^٧ = ٣^{١+٧} = ٣^٨$

٢ ∵ $٥^{-س} = \frac{١}{٥^{س}}$

، ∵ $٥^{س} = ٢$ ∴ $٥^{-س} = \frac{١}{٢}$

٣ ∵ $(٢٧)^{س} = (٣^٣)^{س} = (٣^{س})^٣$

، ∵ $٣^{س} = ٢$ ∴ $(٢٧)^{س} = ٢^٣ = ٨$

٤ ∵ $٢^{س+٢} = ٢^{س} \times ٢^٢$

، ∵ $٢^{س} = ٥$ ∴ $٢^{س+٢} = ٥ \times ٤ = ٢٠$

٥ ∵ $٢^{س-ص} = \frac{٢^{س}}{٢^{ص}} = \frac{١٥}{٥} = ٣$

حاول بنفسك ٣

١ إذا كانت : $س = \sqrt{٦}$ ، $ص = \sqrt{٣}$ **فأوجد فى أبسط صورة :** $س^٤ ص^{-٤}$

٢ إذا كان : $٧^{س} = ٥$ **فأوجد قيمة :** $٧^{-س}$

٣ إذا كان : $٥^{ص} = ٩$ **فأوجد قيمة :** $(١٢٥)^{ص}$

٤ إذا كان : $٣^{ن+١} = ٦$ **فأوجد قيمة :** $٣^{ن}$

تمارين 10



على القوى الصحيحة (غير السالبة والسالبة) فى ح



اختبار تفاعلى

● تذكر ● فهم ● تطبيق ● حل مشكلات 📖 أسئلة كتاب الوزارة

١ أوجد قيمة كل مما يأتي فى أبسط صورة :

١ $٣^{-٢}$

٢ 📖 $\left(\frac{١}{٤}\right)^{-١}$

٣ $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{-٢}$

٤ 📖 $\left(\sqrt{٥}\right)^{٤}$

٥ $\left(\sqrt{٣}\right)^{-٢}$

٦ 📖 $\left(-\sqrt{٣}\right)^{-٢}$

٧ $\left(\sqrt[٣]{٥}\right)^{-٣}$

٨ $\frac{١}{\left(\sqrt{٥}\right)^{-٢}}$

٩ 📖 $(٠,٠١)^{-٢}$

١٠ $(٠,٢)^{-٢}$

١١ $\left(\sqrt{٢}\right)^{-٢}$

١٢ 📖 $\left(\frac{\sqrt{٣}}{٣}\right)^{-٥}$

٢ اختصر كلًا مما يأتي إلى أبسط صورة حيث س $\neq$ ٠ :

١ $س^{٣} \times س^{-٢} \times س^{-١}$

٢ $س^{-٤} \div س^{-٣}$

٣ $(س^{٢})^{-٣} \times (س^{-٣})^{-٢}$

٤ $\frac{س^{٢} \times س^{-٣}}{س^{-٤} \times س}$

٥ $\frac{(س^{٢})^{-٣} \times (س^{-١})^{٢}}{س^{-٣} \times س^{-٤}}$

٣ اختصر كلًا مما يأتي إلى أبسط صورة :

١ 📖 $\left(\sqrt{٢}\right)^{٢} \times \left(\sqrt{٢}\right)^{٤}$ «٨»

٢ $\left(\sqrt{٧}\right)^{٥} \times \left(\sqrt{٧}\right)^{-٢} \times \left(\sqrt{٧}\right)^{-١}$ «٧»

٣ $\left(\sqrt{٢}\right)^{٤} \times \left(-\sqrt{٢}\right)^{٢} \times \left(\sqrt{٢}\right)^{-٢}$ «٤»

٤ $\sqrt{٣} \times \left(-\sqrt{٣}\right)^{٣} \times \left(-\sqrt{٣}\right)^{٤}$ «-٨١»

٥ $\left(\sqrt{٥}\right)^{-٤} \div \left(\sqrt{٥}\right)^{-٦}$ «٥»

٦ 📖 $\left(-\sqrt{٥}\right)^{٩} \div \left(-\sqrt{٥}\right)^{٥}$ «٢٥»

٧ 📖 $\left(\frac{-١}{\sqrt{٢}}\right)^{٦}$ «$\frac{١}{٨}$»

٨ 📖 $\left(\left(\sqrt{٢}\right)^{٣} \times \left(-\sqrt{٢}\right)^{٢}\right)^{٢}$ «٣٢»

٩ 📖 $\left(\sqrt{٣}\right)^{-٤} \times \left(-\sqrt{٢}\right)^{٤}$ «$\frac{٤}{٩}$»

١٠ 📖 $\left((-٥)^{٣}\right)^{٢} \times \left(-\sqrt{٥}\right)^{-٤}$ «٦٢٥»

٤ اختصر كلًّا مما يأتي إلى أبسط صورة :

١ $\frac{(\sqrt{7})^{-4} \times (\sqrt{7})^{-3}}{(\sqrt{7})^{-9}}$ «٧»

٢ $\frac{(\sqrt{3})^{7} \times (\sqrt{3})^{8}}{(\sqrt{3})^{6}}$ «٨١ $\sqrt{3}$»

٣ $\frac{(\sqrt{3})^{8} \times (-\sqrt{3})^{6}}{(\sqrt{3})^{12}}$ «٣»

٤ $\frac{(2\sqrt{7})^{-2} \times (\sqrt{2})^{-4}}{(\sqrt{7})^{-2}}$ «$\frac{1}{16}$»

٥ $\frac{(3\sqrt{2})^{4} \times (\sqrt{2})^{2}}{(2\sqrt{3})^{2}}$ «٥٤»

٦ $\frac{(\sqrt{3})^{-4} \times (\sqrt{2})^{3} \times (3\sqrt{3})^{5}}{(3\sqrt{2})^{5} \times \sqrt{3}}$ «$\frac{1}{2}$»

٧ $\frac{(\sqrt{3})^{5} \times (\sqrt{3})^{4}}{(\sqrt{3})^{3} \times 27}$ «١»

٨ $\frac{(\sqrt{2})^{5} \times (10)^{6}}{(\sqrt{2})^{3} \times 2^{3} \times 5^{5}}$ «٨٠»

٩ $\frac{(15)^{-2} \times (\sqrt{5})^{3} \times 3^{3}}{9 \times (\sqrt{5})^{-3}}$ «$\frac{5}{3}$»

١٠ $\frac{(10)^{2} \times (10)^{-7}}{(0{,}1)^{2} \times 0{,}001}$ «١»

١١ $\left(\frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}\right)^{4}$ «$\frac{9}{4}$»

١٢ $\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right)^{2} \times \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^{4}$ «$\frac{2}{3}$»

٥ اختصر كلًّا مما يأتي إلى أبسط صورة :

١ $\frac{9^{س} \times 3^{س+2}}{(27)^{س}}$ «٩»

٢ $\frac{2^{2س} \times 3^{س-1}}{(12)^{س}}$ «$\frac{1}{3}$»

٣ $\frac{2^{س} \times 4^{س+1}}{8^{س}}$ «٤»

٤ $\frac{(36)^{ن} \times 5^{2ن}}{(30)^{2ن}}$ «١»

٥ $\frac{2^{س} \times (49)^{س-1}}{(98)^{س}}$ «$\frac{1}{49}$»

٦ $\frac{4^{س+2} \times 9^{س+3}}{6^{2س+3}}$ «٥٤»

[٧] $\frac{٤^{ن} \times ٦^{٢ن}}{٢^{٤ن} \times ٣^{٢ن}}$ «١»

[٨] $\frac{(٨١)^{س} \times ٦^{٢س}}{(٢٧)^{٢س - ١} \times ٤^{س}}$ «٢٧»

[٩] $\frac{٢^{ن} \times ٩^{ن + ١} \times (\sqrt{٢})^{٢}}{٦ \times (١٨)^{ن}}$ «٣»

[١٠] $\frac{٣ \times (١٨)^{س + ١} \times ٢^{س}}{٢ \times (٣٦)^{س}}$ «٢٧»

[١١] $\frac{٦^{ن} \times ٤^{ن + \frac{١}{٢}}}{(٢٤)^{ن}}$ «٢»

[١٢] 📖 $\frac{٨^{ن - ١} \times ٣٢^{-ن}}{٣٢ \times ٤^{-ن}}$ «$\frac{١}{٢٥٦}$»

[١٣] 📖 $\frac{٤^{س + ١} \times ٩^{٢ - س}}{٦^{٢س}}$ ثم أوجد قيمة الناتج عندما س = ١ «٤»

[١٤] $\frac{٩^{س - ١} \times (\sqrt{٢})^{٦س}}{٨^{س} \times (\sqrt{٣})^{٢س}}$ ثم أوجد قيمة الناتج عندما س = ٢ «١»

[١٥] $٤^{س - ١} \times ٢^{٣س + ٢} \times \left(\frac{١}{٢}\right)^{٣س}$ ما قيمة الناتج إذا كانت : $٢^{س} = ٥$ ؟ «٢٥»

---

[٦] أثبت أن : $\frac{(٢٧)^{س - ١} \times ٨^{س}}{(٢\sqrt{٢})^{٢س} \times (٣\sqrt{٣})^{٢س}} = \frac{١}{٢٧}$

---

[٧] 📖 إذا كان : $أ = \sqrt{٣}$ ، $ب = \sqrt{٢}$ **فأوجد قيمة :**

[١] $أ^{٤} - ب^{٤}$

[٢] $\frac{أ^{٤}}{ب^{٤}}$ «٥ ، $\frac{٩}{٤}$»

---

[٨] 📖 إذا كان : $س = ٢\sqrt{٢}$ ، $ص = ٣$ **فأوجد قيمة المقدار :** $(س^{٢} - ص^{٢})^{٣}$ «−١»

---

[٩] 📖 إذا كانت : $س = \frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ، $ص = \frac{١}{\sqrt{٣}}$ ، $ع = \frac{\sqrt{٢}}{٢}$

فأوجد قيمة : $س^{٢} + (س ع)^{٢} \times ص^{٢}$ «$\frac{٧}{٨}$»

● تذكر ● فهم ○ تطبيق ⁂ حل مشكلات

١٠ إذا كان : $أ = \frac{٣\sqrt{٢}}{٢}$ ، $ب = \frac{\sqrt{٣}}{\sqrt{٢}}$ فأثبت أن : $\left(\frac{أ}{ب}\right)^{٢} - ٣\left(\frac{ب}{أ}\right)^{٢} = ٢$

---

١١ إذا كان : $س = ٢$ ، $ص = \sqrt{٣}$ فأوجد في أبسط صورة قيمة :

[١] $٣\,(س + ص)^{٤}\,(س - ص)^{٤}$ [٢] $\left(\frac{س + ص}{س - ص}\right)^{-٢}$ «٣ ، $٩٧ - ٥٦\sqrt{٣}$»

---

١٢ إذا كان : $أ = \frac{١}{\sqrt{٢}}$ ، $ب = -١$ فأوجد قيمة : $٧\,أ^{٦} + (١ - ب)^{-٣}$ «١»

---

١٣ إذا كانت : $س = ٣$ ، $ص = \sqrt{٢}$ فأوجد في أبسط صورة قيمة كل من :

[١] $س^{-٢}\,ص^{-٤}$ [٢] $(س^{-٢} \times ص^{٤})^{-٢}$

[٣] $\left(\frac{س}{ص}\right)^{-٣}$ «$\frac{١}{٣٦}$ ، $\frac{٨١}{١٦}$ ، $\frac{٢\sqrt{٢}}{٢٧}$»

---

١٤ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] $٥^{٢} + ٥^{٢} =$ ....

(أ) $١٠^{٢}$ (ب) $١٠^{٤}$ (جـ) $٥^{٤}$ (د) ٥٠

[٢] $٣^{٥} \times ٢^{٥} =$ ....

(أ) $٥^{١٠}$ (ب) $٦^{١٠}$ (جـ) $٦^{٥}$ (د) $٦^{٢٥}$

[٣] $(٥\,أ)^{\text{صفر}} =$ .... ، $أ \neq ٠$

(أ) ٥ (ب) أ (جـ) ٥ أ (د) ١

[٤] $٣\,س^{\text{صفر}} =$ .... ، $س \neq ٠$

(أ) ٠ (ب) ١ (جـ) ٣ (د) ٣ س

[٥] $٣^{(٢^{٣})} =$ ....

(أ) $٣^{٦}$ (ب) $٣^{٥}$ (جـ) $٣^{٨}$ (د) $٣^{٣٢}$

[٦] $(٥^{٢})^{٣} =$ ....

(أ) $٥^{٦}$ (ب) $٥^{٥}$ (جـ) $٥^{٣٢}$ (د) ٥

[٧] $٤^{٣} + ٤^{٣} + ٤^{٣} + ٤^{٣} =$ ....

(أ) $٤^{٣}$ (ب) $٤^{٤}$ (جـ) $٤^{١٢}$ (د) $٤^{٨١}$

[٨] ربع العدد $٤^{٢٠} =$ ....

(أ) $١^{٢٠}$ (ب) $٤^{١٩}$ (جـ) $٤^{١٦}$ (د) $٤^{٥}$

٩ أربعة أمثال العدد $٢^{٨}$ هو ....

(أ) $٢^{٣٢}$ (ب) $٨^{٨}$ (جـ) $٢^{١٠}$ (د) $٤^{٨}$

١٠ سدس العدد : $٢^{١٢} \times ٣^{١٢}$ هو ....

(أ) $٦^{٢}$ (ب) $٦^{٤}$ (جـ) $٦^{١١}$ (د) $٦^{٢٣}$

١١ قيمة المقدار : $٢^{٥} + (\sqrt{٢})^{١٠}$ تساوى ....

(أ) $٢^{٦}$ (ب) $٢^{١٠}$ (جـ) $(\sqrt{٢})^{١٥}$ (د) $(\sqrt{٢})^{٢٠}$

١٢ قيمة المقدار : $(٢)^{٢٠} + (٢)^{٢١}$ تساوى ....

(أ) ٢×٢^{٤٠} (ب) ٢×٢^{٤١} (جـ) ٣×٢^{٢٠} (د) ٣×٢^{٢١}

١٣ أى مما يأتى هو الأقرب إلى $(١١)^{٢} + ٩^{٢}$ ؟

(أ) $٢٢ + ١٨$ (ب) $٢١١ + ٢٩$ (جـ) $١٢٠ + ٢٠$ (د) $١٢٠ + ٨٠$

١٤ إذا كان : $٣^{س} = ٤$ فإن : $٣^{-س} =$ ....

(أ) -٤ (ب) $\frac{١}{٤}$ (جـ) ٤ (د) ١٢

١٥ إذا كان : $٢^{س} = ٥$ فإن : $٨^{س} =$ ....

(أ) ٥ (ب) ١٥ (جـ) ٢٥ (د) ١٢٥

١٦ إذا كان : $٦^{س} = ١١$ فإن : $٦^{س+١} =$ ....

(أ) ١٢ (ب) ٢٢ (جـ) ٦٦ (د) ٧٢

١٧ إذا كان : $٥^{س} = ٤$ فإن : $٥^{س-١} =$ ....

(أ) ١,٢٥ (ب) ٠,٨ (جـ) ٠,١٢٥ (د) ٠,٠٨

١٨ $٠,٠٠٢ \times ٠,٠٥ =$ ....

(أ) $١٠^{-٥}$ (ب) $١٠^{-٤}$ (جـ) $١٠^{٤}$ (د) $١٠^{٥}$

١٩ إذا كان : $س = \frac{\sqrt{٩}}{\sqrt{٣}}$ فإن : $س^{-١} =$ ....

(أ) $\frac{\sqrt{٣}}{٣}$ (ب) $\frac{\sqrt{٣}}{\sqrt{٢}}$ (جـ) $\sqrt{٣}$ (د) ٢

[٢٠] $س^{م - ١} \times$ .... $= ١$ ، $س \neq ٠$

(أ) $س^{م - ١}$ (ب) $س^{-م - ١}$ (جـ) $س^{م + ١}$ (د) $س^{-م + ١}$

[٢١] $\left(\sqrt{٣} + \sqrt{٢}\right)^{٩} \left(\sqrt{٣} - \sqrt{٢}\right)^{٩} =$ ....

(أ) ١ (ب) $\sqrt{٥}$ (جـ) $\sqrt{٦}$ (د) ٥

[٢٢] القيمة العددية للمقدار : $\frac{٢^{٢ن+١} \times ٥^{٢ن+١}}{(١٠)^{٢ن}}$ تساوى ....

(أ) $\frac{١}{١٠}$ (ب) ٧ (جـ) ١٠ (د) ١٠٠

---

١٥ أكمل ما يأتى :

[١] $\left(\sqrt{٣}\right)^{٤} \times \left(\sqrt{٣}\right)^{٢} = ٣^{......}$

[٢] $\frac{\left[\left(\sqrt{٧}\right)^{٣}\right]^{٢}}{\left[\left(\sqrt{٧}\right)^{٢}\right]^{٣}} =$ ....

[٣] $\left(\left(\sqrt{٥}\right)^{٩}\right)^{١١} - \left(\left(\sqrt{٥}\right)^{١١}\right)^{٩} =$ ....

[٤] $م^{......} \times م^{٦} = م^{٦}$ ، $م \neq ٠$

[٥] أبسط صورة للمقدار : $٢^{صفر} \times ٢^{-١} \times \left(\frac{-١}{\sqrt{٢}}\right)^{٢} =$ ....

[٦] أكبر عدد فى العددين $\left(-\sqrt{٢}\right)^{٢٥}$ ، $\left(-\sqrt{٢}\right)^{٢٤}$ هو ....

[٧] إذا كان أربعة أمثال عدد هو $٤^{٢}$ فإن : $\frac{٣}{٤}$ هذا العدد هو ....

[٨] إذا كان : $(س - ٥)^{صفر} = ١$ فإن : $س \in$ ....

[٩] إذا كانت : $س = \left(\sqrt{٢} + ٣\right)^{٥}$ ، $ص = \left(\sqrt{٢} + ٣\right)^{-٥}$

فإن : $س ص =$ ....

[١٠] إذا كان : $\left(\frac{١}{٢}\right)^{س} = ٥$ فإن : $(٨)^{-س} =$ ....

[١١] إذا كان : $٢^{س} = ٧$ ، $٢^{ص} = ٥$ فإن : $٢^{س + ص} =$ ....

[١٢] إذا كان : $٥^{س} = ٣$ ، $٥^{-ص} = ٧$ فإن : $٥^{س + ص} =$ ....



للمتفوقين

16 أكمل ما يأتى :

1 إذا كان : $س^{٣} ص^{-٣} = ٨$ فإن : $ص^{٢} س^{-٢} = ...$

2 إذا كان : $س = \sqrt{٢}$ ، $ص = (\sqrt{٢})^{-١}$ فإن : $س^{١٠١} ص^{١٠٠} = ...$

3 إذا كان : $٣^{س + ٢} = ١٨$ فإن : $(٨١)^{س} = ...$

4 إذا كان : $٢^{س} = ٣$ ، $٢^{ص} = ٥$ فإن : $٤^{٢س + ص} = ...$

---

17 اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

1 $٥ \times ٥ \times ٥ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ = ٤ \times ....$

(أ) $٥^{٣}$ (ب) $٢^{٣}$ (جـ) $١٠^{٣}$ (د) $٥^{٣} + ٢^{٣}$

2 إذا كانت : $٣س - ص = ١٢$ فما هى قيمة : $\frac{٨^{س}}{٢^{ص}}$ ؟

(أ) $٢^{١٢}$ (ب) $٤^{٤}$

(جـ) $٨^{٢}$ (د) المعلومات لا تكفى الحل.

3 $٢^{٢٠١١} = ٢^{٢٠١٠} + ...$

(أ) ٢ (ب) ٢٠١٠ (جـ) $٢^{٢٠١٠}$ (د) $٢^{٢٠١١}$

4 $٢^{١٠٠٠} + ٢٥٦^{١٢٥} = ...$

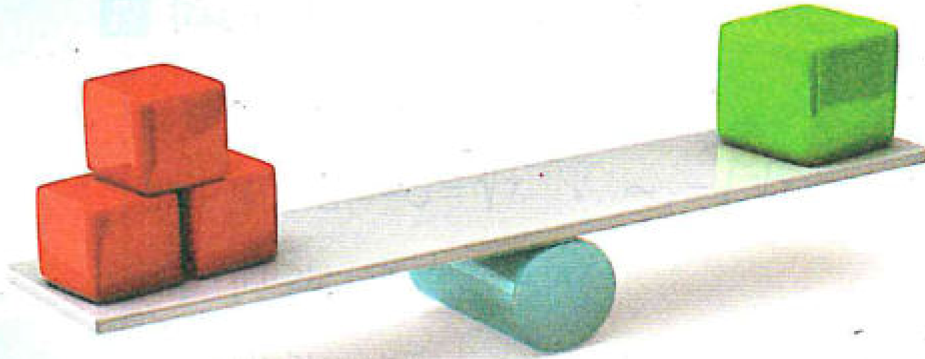
(أ) $٢٥٨^{١٢٥}$ (ب) $٢٥٨^{١١٢٥}$ (جـ) $٢^{١٠٠١}$ (د) $٤^{١٠٠٠}$

5 📖 إذا كانت : $س \neq ٠$ ، $س + \frac{١}{س} = \sqrt{٥}$ فإن : $س^{٢} + \frac{١}{س^{٢}} = ...$

(أ) ١ (ب) ٣ (جـ) ٥ (د) ٧

6 📖 الرقم فى خانة آحاد العدد $٣^{١٢} \times ٢^{١٤}$ هو ....

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٤ (د) ٦



الدرس 2

حل المعادلات الأسية فى ح

المعادلات الأسية

المعادلات الأسية هى المعادلات التى يكون فيها المجهول عبارة عن أس.

أمثلة للمعادلات الأسية : • $5^{ن} = 125$ • $3^{س+4} = 27$

ويمكن حل بعض المعادلات الأسية باستخدام إحدى الطريقتين الآتيتين :

الطريقة الأولى

نجعل الأساس = الأساس فيكون : الأس = الأس بشرط أن الأساس ≠ ٠ أ، ± ١

أى أنه :

إذا كان : أ عددًا حقيقيًا ، م ، ن عددين صحيحين

وكان : $أ^{م} = أ^{ن}$ فإن : م = ن حيث : أ ≠ ٠ ، أ ≠ ± ١

فمثلًا : إذا كان : $3^{ن} = 9$ فإن : $3^{ن} = 3^{2}$

، ∵ الأساس = الأساس ∴ الأس = الأس ∴ ن = ٢

الطريقة الثانية

نجعل الأس = الأس فيكون :

إما الأساس = الأساس إذا كان الأس فرديًا

أ، الأساس = ± الأساس إذا كان الأس زوجيًا

أ، الأس = صفر إذا كان الأساس ≠ ± الأساس

أى أنه :

إذا كان : أ ، ب عددين حقيقيين ، م عددًا صحيحًا وكان : $أ^م = ب^م$ فإن :

- أ = ب إذا كان : م عددًا فرديًا **فمثلًا :** إذا كان : $س^٥ = ٣^٥$ فإن : س = ٣
- أ = ± ب إذا كان : م عددًا زوجيًا **فمثلًا :** إذا كان : $س^٢ = ٣^٢$ فإن : س = ± ٣
- م = صفر إذا كان : أ ≠ ± ب

فمثلًا : إذا كان : $٧^{س-٢} = ٥^{س-٢}$ فإن : س − ٢ = ٠ ومنها س = ٢

مثال ١

أوجد قيمة س فى كل مما يأتى :

١ $٢^{س+٥} = ٨$

٢ $٩^{س-١} = \frac{١}{٨١}$

٣ $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{س+٢} = \left(٢\frac{٧}{٩}\right)^{-٢}$

٤ $٣^{٢س-٦} = ٥^{٢س-٦}$

٥ $٧^{س(س-٣)} = ١$

٦ $٣^{س+٢} = س^{س+٢}$

الحل

١ ∵ $٢^{س+٥} = ٨$ ∴ $٢^{س+٥} = ٢^٣$

، ∵ الأساس = الأساس ∴ الأس = الأس

∴ س + ٥ = ٣ ∴ س = −٢

٢ ∵ $٩^{ن-١} = \frac{١}{٨١}$ ∴ $٩^{ن-١} = \frac{١}{٩^{٢}} = ٩^{-٢}$

، ∵ الأساس = الأساس ∴ الأس = الأس

∴ $ن - ١ = -٢$ ∴ $ن = -١$

٣ ∵ $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{ن+٢} = \left(٢\frac{٧}{٩}\right)^{-٢}$ ∴ $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{ن+٢} = \left(\frac{٢٥}{٩}\right)^{-٢}$

∴ $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{ن+٢} = \left(\frac{٩}{٢٥}\right)^{٢}$ ∴ $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{ن+٢} = \left[\left(\frac{٣}{٥}\right)^{٢}\right]^{٢}$

∴ $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{ن+٢} = \left(\frac{٣}{٥}\right)^{٤}$

، ∵ الأساس = الأساس ∴ الأس = الأس

∴ $ن + ٢ = ٤$ ∴ $ن = ٢$

٤ ∵ $٣^{٣ن-٦} = ٥^{٣ن-٦}$ ، ∵ الأس = الأس

∴ إما أن يكون : الأساس = الأساس أو يكون : الأس = صفر

، ∵ $٣ \neq ٥$ ∴ $٣ن - ٦ =$ صفر

∴ $٣ن = ٦$ ∴ $ن = ٢$

٥ ∵ $٧^{ن(ن-٣)} = ١$

∴ $٧^{ن(ن-٣)} = ٧^{\text{صفر}}$

، ∵ الأساس = الأساس

∴ الأس = الأس

∴ $ن(ن - ٣) = ٠$

∴ إما $ن = ٠$ أو $ن - ٣ = ٠$ ومنها $ن = ٣$

لاحظ أنه :

إذا كان : $أ^{ن} = ١$ فإن : $ن = ٠$

حيث : $أ \neq ٠$ ، $أ \neq \pm ١$

٦ $\because$ $٣^{ن+٢} = ن^{ن+٢}$ ، $\because$ الأس = الأس

$\therefore$ إما أن يكون الأساس = الأساس ومنها $ن = ٣$

أو يكون الأس = صفر

ومنها : $ن + ٢ =$ صفر $\therefore$ $ن = -٢$

حاول بنفسك ١

أوجد قيمة $ن$ فى كل مما يأتى :

١ $٢^{ن-٢} = ١٦$

٢ $٤^{ن+١} = \frac{١}{٦٤}$

٣ $٣^{ن-٥} = ٧^{ن-٥}$

مثال ٢

أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية فى ح :

١ $\frac{(١٨)^{ن}}{٨^{ن} \times ٩^{ن}} = ١٦$

٢ $٣^{|س|} = ٨١$

٣ $\left(\frac{٣}{٢}\right)^{س^{٢}-س} = ٢\frac{١}{٤}$

٤ $\frac{١}{(س+٣)^{٢}} = ٠,٠١$

الحل

١ $\because$ $\frac{(١٨)^{ن}}{٨^{ن} \times ٩^{ن}} = ١٦$ $\therefore$ $\frac{(٣^{٢} \times ٢)^{ن}}{(٢^{٣})^{ن} \times (٣^{٢})^{ن}} = ١٦$ $\therefore$ $\frac{\cancel{٣^{٢ن}} \times ٢^{ن}}{٢^{٣ن} \times \cancel{٣^{٢ن}}} = ٢^{٤}$

$\therefore$ $٢^{ن-٣ن} = ٢^{٤}$ $\therefore$ $٢^{-٢ن} = ٢^{٤}$ $\therefore$ $-٢ن = ٤$

$\therefore$ $ن = -٢$ $\therefore$ م.ح $= \{-٢\}$

٢ $\because$ $٣^{|س|} = ٨١$ $\therefore$ $٣^{|س|} = ٣^{٤}$ $\therefore$ $|س| = ٤$

$\therefore$ $س = \pm ٤$ $\therefore$ م.ح $= \{٤ ، -٤\}$

٣ $\because$ $\left(\frac{٣}{٢}\right)^{س^{٢}-س} = ٢\frac{١}{٤}$ $\therefore$ $\left(\frac{٣}{٢}\right)^{س^{٢}-س} = \frac{٩}{٤}$

$\therefore$ $\left(\frac{٣}{٢}\right)^{س^{٢}-س} = \left(\frac{٣}{٢}\right)^{٢}$ $\therefore$ $س^{٢} - س = ٢$

∴ $س^٢ - س - ٢ = ٠$ وبالتحليل : ∴ $(س - ٢)(س + ١) = ٠$

∴ إما $س - ٢ = ٠$ ومنها $س = ٢$

أ، $س + ١ = ٠$ ومنها $س = -١$ ∴ م.ح = {٢ ، -١}

٤ ∵ $\frac{١}{(س + ٣)^٢} = ٠,٠١$ ∴ $\frac{١}{(س + ٣)^٢} = \frac{١}{١٠٠}$

∴ $\frac{١}{(س + ٣)^٢} = \frac{١}{(١٠)^٢}$ ∴ $(س + ٣)^٢ = (١٠)^٢$

، ∵ الأس عدد زوجى ∴ $س + ٣ = ١٠$ ومنها $س = ٧$

أ، $س + ٣ = -١٠$ ومنها $س = -١٣$ ∴ م.ح = {٧ ، -١٣}

حل آخر :

∵ $\frac{١}{(س + ٣)^٢} = ٠,٠١$ ∴ $\frac{١}{(س + ٣)^٢} = \frac{١}{١٠٠}$

∴ $(س + ٣)^٢ = ١٠٠$ ∴ $س + ٣ = \pm\sqrt{١٠٠}$

∴ $س + ٣ = \pm ١٠$ ∴ $س + ٣ = ١٠$ ومنها $س = ٧$

أ، $س + ٣ = -١٠$ ومنها $س = -١٣$

∴ مجموعة الحل = {٧ ، -١٣}

حاول بنفسك ٢

أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية فى ح :

١ $٢^{س^٢ - ٩} = ١$ **٢** $(\sqrt{٣})^{|س|} = ٩$ **٣** $\frac{٤^س \times ٩^{س+١}}{(٣٦)^س} = ٣س$



تمارين 11 على حل المعادلات الأسية فى ح



اختبار تفاعلى

● تذكر ● فهم ● تطبيق ● حل مشكلات   أسئلة كتاب الوزارة

١ أوجد قيمة ن فى كل مما يأتى حيث ن ∈ ص:

١) $٥^{ن} = ٢٥$ «٢»

٢) $٢^{-ن} = ٣٢$ «-٥»

٣) $٣^{ن-٢} = ٨١$ «٦»

٤) $٣^{ن-٢} = ١$ «٢»

٥) $٣^{ن-٢} = \frac{١}{٩}$ «صفر»

٦) $(\sqrt{٣})^{ن-١} = ٩$ «٥»

٧) $\left(\frac{٢}{٥}\right)^{٢ن-١} = \frac{٨}{١٢٥}$ «٢»

٨) $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{ن+٢} = \frac{١٢٥}{٢٧}$ «-٥»

٩) $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{ن-٤} = ٢\frac{١}{٤}$ «٢»

١٠) $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{ن+٥} = \left(٣\frac{٣}{٨}\right)^{-٢}$ «١»

١١) $٥^{٢ن-٤} = ٧^{٢ن-٤}$ «٢»

١٢) $٣^{ن-٤} = ن^{ن-٤}$ «٣ أ، ٤»

١٣) $٩ \times ٣^{ن-٤} = ١$ «٢»

١٤) $٢ \times ٤^{ن+٣} = \frac{١}{٣٢}$ «-٦»

---

٢ أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية فى ح:

١) $٦^{س^{٢}-٤} = ٧^{س^{٢}-٤}$ «{-٢ ، ٢}»

٢) $٢^{س^{٢}-٩} = ١$ «{-٣ ، ٣}»

٣) $٢^{س^{٢}-س} = ٤$ «{-١ ، ٢}»

٤) $٥^{|س|} = ١٢٥$ «{-٣ ، ٣}»

٥) $(٣٢)^{س-٣} = ٨^{٢س+١}$ «{-١٨}»

٦) $٣^{س-٣} = (\sqrt{٣})^{س+٥}$ «{١١}»

٧) $٢٥ \times ٣^{س-١} = ٩ \times ٥^{س-١}$ «{٣}»

---

٣ أوجد قيمة ن فى كل مما يأتى حيث ن ∈ ص:

١) $\frac{٢^{ن} \times ٩^{ن+١}}{(١٨)^{ن}} = ٣^{ن}$ «٢»

٢) $\frac{٨^{ن} \times ٩^{ن}}{(١٨)^{ن}} = ٦٤$ «٣»

٣) $\frac{٦^{٢ن-٢}}{٢^{ن-١} \times ٣^{ن-١}} = ٦$ «٣»

٤) $\frac{(١٢)^{ن-١}}{٢^{ن-١} \times ٣^{ن-١}} = ١$ «١»

٥ $\frac{٣^{ن} \times ٨^{ن}}{(١٢)^{ن+١}} = \frac{١}{٣}$ «٢»

٦ $\frac{٤^{٢ن} \times (\sqrt{٣})^{٤ن}}{٩^{ن} \times ٤^{ن}} = \frac{١}{١٦}$ «-٢»

٧ $\frac{٤^{ن-١} \times ٢^{ن+٣}}{٨^{ن}} = ٢^{ن^٢}$ «±١»

٨ $\frac{(١٤)^{٢ن} \times ٤^{ن+١}}{٤ \times ٧^{ن} \times ١٦^{ن}} = ٤٩$ «٢»

---

٤ أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية فى ح :

١ $(س - ٤)^{٥} = ٣٢$ «{٦}»

٢ $\frac{١}{(س + ٩)^{٤}} = ٠,٠٠٠١$ «{١ ، -١٩}»

٣ $(س^{٢} - س)^{٥} = ٣٢$ «{-١ ، ٢}»

٤ $(\sqrt{٣})^{س^{٢} - س} = ١$ «{٠ ، ١}»

٥ $٥^{س^{٢} - ٥س} = ٠,٠٠١٦$ «{٤ ، ١}»

٦ $٥^{س^{٢}} = ٢٥^{س + ٤}$ «{٤ ، -٢}»

---

٥ إذا كان : $\frac{٦^{٢ن} \times ٢^{٢ن}}{٤^{٢ن} \times ٣^{٢ن+٤}} = ٩^{-س}$ **فأوجد قيمة : س** «٢»

٦ إذا كان : $\frac{(٨١)^{س} \times ٤^{س}}{٦^{٢س} \times ٣^{٢س}} = ٣^{ص - ١}$ **أوجد قيمة : ص** «١»

٧ إذا كان : $\frac{٧^{س} \times ٦^{س}}{(١٤)^{س}} = ٣^{٢ - ص}$ **أوجد قيمة : س + ص** «٢»

٨ إذا كان : $\left(\sqrt{\frac{٣}{٢}}\right)^{س} = \frac{٤}{٩}$ **فأوجد قيمة :** $\left(\frac{٣}{٢}\right)^{س+١}$ «$\frac{٨}{٢٧}$»

٩ إذا كان : $\frac{٤٩^{ن} \times ٢٥^{٢ن} \times ٣^{٤ن}}{٧^{-ن} \times ١٥^{٤ن}} = ٣٤٣$ **فأوجد قيمة :** $٦^{٢ن}$ «٣٦»

١٠ إذا كان : $٣^{س} = ٢٧$ ، $٤^{س+ص} = ١$ **فأوجد قيمتي : س ، ص** «٣ ، -٣»

١١ إذا كان : $٢^{٢س - ١} = ٨$ ، $(\sqrt[٣]{٥})^{س+ص} = ٢٥$ **أوجد قيمتي : س ، ص** «٢ ، ٤»

---

١٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت : $٣^{س+١} = ٥^{س+١}$ فإن : س = ...

(أ) ٤ (ب) ٣ (جـ) -١ (د) ١

٢ إذا كان : $٣^{٢+س} = ٥^{س+٢}$ فإن : $٧^{س+٢}$ = ...

(أ) ٧ (ب) -٧ (جـ) -١٤ (د) ١

٣ إذا كان : $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{٩} = \left(\frac{٣}{٢}\right)^{س}$ فإن : س = ...

(أ) −٩ (ب) ٩ (جـ) ٣٢ (د) ٢٣

٤ إذا كان : $٢^{س} = \frac{١}{٨}$ فإن : $س^{٢}$ = ...

(أ) $\frac{١}{٤}$ (ب) ٩ (جـ) −٩ (د) $-\frac{١}{٩}$

٥ إذا كان : $٣^{س-١} = \sqrt[٣]{\frac{١}{٢٧}}$ فإن : س = ...

(أ) ١ (ب) صفر (جـ) −١ (د) −٢

٦ إذا كان : $\left(\sqrt{٣}\right)^{س+١} = ٣\sqrt{٣}$ فإن : س = ...

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) صفر (د) ٣

٧ إذا كان : $٢^{س-٢} = ٢^{١-٢س}$ فإن : س = ...

(أ) ٢ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) ١ (د) صفر

٨ إذا كان : $٣^{س} = ٩$ فإن : $٢^{س} - ١$ = ...

(أ) ٧ (ب) ٣ (جـ) ٨ (د) ٥

٩ إذا كان : $٢^{٢س} = ٤$ فإن : $٢^{٥س}$ = ...

(أ) ٣٢ (ب) ١٦ (جـ) ١٠ (د) ٨

١٠ إذا كان : $٠,٠٥ \times ٠,٠٠٢ = ١٠^{س}$ فإن : س = ...

(أ) −٤ (ب) صفر (جـ) ٢ (د) ٤

١١ إذا كان : $٢^{س-١} \times ٣^{١-س} = \frac{٩}{٤}$ فإن : س = ...

(أ) −٣ (ب) −١ (جـ) ١ (د) ٣

١٢ إذا كان : $٢^{س} = \left(٢\sqrt{٥} + ٣\sqrt{٢}\right)\left(٢\sqrt{٥} - ٣\sqrt{٢}\right)$ فإن : س = ...

(أ) ١ (ب) −١ (جـ) ٢ (د) −٢

١٣ إذا كان : $٣^{س} = ٧$ ، $٧^{ص} = ٩$ فإن : س ص = ...

(أ) ٥ (ب) ٢ (جـ) ٧ (د) ٩

١٣ أكمل ما يأتى :

١ إذا كان : $٣^{ن} \times ٣^{٥} = ١$ فإن : ن = ...

٢ إذا كان : $٢^{ص} \times ٥^{ص} = ١٠٠$ فإن : ص = ...

٣ إذا كانت : $٣^{س} \times ٢^{-س} = ١,٥$ فإن : س = ...

٤ إذا كانت : $٢^{س} \times ٥^{-س} = ٢,٥$ فإن : س = ...

٥ إذا كان : $٤^{س-٦} = ٦٤$ فإن : $\sqrt{س}$ = ...

٦ إذا كانت : $٤^{س-١٠} = \frac{١}{١٦}$ فإن : $\sqrt[٣]{س}$ = ...

٧ إذا كان : $(\sqrt{٥})^{٢س} = \frac{١}{٥}$ فإن : س = ...

٨ إذا كان : $\frac{٢^{س} \times ٣^{س}}{(١٢)^{س}} = \frac{١}{٢}$ فإن : س = ...

٩ إذا كان : $٣^{س} + ٣^{س} + ٣^{س} = ١$ فإن : س = ...

١٠ إذا كان : $٢^{س} + ٢^{س} + ٢^{س} = ٤٨$ فإن : س = ...

١١ إذا كان : ربع $٢^{٥}$ يساوى $٢^{س+٢}$ فإن : س = ...

١٢ إذا كان : $\{٣ ، ٩^{س-٢}\} = \{١ ، ٣\}$ فإن : س = ...

١٣ إذا كان : $(٢^{س} ، ١٢٥) = (١٦ ، ص^{٣})$ فإن : س = ... ، ص = ...

للمتفوقين

١٤ أوجد قيمة س فى كل مما يأتى حيث س ∈ ح :

١ $س^{س+٢} = ٤^{س+٢}$ «± ٤ أ ، -٢»

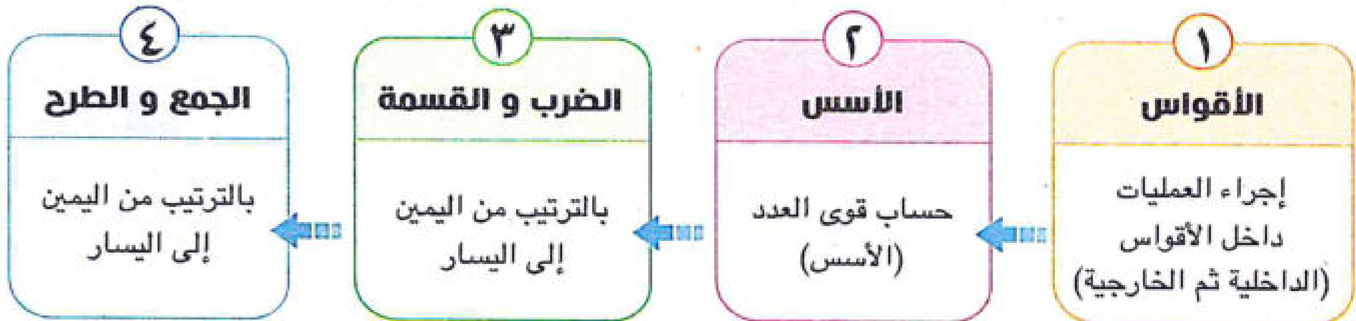
٢ $٩^{س+٢} - ١ = (٩ - ١)(٩ + ١)(٩^{٢} + ١)(٩^{٤} + ١)$ «٥»



الدرس 3

العمليات الحسابية على القوى الصحيحة

• سبق لك دراسة ترتيب إجراء العمليات الرياضية كما يلى :



• أيضًا الآلات الحاسبة العلمية تتبع نفس الترتيب السابق لإجراء العمليات الرياضية.
وفيما يلى نقدم بعض الأمثلة كتطبيق على الترتيب السابق.

مثال ١

أوجد ناتج كل مما يأتى :

١ $٢٠ \div (١٢ - ٢) \times ٣^{٢} - ٢$

٢ $(\sqrt{٣})^{٧} \div ٣\sqrt{٣} + ٢\sqrt{٥} \times (\sqrt{٥})^{-١}$

الحل

١ $٢٠ \div (١٢ - ٢) \times ٣^{٢} - ٢ = ٢٠ \div ١٠ \times ٣^{٢} - ٢$ (الأقواس)

$= ٢٠ \div ١٠ \times ٩ - ٢$ (قوى العدد)

$= ٢ \times ٩ - ٢$ (القسمة)

$= ١٨ - ٢$ (الضرب)

$= ١٦$ (الطرح)

• للتأكد من صحة الحل يمكنك استخدام الآلة الحاسبة العلمية fx - 991ES PLUS

وذلك بالضغط على المفاتيح بالتتابع الآتى من اليسار إلى اليمين :

ابدأ ← 2 0 ÷ (1 2 - 2) × 3 x^2 - 2 =

٢ $(\sqrt{٣})^{٧} \div ٣\sqrt{٣} + ٢\sqrt{٥} \times (\sqrt{٥})^{-١} = (\sqrt{٣})^{٧} \div (\sqrt{٣})^{٣} + ٢(\sqrt{٥})^{١-١}$

$= (\sqrt{٣})^{٧-٣} + ٢(\sqrt{٥})^{\text{صفر}}$

$= (\sqrt{٣})^{٤} + ٢ \times ١ = ٩ + ٢ = ١١$

• للتأكد من صحة الحل يمكنك استخدام الآلة الحاسبة كما يلى :

ابدأ ← √■ 3 ▶ $x^{■}$ 7 ▶ ÷ 3 √■ 3 ▶ +

2 √■ 5 ▶ × √■ 5 ▶ $x^{■}$ (-) 1 =

مثال ٢

أوجد ناتج ما يلى فى أبسط صورة : $\dfrac{(\sqrt{٨})^{٢} \div ٢(\sqrt{٢})^{٢}}{(\sqrt{٢}+٢)^{٢} - ٤\sqrt{٢}}$

الحل

$\dfrac{(\sqrt{٨})^{٢} \div ٢(\sqrt{٢})^{٢}}{(\sqrt{٢}+٢)^{٢} - ٤\sqrt{٢}} = \dfrac{(٢\sqrt{٢})^{٢} \div ٢(\sqrt{٢})^{٢}}{(٢+٤+٤\sqrt{٢}) - ٤\sqrt{٢}} = \dfrac{٢^{٢}(\cancel{\sqrt{٢}})^{٢} \div ٢(\cancel{\sqrt{٢}})^{٢}}{٦}$

$= \dfrac{٨ \div ٢}{٦} = \dfrac{٤}{٦} = \dfrac{٢}{٣}$

حاول بنفسك ١

أوجد ناتج ما يلى فى أبسط صورة وتأكد من الحل باستخدام الآلة الحاسبة :

$\dfrac{(٢\sqrt{٥})^{٠} \div ٢\sqrt{٢٠}}{٢\sqrt{١٥} + (\sqrt{٥} - \sqrt{٣})^{٢}}$



مثال ٣

إذا كان : $س = \sqrt{٥}$ ، $ص = \sqrt{٧}$ فأوجد القيمة العددية لكل من :

١ $\frac{س^{٤} - ص^{٤}}{س^{٢} + ص^{٢}}$ ٢ $\frac{س^{٣} - ص^{٣}}{س - ص}$

الحل

١ $\frac{س^{٤} - ص^{٤}}{س^{٢} + ص^{٢}} = \frac{(س^{٢} - ص^{٢})(س^{٢} + ص^{٢})}{س^{٢} + ص^{٢}}$ «تحليل فرق بين مربعين»

$= س^{٢} - ص^{٢} = (\sqrt{٥})^{٢} - (\sqrt{٧})^{٢} = ٥ - ٧ = -٢$

٢ $\frac{س^{٣} - ص^{٣}}{س - ص} = \frac{(س - ص)(س^{٢} + س ص + ص^{٢})}{س - ص}$ «تحليل فرق بين مكعبين»

$= س^{٢} + س ص + ص^{٢} = (\sqrt{٥})^{٢} + \sqrt{٥} \times \sqrt{٧} + (\sqrt{٧})^{٢}$

$= ٥ + \sqrt{٣٥} + ٧ = ١٢ + \sqrt{٣٥}$

حاول بنفسك ٢

إذا كان : $س = \sqrt{٥}$ ، $ص = \sqrt{٣}$ فأوجد القيمة العددية لكل من :

١ $\frac{س^{٤} - ص^{٤}}{س^{٢} - ص^{٢}}$ ٢ $\frac{س^{٣} + ص^{٣}}{س + ص}$

على العمليات الحسابية على القوى الصحيحة


اختبار تفاعلى

● تذكر ● فهم ● تطبيق ● حل مشكلات 📖 أسئلة كتاب الوزارة

١ أكمل ما يأتى :

١ 📖 $٣ \times ٢^{٢} - ٦ \div ٣ \times ٥ + ٤ =$ ....

٢ 📖 أبسط صورة للمقدار : $٢^{-٣} \times ٢^{-٢} \div ٤^{-٣} =$ ....

٣ أبسط صورة للمقدار : $٢^{-٣} \times ٣^{-٢} \div ٦^{-٤} =$ ....

٤ 📖 أبسط صورة للمقدار : $(٣^{-٢})^{٣} \div ٩^{-٣} \times (-٢)^{-١} =$ ....

٥ 📖 أبسط صورة للمقدار : $٤^{\frac{٣}{٢}} \times ٣^{-٢} \times \left(\sqrt[٣]{-٨}\right)^{-٥} =$ ....

---

٢ أوجد ناتج كل مما يأتى فى أبسط صورة :

١ 📖 $(\sqrt{٥})^{٥} \div ٥\sqrt{٥} + ٢\sqrt{٣} \times \sqrt{٣}$ «١١»

٢ $(٢\sqrt{٣})^{٣} \times \sqrt{٣} - (\sqrt{٢})^{٧} \div ٤\sqrt{٢}$ «٧٠»

٣ $(\sqrt{٣})^{-٣} \times ٣\sqrt{٣} + (\sqrt{٣})^{-٤} \div (\sqrt{٣})^{-١٠}$ «٢٨»

٤ $(٢\sqrt{٥})^{٤} - (\sqrt{٥})^{-٢} \times (٥\sqrt{٥})^{٢} \div ٥\sqrt{٥}$ «٣٩٩»

---

٣ أوجد ناتج كل مما يأتى فى أبسط صورة :

١ $\dfrac{(\sqrt{٣})^{٧} \times (\sqrt{٣})^{-٥} - (\sqrt{٣})^{٢}}{(\sqrt{٣})^{٧} \times (\sqrt{٣})^{-٥} + (\sqrt{٣})^{٢}}$ «صفر»

٢ $\dfrac{٢(\sqrt{٣})^{٥} \div ٣\sqrt{٣}}{٢\sqrt{٣} + (\sqrt{٣} - ١)^{٢}}$ «$\frac{٣}{٢}$»

٣ $\dfrac{(٢\sqrt{٢})^{٣} \times ٣\sqrt{٢}}{(\sqrt{٦} + \sqrt{٢})^{٢} - ٢\sqrt{١٢}}$ «١٢»

٤ إذا كان : $أ = \sqrt{٢}$ ، $ب = \sqrt{٣}$ فأوجد القيمة العددية لكل من :

١ $\frac{ب^٤ - أ^٤}{ب^٢ + أ^٢}$ «١» | **٢** $\frac{أ^٣ + ب^٣}{أ + ب}$ «$٥ - \sqrt{٦}$»

---

٥ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ المقدار : $\frac{٣^س \times ٣^س \times ٣^س}{٣^س + ٣^س + ٣^س}$ يساوى ....

(أ) $٣^{٢س - ١}$ (ب) $٣^{١ - ٢س}$ (جـ) $٣^{س^٣ - ٣س}$ (د) $٣^{٣س - س^٣}$

٢ $(٥^{س + ٢} - ٥^{س + ١}) \div ٥^س = ...$

(أ) ٥ (ب) ١٠ (جـ) ١٥ (د) ٢٠

٣ قيمة المقدار : $٣^٥ + (\sqrt{٣})^{١٠} - ٢ (٣)^٥ = ...$

(أ) صفر (ب) $٣^٥$ (جـ) $(\sqrt{٣})^٥$ (د) $٢ (٣)^٥$

٤ أبسط صورة للمقدار : $\sqrt{٤ \times \sqrt{١٦} \div \sqrt[٣]{٨} - ٢^٢}$ هى ....

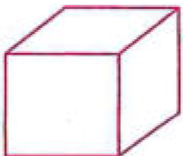
(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٨ (د) ١٦

٥ إذا كان : $س = \sqrt{٣}$ ، $ص = \sqrt{٥}$ فإن : $\frac{س^٨ - ص^٨}{س^٤ + ص^٤} = ...$

(أ) ٤ (ب) -٤ (جـ) ١٦ (د) -١٦

تطبيقات هندسية

٦ إذا كانت المساحة الكلية لمكعب تساوى $٣,٣٧٥ \times ١٠^٢$ سم^٢



فأوجد :

١ طول حرف المكعب.

٢ حجم المكعب.

«٧,٥ سم ، ٤٢١,٨٧٥ سم^٣»

7 إذا كان حجم الكرة $ح = \frac{٤}{٣} \pi$ نق^{٣}



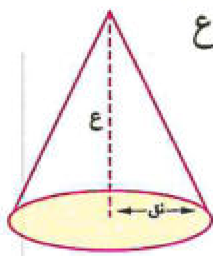
فأوجد طول نصف قطر كرة

حجمها $٣,٨٨٠٨ \times ١٠^{٤}$ سم^{٣} [اعتبر $\pi = \frac{٢٢}{٧}$]

«٢١ سم»

---

8 إذا كان حجم المخروط الدائرى القائم يعطى بالعلاقة : $ح = \frac{١}{٣} \pi$ نق^{٢} ع



فأوجد ارتفاع المخروط ع إذا علم أن حجم المخروط $٧,٧ \times ١٠^{٢}$ سم^{٣}

وطول قطر قاعدته ١٤ سم. [اعتبر $\pi = \frac{٢٢}{٧}$]

«١٥ سم»

تطبيقات حياتية

9 **الربط بالأعمال التجارية :** إذا كان : $جـ = م (١ + ر)^{ن}$ حيث (جـ) جملة المبلغ م بالجنيه ، (ر) ربح الجنيه فى السنة ، (ن) عدد السنوات. فأوجد (جـ) لأقرب جنيه علمًا بأن :

$م = ٢,٥ \times ١٠^{٤}$ ، $ر = ٩,٨ \times ١٠^{-٢}$ ، $ن = ١٢$

«٧٦٧٦٦ جنيهًا»

---

10 **السكان :** إذا كان عدد السكان (ص) بالمليون فى إحدى الدول يتحدد من العلاقة :

$ص = ١١,٧ (١,٠٢)^{س}$ حيث س عدد السنين بدءًا من عام ٢٠٠٥

فأوجد لأقرب مليون عدد السكان المتوقع لهذه الدولة فى :

1 عام ٢٠١١ 2 عام ٢٠٠٠

«١٣ مليونًا ، ١١ مليونًا»

للمتفوقين

11 إذا كانت : $س = ٢ + \sqrt{٣}$ ، $ص = ٢ - \sqrt{٣}$

فأوجد قيمة المقدار : $\frac{س^{٧} ص^{٨} - ص}{(س + ص)^{٩}}$ فى أبسط صورة.

«صفر»

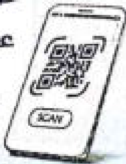
الوحدة

3 الاحتمــال

الدرس الأول: الاحتمال.



يمكنك
حل الامتحانات التفاعلية
على الدروس من خلال
مسح QR code
الخاص بكل امتحان



أهداف الوحدة: بعد دراسة هذه الوحدة يجب أن يكون التلميذ قادرًا على أن :

- يستدعى ما سبق دراسته على مفهوم العينة وكيفية اختيارها.
- يجرى تجربة عشوائية ويكتب فضاء العينة.
- يحسب الاحتمال لأحد الأحداث.
- يتعرف الحدث المستحيل.
- يتعرف الحدث المؤكد.



الدرس 1

الاحتمال

سبق لك فى العام الماضى أن درست مفهوم العينة وأهميتها وأنواعها وعلمت أن :

العينة

هى جزء صغير من مجتمع كبير تشبه المجتمع وتمثله ، وتُختار بطريقة عشوائية.

ويجب أن تكون العينة ممثلة للمجتمع محل الدراسة تمثيلًا كليًا وألا تكون متحيزة لفئة معينة دون الأخرى وذلك حتى تكون أقرب إلى الواقع ويمكن اتخاذ قرارات فى ضوئها ، ومن ثم يمكن تعميم هذه النتائج على المجتمع ككل.

فمثلًا :

عند إجراء استبيان لمعرفة أى البرامج التليفزيونية هى الأكثر تأثيرًا على الرأى العام لا يتم تطبيق الاستبيان على كل السكان بل يتم اختيار عينة ممثلة للسكان بجميع فئاتهم ثم تُعمم النتائج على بقية السكان.

الاستدلال الإحصائى

هو نوع من الدراسات الإحصائية التى تقوم على فكرة اختيار عينة من المجتمع الذى تمثله ، وإجراء البحث على هذه العينة ثم تعميم النتائج على المجتمع ككل أى أننا نستدل على وجود النتائج فى المجتمع من خلال وجودها فى العينة المأخوذة منه.

فمثلًا :

إذا أخذنا عينة عشوائية من مزرعة لإنتاج الموالح بغرض التعرف على إمكانية تصدير إنتاج هذه المزرعة وفقًا لشروط محددة ووجدنا أن نسبة ٣٪ من هذه العينة لا تصلح للتصدير فإن ذلك لا يعنى أنه لكل ١٠٠ ثمرة من الموالح سنجد ٣ ثمار لا تصلح للتصدير ، ولكننا قد نجد ثمرة واحدة أو ثمرتين أو ثلاث ثمار أو أربع ثمار لا تصلح للتصدير أو لا نجد أى ثمرة لا تصلح للتصدير وإنما هذه النسبة تعنى أن :

متوسط إنتاج المزرعة من الموالح التى لا تصلح للتصدير يمثل ٣٪ من الإنتاج الكلى للمزرعة.

ونستخدم الاحتمال (كما درسنا سابقًا) للتعبير عن ذلك بأن نقول :

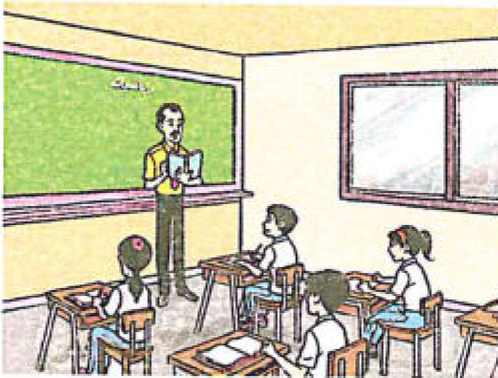
احتمال إنتاج موالح لا تصلح للتصدير من إنتاج المزرعة هو ٣٪ ويمكن أن يكتب $\frac{٣}{١٠٠}$ أو ٠٫٠٣

مثال ١

قام أحد التلاميذ بإجراء استبيان على عينة من تلاميذ مدرسته مكونة من ٣٠ تلميذًا لمعرفة مدى حبهم لمادة الرياضيات والجدول التالى يوضح نتيجة الاستبيان :

مدى حب مادة الرياضيات	بدرجة كبيرة	بدرجة متوسطة	بدرجة ضعيفة
عدد التلاميذ	١٥	١٠	٥

بناءً على نتائج هذا الاستبيان إذا أُختير أحد التلاميذ عشوائيًا من المدرسة :



١ ما احتمال أن يحب الرياضيات بدرجة كبيرة ؟

٢ ما احتمال أن يحب الرياضيات بدرجة متوسطة ؟

٣ ما احتمال أن يحب الرياضيات بدرجة ضعيفة ؟

٤ إذا كان عدد تلاميذ المدرسة ١٢٠٠ تلميذ

فما هو العدد المتوقع للتلاميذ الذين يحبون الرياضيات بدرجة كبيرة فى هذه المدرسة ؟

الحـــل

١ احتمال أن يحب الرياضيات بدرجة كبيرة

$= \frac{\text{عدد الذين يحبون الرياضيات بدرجة كبيرة}}{\text{عدد تلاميذ العينة الكلى}} = \frac{١٥}{٣٠} = \frac{١}{٢}$

٢ احتمال أن يحب الرياضيات بدرجة متوسطة

$= \frac{\text{عدد الذين يحبون الرياضيات بدرجة متوسطة}}{\text{عدد تلاميذ العينة الكلى}} = \frac{١٠}{٣٠} = \frac{١}{٣}$

٣ احتمال أن يحب الرياضيات بدرجة ضعيفة

$= \frac{\text{عدد الذين يحبون الرياضيات بدرجة ضعيفة}}{\text{عدد تلاميذ العينة الكلى}} = \frac{٥}{٣٠} = \frac{١}{٦}$

٤ فى العينة المختارة كان احتمال أن يحب التلميذ الرياضيات بدرجة كبيرة يساوى $\frac{١}{٢}$

فمن المتوقع أن نصف عدد تلاميذ المدرسة أيضًا يحبون الرياضيات بدرجة كبيرة.

أى أن : العدد المتوقع للتلاميذ الذين يحبون الرياضيات فى المدرسة بدرجة كبيرة

$= \frac{١}{٢} \times ١٢٠٠ = ٦٠٠$ تلميذ.

الاحتمـــال

سبق لك دراسة الاحتمال التجريبى والاحتمال النظرى وعلمت أن :

- **الاحتمال التجريبى :**

يعتمد على إجراء تجربة عمليًا ثم يتم تسجيل النتائج واستخدام هذه النتائج فى حساب قيمة احتمال الحصول على ناتج ما من العلاقة :

احتمال حدوث ناتج معين $= \frac{\text{عدد مرات تكرار هذا الناتج}}{\text{عدد جميع النواتج الممكنة}}$

وكلما زاد عدد مرات إجراء التجربة كلما حصلنا على قيمة أدق للاحتمال ويكون :

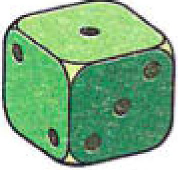
العدد المتوقع لحدوث نواتج معينة = احتمال حدوثها × العدد الكلى للمفردات المعطاة.

• الاحتمال النظرى :



يعتمد على مبدأ تكافؤ الفرص أو تساوى الإمكانات مثل :

- إلقاء قطعة نقود منتظمة وملاحظة الوجه الظاهر وهنا توجد فرصة واحدة من فرصتين للحصول على صورة وفرصة واحدة للحصول على كتابة.



- إلقاء حجر نرد منتظم وملاحظة العدد الذى يظهر على الوجه العلوى وهنا تكون فرص ظهور كل عدد متساوية.

التجربة العشوائية

هى تجربة نستطيع معرفة جميع نواتجها الممكنة قبل إجرائها وإن كنا لا نستطيع تحديد أى هذه النواتج سيتحقق فعلاً عند إجرائها.

فضاء العينة

هو مجموعة كل النواتج الممكنة للتجربة العشوائية ويرمز لها بالرمز ف

فمثلًا :

- عند إلقاء قطعة نقود منتظمة مرة واحدة فإن : ف = {صورة ، كتابة}
- عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة العدد الذى يظهر على الوجه العلوى

فإن : ف = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦}

الحدث

هو مجموعة جزئية من فضاء العينة.

فمثلًا :

إذا كان أ هو حدث ظهور عدد فردى عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوى.

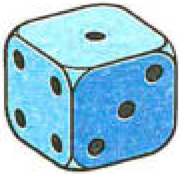
فإن : أ = {١ ، ٣ ، ٥} ، أ $\subset$ ف ويقال إن : أ حدث فى ف

وبصفة عامة

احتمال وقوع أى حدث ؟ ⊂ ف يُرمز له بالرمز ل (؟) ويُعطى بالعلاقة :

ل (؟) = عدد عناصر الحدث ؟ / عدد عناصر فضاء العينة = ن (؟) / ن (ف)

مثال ٢



إذا أُلقى حجر نرد منتظم مرة واحدة ولُوحظ العدد الظاهر على الوجه العلوى

أوجد احتمال كل من الأحداث الآتية :

١ ؟ هو حدث ظهور عدد أكبر من ٤

٢ ب هو حدث ظهور عدد زوجى.

٣ حـ هو حدث ظهور عدد يساوى ٥

٤ ى هو حدث ظهور عدد يساوى ٧

٥ هـ هو حدث ظهور عدد أقل من ٧

الحــل

ف = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦} ، ن (ف) = ٦

١ ؟ = {٥ ، ٦} ، ن (؟) = ٢ ∴ ل (؟) = $\frac{٢}{٦}$ = $\frac{١}{٣}$

٢ ب = {٢ ، ٤ ، ٦} ، ن (ب) = ٣ ∴ ل (ب) = $\frac{٣}{٦}$ = $\frac{١}{٢}$

٣ حـ = {٥} ، ن (حـ) = ١ ∴ ل (حـ) = $\frac{١}{٦}$

٤ ى = { } أ، ∅ ، ن (ى) = صفر

∴ ل (ى) = $\frac{٠}{٦}$ = ٠ (حدث مستحيل)

٥ هـ = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦} ، ن (هـ) = ٦

∴ ل (هـ) = $\frac{٦}{٦}$ = ١ (حدث مؤكد)

ملاحظات

① **الحدث المستحيل :** هو الحدث الذى ليس له أى فرصة للوقوع.

أى أن : احتمال الحدث المستحيل = صفر.

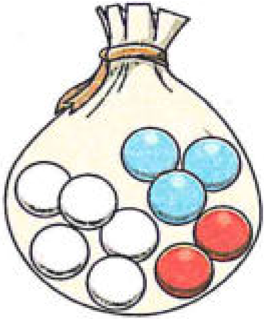
② **الحدث المؤكد :** هو الحدث الذى له كل النواتج الممكنة.

أى أن : احتمال الحدث المؤكد = ١

③ قيمة احتمال وقوع أى حدث لا تقل عن صفر ولا تزيد عن الواحد الصحيح.

أى أنه : لأى حدث أ يكون : ٠ ≥ ل (أ) ≥ ١ **أى أن :** ل (أ) ∈ [٠ ، ١]

مثال ٣



كيس به كمية من البلى الذى له نفس الحجم والملمس

فإذا كانت بليتان منه حمراء اللون ، ٣ زرقاء ، ٥ بيضاء

وسُحبت بلية واحدة عشوائيًا **فاحسب :**

١ احتمال أن تكون البلية المسحوبة حمراء.

٢ احتمال أن تكون البلية المسحوبة زرقاء.

٣ احتمال أن تكون البلية المسحوبة بيضاء.

٤ احتمال أن تكون البلية المسحوبة ليست زرقاء.

الحل

احتمال حدوث ناتج معين = $\frac{\text{عدد الفرص الممكنة للحصول على هذا الناتج}}{\text{العدد الكلى للفرص}}$

، ∵ العدد الكلى للبلى = ٢ + ٣ + ٥ = ١٠

١ احتمال أن تكون البلية المسحوبة حمراء = $\frac{\text{عدد البلى الأحمر}}{\text{العدد الكلى للبلى}} = \frac{٢}{١٠} = \frac{١}{٥}$

٢ احتمال أن تكون البلية المسحوبة زرقاء = $\frac{\text{عدد البلى الأزرق}}{\text{العدد الكلى للبلى}} = \frac{٣}{١٠}$

٣ احتمال أن تكون البلية المسحوبة بيضاء = $\frac{\text{عدد البلى الأبيض}}{\text{العدد الكلى للبلى}} = \frac{٥}{١٠} = \frac{١}{٢}$

٤ احتمال أن تكون البلية المسحوبة ليست زرقاء = $\frac{\text{عدد البلى غير الأزرق}}{\text{العدد الكلى للبلى}} = \frac{١٠ - ٣}{١٠} = \frac{٧}{١٠}$

ملاحظـة

في المثال السابق لاحظ أن :

ل (بلية حمراء) = $\frac{٢}{١٠}$ ، ل (بلية زرقاء) = $\frac{٣}{١٠}$ ، ل (بلية بيضاء) = $\frac{٥}{١٠}$

، ∵ $\frac{٢}{١٠} + \frac{٣}{١٠} + \frac{٥}{١٠} = ١$

أي أن : مجموع احتمالات جميع نواتج أى تجربة عشوائية = ١

ومن هنا فإنه : إذا كان احتمال وقوع حدث ما هو أ فإن احتمال عدم وقوعه = ١ − أ

وعلى هذا يمكن إيجاد احتمال أن تكون البلية المسحوبة ليست زرقاء كما يلى :

احتمال أن تكون البلية المسحوبة ليست زرقاء = ١ − احتمال أن تكون زرقاء

$= ١ - \frac{٣}{١٠} = \frac{٧}{١٠}$

مثال ٤



فصل دراسى به بعض التلاميذ يرتدون نظارات ، والبعض الآخر لا يرتدون نظارات ، فإذا اختير تلميذ عشوائيًا من هذا الفصل ، وكان احتمال أن يكون هذا التلميذ يرتدى نظارة هو ٠,١ .

١ أوجد احتمال أن يكون هذا التلميذ لا يرتدى نظارة.

٢ إذا كان عدد تلاميذ هذا الفصل ٣٠ تلميذًا

فأوجد العدد المتوقع للتلاميذ الذين يرتدون نظارات.

الحـل

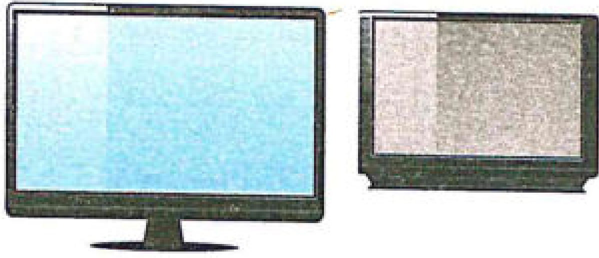
١ احتمال أن يكون هذا التلميذ لا يرتدى نظارة = ١ − احتمال أن يكون مرتديًا نظارة.

= ١ − ٠,١ = ٠,٩

٢ العدد المتوقع للتلاميذ الذين يرتدون نظارات = ٠,١ × ٣٠ = ٣ تلاميذ.



مثال ٥



ينتج مصنع للأجهزة الكهربائية نوعين من التليفزيونات ولإجراء دراسة لتعديل كمية الإنتاج وفقًا لمتطلبات السوق تم اختيار عينة عشوائية كل منها مكون من ٥٠ جهاز تليفزيون من مبيعات ٥ منافذ بيع للمصنع فكانت بياناتها كالتالى :

رقم المنفذ	١	٢	٣	٤	٥
المبيعات من النوع الأول	٣٠	٤٢	٢٤	١٥	٤٠
المبيعات من النوع الثانى	٢٠	٨	٢٦	٣٥	١٠

١ أى النوعين الأكثر طلبًا ؟ وبماذا تنصح المصنع ؟

٢ إذا كان الإنتاج الكلى لهذا المصنع ٣٠٠٠ جهاز تليفزيون فما العدد الذى تتوقع أن يكون تم إنتاجه من النوع الأول ؟

الحل

١ المبيعات الكلية فى الخمسة منافذ من النوع الأول = ٣٠ + ٤٢ + ٢٤ + ١٥ + ٤٠

= ١٥١ تليفزيون

، المبيعات الكلية فى الخمسة منافذ من النوع الثانى = ٢٠ + ٨ + ٢٦ + ٣٥ + ١٠ = ٩٩ تليفزيون

∴ النوع الأول هو الأكثر طلبًا وننصح المصنع بزيادة الإنتاج من النوع الأول.

٢ احتمال الإنتاج من النوع الأول = $\frac{\text{عدد الأجهزة المباعة من النوع الأول}}{\text{عدد الأجهزة المباعة من كلا النوعين}}$ = $\frac{١٥١}{٢٥٠}$ = ٠,٦٠٤

∴ العدد المتوقع لما تم إنتاجه من النوع الأول

= احتمال الإنتاج من النوع الأول × الإنتاج الكلى من كلا النوعين

= ٠,٦٠٤ × ٣٠٠٠ = ١٨١٢ جهاز تليفزيون.

حاول بنفسك

(١) صندوق به بطاقات مرقمة بالأعداد من ١ : ١٥ فإذا سحبت بطاقة عشوائيًا من الصندوق فما احتمال أن يكون العدد المكتوب عليها يقبل القسمة على ٥ ؟

(٢) قام أحد التلاميذ بإجراء استبيان على عينة مكونة من ٣٠ تلميذًا من تلاميذ مدرسته لمعرفة أى الألعاب الرياضية يفضلون ممارستها وسجل النتائج فى الجدول الآتى :

اللعبة	كرة قدم	كرة سلة	كرة طائرة	المجموع
عدد التلاميذ	٢٠	٦	٤	٣٠

بالاستعانة بالجدول السابق أكمل ما يأتى :

- إذا اختير أحد تلاميذ المدرسة عشوائيًا فإن احتمال أن يفضل ممارسة كرة السلة يساوى ....
- العدد المتوقع للتلاميذ اللذين يفضلون ممارسة كرة القدم من تلاميذ المدرسة البالغ عددهم ٤٥٠ تلميذًا يساوى ....

(٣) تجربة ما عدد نواتجها ٣ فإذا كان احتمال وقوع الحدث الأول هو ٠,٣ ، واحتمال وقوع الحدث الثانى هو ٠,٤٥ فاحسب احتمال وقوع الحدث الثالث.

(٤) مزرعة بها ٢٠٠٠ بقرة فإذا كان احتمال الإصابة بمرض جنون البقر بهذه المزرعة هو ٠,١٧ فما عدد البقر المحتمل إصابته ؟



● تذكر ● فهم ● تطبيق ● حل مشكلات 📖 أسئلة كتاب الوزارة

١ أكمل ما يأتى :

١ احتمال وقوع الحدث المستحيل = ………… واحتمال وقوع الحدث المؤكد = …………

٢ لأى حدث أ يكون ل (أ) ∈ الفترة …………

٣ إذا ألقيت قطعة نقود منتظمة مرة واحدة فإن احتمال ظهور صورة = …………

٤ صندوق به ٥ كرات بيضاء ، ٧ كرات حمراء ، ٣ كرات زرقاء فإذا سُحبت كرة من الصندوق عشوائيًا فإن احتمال أن تكون الكرة المسحوبة زرقاء = …………

٥ حقيبة بها ١٢ كرة ملونة ، منها ٤ باللون الأحمر ، ٦ باللون الأخضر ، والباقى باللون الأزرق ، فإذا اختيرت كرة واحدة عشوائيًا فإن احتمال أن تكون زرقاء = …………

٦ ١٠ بطاقات مرقمة من ١ إلى ١٠ فإذا سُحبت بطاقة عشوائيًا فإن احتمال أن تحمل البطاقة المسحوبة عددًا أوليًا = …………

٧ كيس به بطاقات مرقمة من صفر إلى ١٠ فإذا سُحبت بطاقة عشوائيًا من الكيس فإن احتمال أن تحمل البطاقة المسحوبة عددًا زوجيًا هو …………

٨ فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة الوجه العلوى فإن احتمال ظهور عدد أكبر من ٤ هو …………

٩ فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة الوجه العلوى فإن احتمال ظهور عدد أقل من ١ يساوى …………

١٠ عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور عدد أولى فردى يساوى …………

١١ صندوق يحتوى على ٤٨ برتقالة منها ٤ برتقالات تالفة فإذا سُحبت من الصندوق برتقالة عشوائيًا فإن احتمال أن تكون هذه البرتقالة تالفة = ………… واحتمال أن تكون غير تالفة = …………

١٢ إذا كان احتمال وقوع حدث ما = $\frac{٥}{٨}$ فإن احتمال عدم وقوعه = …………

١٣ حجرة نشاط لها ٣ أبواب مرقمة من ١ إلى ٣ فإذا خرج طالب من أحد أبوابها فإن احتمال أن يكون الطالب قد خرج من الباب رقم ٢ هو …………

١٤ إذا كان احتمال إصابة شخص بمرض ما من بين سكان مدينة عدد سكانها ٢٠٠٠٠٠ نسمة هو ٠,٠٠٣ فإن العدد المتوقع للأشخاص المصابين بهذا المرض فى هذه المدينة هو .... شخص.

١٥ مصنع ينتج ٤٠٠ لمبة يوميًا فإذا كان احتمال أن تكون اللمبة معيبة ٠,٠٢ فإن عدد اللمبات السليمة المتوقع إنتاجها فى اليوم هو .... لمبة.

---

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ أى من الآتى يمكن أن يكون احتمال وقوع أحد الأحداث ؟

(أ) ١,٢ (ب) -٠,٤ (جـ) ٣١٥٪ (د) ٧٥٪

٢ فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم ، فإن احتمال ظهور عدد لا يساوى ٢ هو ....

(أ) $\frac{١}{٦}$ (ب) $\frac{٢}{٣}$ (جـ) $\frac{١}{٣}$ (د) $\frac{٥}{٦}$

٣ إذا أُلقيت قطعة نقود منتظمة ٤٠٠ مرة فإن أقرب عدد لظهور الكتابة مما يأتى هو ....

(أ) ٢٠٤ (ب) ١٩٩ (جـ) ٢٤٠ (د) ١٩٥

٤ أحمد تلميذ فى الصف الثانى الإعدادى فى فصله ٣٦ تلميذًا منهم ١٦ بنتًا فإذا اختير تلميذ عشوائيًا من الفصل ، ما احتمال أن يكون التلميذ ولدًا ؟

(أ) $\frac{٤}{٩}$ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{٥}{٩}$ (د) $\frac{١}{٣٦}$

٥ فصل به ٢٥ ولدًا ، ٢٠ بنتًا فإذا اختير أحدهم عشوائيًا فإن احتمال اختيار بنت هو ....

(أ) $\frac{١}{٢٠}$ (ب) $\frac{٤}{٩}$ (جـ) $\frac{١}{٢٥}$ (د) $\frac{٥}{٩}$

٦ إذا كان احتمال نجاح طالب ٧٠ ٪ فإن احتمال رسوبه يساوى ....

(أ) ٠,٧ (ب) ٠,٠٧ (جـ) ٠,٣ (د) ٠,٠٣

٧ كيس يحتوى على عدد من الكرات المتماثلة نصفها حمراء وثلثها سوداء والباقى بيضاء فإذا سحبت كرة عشوائيًا فإن احتمال أن تكون الكرة بيضاء يساوى ....

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{١}{٦}$ (جـ) $\frac{١}{٣}$ (د) صفر

٨ إذا كان احتمال أن يذهب عامل إلى عمله سيرًا على الأقدام ضعف احتمال أن يذهب لعمله باستخدام إحدى وسائل المواصلات فإن احتمال أن يستخدم العامل إحدى وسائل المواصلات للذهاب إلى عمله يساوى ....

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) $\frac{٢}{٣}$ (د) ٢

٩ صندوق به كرات ملونة بالألوان الأحمر والأخضر والأزرق والأصفر فإذا كان بالصندوق ٢٠ كرة صفراء وكان احتمال سحب كرة صفراء عشوائيًا من الصندوق هو $\frac{١}{٤}$ ، فما عدد كل الكرات فى الصندوق ؟

(أ) ٥ (ب) ٢٥ (جـ) ٦٠ (د) ٨٠

١٠ عدد تلاميذ أحد فصول الصف الثانى الإعدادى ٣٦ تلميذًا ، إذا كان احتمال اختيار تلميذ يقل عمره عن أو يساوى ١٣ سنة هو $\frac{١}{٦}$ ، فما عدد التلاميذ فى الفصل الذين تزيد أعمارهم عن ١٣ سنة ؟

(أ) ٢٣ (ب) ٢٤ (جـ) ٣٠ (د) ٣٢

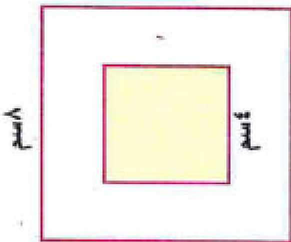
١١ فى مدرسة مشتركة إذا كانت نسبة عدد الأولاد إلى عدد البنات كنسبة ٧ : ٩ ، اختير طالب عشوائيًا من هذه المدرسة فاحتمال أن يكون الطالب المختار ولدًا يساوى ....

(أ) صفر (ب) $\frac{٧}{١٦}$ (جـ) $\frac{٩}{١٦}$ (د) ٧

١٢ يوجد فى مدرسة مشتركة ١٥٠٠ تلميذ ، اختيرت منهم عينة عشوائية مكونة من ٢٠٠ تلميذ فوجد أن عدد البنات ٩٠ ، فما عدد البنات المتوقع فى المدرسة ؟

(أ) ٦٠٠ بنت (ب) ٦٢٥ بنت (جـ) ٦٥٠ بنت (د) ٦٧٥ بنت

١٣ أمامك لوحة على هيئة مربعين ، إذا صوب شخص على هذه اللوحة فإن احتمال إصابة المنطقة المظللة يساوى ....



(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{١}{٣}$

(جـ) $\frac{١}{٤}$ (د) $\frac{١}{٨}$

---

٣ مجموعة بطاقات مرقمة من ١ إلى ٢٤ خلطت جيدًا فإذا سحبت منها بطاقة واحدة عشوائيًا. **احسب احتمال أن تكون البطاقة المسحوبة تحمل :**

١ عددًا مضاعفًا للعدد ٤

٢ عددًا مضاعفًا للعدد ٦

٣ عددًا مضاعفًا للعدد ٤ ، ٦ معًا.

٤ عددًا مضاعفًا للعدد ٤ أو ٦

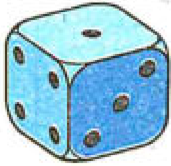
٥ عددًا يقبل القسمة على ٢٥

٦ عددًا صحيحًا موجبًا أقل من ٢٥ .

٤ صندوق به ٤٠ بطاقة مرقمة من ١ إلى ٤٠ سحبت منه بطاقة واحدة عشوائيًا ، ولوحظ العدد المكتوب عليها. **أوجد احتمال :**

١ أن يكون العدد زوجيًا.
٢ أن يكون العدد يقبل القسمة على ٣
٣ أن لا يقبل العدد القسمة على ١٠
٤ أن يكون العدد زوجيًا ، ويقبل القسمة على ٣
٥ أن يكون العدد أوليًا أقل من ٢٠

٥ إذا أُلقى حجر نرد منتظم مرة واحدة. **فما احتمال كل من الأحداث التالية :**

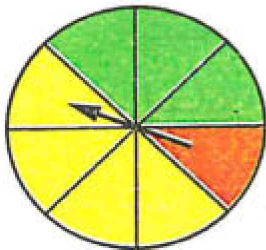


١ ظهور عدد زوجى أقل من أو يساوى ٤
٢ ظهور عدد بين ٠ ، ١٠
٣ ظهور عدد يقبل القسمة على ٧
٤ ظهور عدد لا يقبل القسمة على ٢
٥ ظهور عدد مربع كامل.
٦ ظهور عدد يحقق المتباينة : ٣ ≤ س < ٦

٦ يحتوى صندوق على ١٢ كرة حمراء ، ١٨ بيضاء ، ٢٠ زرقاء ، سحبت كرة واحدة عشوائيًا. **احسب احتمال :**

١ أن تكون الكرة المسحوبة بيضاء.
٢ أن تكون الكرة المسحوبة حمراء.
٣ أن تكون الكرة المسحوبة صفراء.
٤ أن تكون الكرة المسحوبة ليست حمراء.
٥ أن تكون الكرة المسحوبة حمراء أو زرقاء.

٧ **الشكل المقابل يمثل لعبة الدوارة أوجد :**



١ احتمال أن يتوقف المؤشر عند اللون :
(أ) الأحمر. (ب) الأخضر. (جـ) الأصفر.
٢ احتمال أن لا يتوقف المؤشر عند اللون الأحمر.

٨ فصل دراسى به ٤٠ تلميذًا ، منهم ٢٠ تلميذًا يلعبون كرة القدم ، ١٠ يلعبون الكرة الطائرة ، ٦ يلعبون كرة السلة ، فإذا اختير تلميذ واحد عشوائيًا من الفصل فأوجد احتمال أن يكون ممن لا يلعبون أيًا من الرياضات السابقة.



٩ وائل لديه حقيبة بها ٢٢ بلية منها ١٢ سوداء ، والباقى باللون الأحمر فإذا سحبت منها بليتان دون إرجاعهما إلى الحقيبة وكانتا حمراوين ثم سحبت بلية ثالثة دون النظر إليها ، فما احتمال أن تكون سوداء ؟

---

١٠ فصل دراسى به ٥٠ طالبًا ، عدد البنات ينقص عن عدد البنين بمقدار ١٠ فإذا اختير أحد الطلاب عشوائيًا فأوجد احتمال أن يكون الطالب ولدًا.

---

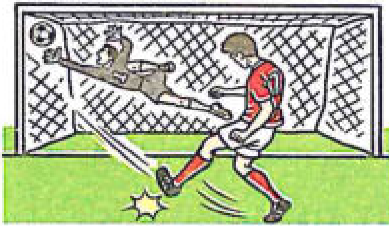
١١ صندوق يحتوى على ٨٠ كرة متماثلة بعضها أحمر والباقى أزرق فإذا كان احتمال سحب كرة حمراء هو $\frac{١}{٤}$ فأوجد عدد الكرات الزرقاء.

---

١٢ حقيبة بها ٣٢ كرة ملونة من نفس النوع والحجم ، بعضها أحمر وبعضها أبيض وبعضها أخضر والباقى لونه أصفر. فإذا كان احتمال سحب كرة حمراء يساوى $\frac{٣}{٨}$ كم عدد الكرات الحمراء فى هذه الحقيبة ؟

---

١٣ لاعبان فى فريق لكرة القدم ، فى أثناء التدريب سدد أحدهما ٢١ ركلة جزاء فأحرز منها ١٨ هدفًا وسدد الآخر ٣٢ ركلة جزاء فأحرز منها ٢٥ هدفًا من منهما تختاره لتسديد ركلة الجزاء فى أثناء المباراة ؟ ولماذا ؟



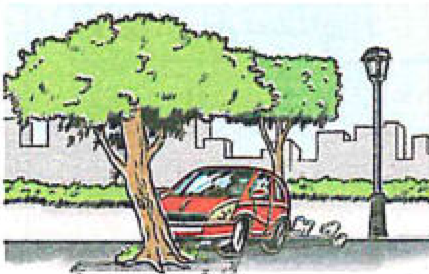
---

١٤ إذا كان احتمال فوز أحد الأندية فى مباريات الدورى العام ٠,٦ واحتمال تعادله ٠,٣ ، وكان عدد المباريات التى سوف يلعبها ٣٠ مباراة ، كم عدد المباريات التى تتوقع أن يفوز بها ؟ وكم عدد مرات هزيمته المتوقعة ؟



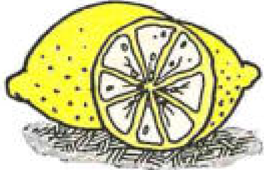
---

١٥ تقوم شركة تأمين سيارات بدفع مبلغ ٢٠٠٠ جنيه تعويضًا للسيارة التى تتعرض لحادث ، فإذا كان احتمال إصابة السيارة ٠,٠٠٤ وكان عدد المشتركين فى هذه الوثيقة ٧٠٠٠ مشترك ، فما توقعك لما تتحمله الشركة من تعويضات ؟

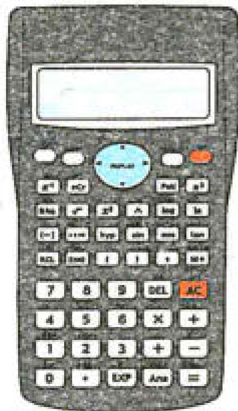




١٦ في إنتاج مصنع للملابس الجاهزة بمدينة العاشر من رمضان وجد أنه ينتج ٦٠٠٠ قطعة ملابس يوميًا ، فإذا أخذت منها عينة عشوائية حجمها ١٠٠٠ قطعة وتم اختبارها فوجد أن منها ٢٠ قطعة بها عيوب.
كم عدد القطع التي بها عيوب في المصنع في ذلك اليوم ؟



١٧ في مشروع تعبئة الموالح للتصدير وجد أن ٣٠٪ من الثمار لا تصلح للتصدير لصغر حجمها. كم طنًا يمكن تصديره في عشرة أيام إذا كان مقدار ما يرد يوميًا للمصنع ٢٠ طنًا من الموالح ؟



١٨ قامت شركة إنتاج آلات حاسبة بسحب عينة عشوائية بعدد ٢٠٠ آلة حاسبة ، وفحصت مكوناتها من ناحية الدوائر الإلكترونية فوجدت أن احتمال التالف منها ٦٪

١ ما عدد الوحدات التالفة في هذه العينة ؟

٢ إذا كان الإنتاج الكلي للشركة خلال هذا الشهر ١٥٠٠ آلة حاسبة.
ما عدد الصالح منها للتوزيع ؟



١٩ وجدت شركة تأمين على الحياة أنه من بين عينة تشمل ١٠٠٠٠ رجل بين سن ٤٠ وسن ٥٠ عامًا ، بلغت حالات الوفاة ٦٧ حالة خلال عام واحد.

١ ما احتمال أن يتوفى رجل بين سن ٤٠ وسن ٥٠ خلال عام واحد ؟

٢ لماذا تهتم شركات التأمين بهذه النتائج ؟

٣ إذا قامت الشركة بالتأمين على ٥٠٠٠٠ رجل بين سن ٤٠ ، ٥٠ فما عدد حالات استحقاق وثيقة التأمين خلال عام واحد ؟

٢٠ توضح هذه البيانات نتيجة استفتاء حول وسائل المواصلات التي يستخدمها التلاميذ للذهاب للمدرسة :

وسائل المواصلات	دراجة	حافلة	سيارة خاصة	سيرًا على الأقدام
العدد	١٢	١٦	٨	١٢

اختير تلميذ عشوائيًا بناء على نتائج الدراسة السابقة ما احتمال أن يكون التلميذ ممن :

١ يستخدمون الحافلة.   ٢ يصلون سيرًا على الأقدام.

٣ لا يركبون الدراجات.

٢١ فصل به ٥٠ تلميذًا ، كانت مستويات تقدير أداء التعلم لأحد الشهور كما بالجدول المقابل.
تم اختيار أحد التلاميذ عشوائيًا.
احسب احتمال أن يكون تقديره :

١ ممتازًا. | ٢ جيدًا.
٣ دون المستوى. | ٤ أقل من جيد.

التقدير	العدد
ممتاز	٦
جيد جدًا	٩
جيد	١١
مقبول	١٦
دون المستوى	٨

---

٢٢ فى استطلاع رأى لعدد ١٠٠ طالب عن الألعاب الرياضية التى يفضلون ممارستها تبين الآتى :

١ **أوجد احتمال أن يفضل الطالب :**
(أ) ممارسة لعبة كرة القدم.
(ب) ممارسة لعبة كرة السلة.
(جـ) ممارسة ألعاب القوى.
(د) ممارسة تنس الطاولة.
(هـ) ممارسة لعبة الهوكى.

٢ وإذا كان عدد الطلاب ٦٠٠ طالب.
فما العدد المتوقع لممارسة لعبة الهوكى ؟

اللعبة المفضلة	عدد الطلاب
كرة القدم	٤٤
كرة السلة	٢٧
ألعاب القوى	١٢
تنس الطاولة	٤
الهوكى	١٣

---

٢٣ ينتج مصنع ملابس نوعين من القمصان ، بإجراء دراسة لتعديل كمية الإنتاج وفق متطلبات السوق تم اختيار عينة عشوائية من مبيعات ٥ منافذ بيع للشركة حجم كل منها ١٠٠ قميص فكانت بياناتها كالتالى :

رقم المنفذ	١	٢	٣	٤	٥
مبيعات النوع الأول	٣٩	٨٢	٣٤	٢٢	٥٣
مبيعات النوع الثانى	٦١	١٨	٦٦	٧٨	٤٧



● تذكر ● فهم ● تطبيق ● حل مشكلات

١ أى الأنواع الأكثر طلبًا ؟ وبماذا تنصح الشركة ؟

٢ إذا كان الإنتاج الكلى لهذا المصنع ٤٠٠٠ قميص فهل يمكنك أن تتنبأ بعدد القمصان من النوع الأول ؟

---

١٤ في عملية إنتاج ٣٠٠ مصباح كهربائى كان عدد الوحدات المعيبة منها ١٨ وحدة.

١ ما احتمال أن تكون الوحدة معيبة ؟ ٢ ما احتمال أن تكون الوحدة صالحة ؟

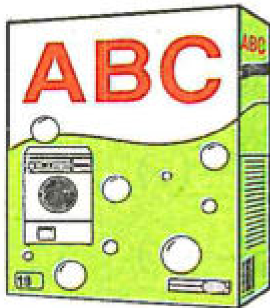
٣ هل يمكن أن تكون الوحدة معيبة وصالحة فى نفس الوقت ؟

٤ أوجد مجموع احتمال أن تكون الوحدة معيبة واحتمال أن تكون الوحدة صالحة. ماذا تلاحظ ؟

٥ إذا كان الإنتاج اليومى بهذا المصنع ١٦٠٠ مصباح كهربائى كم يكون عدد الوحدات الصالحة فى هذا اليوم ؟

---

١٥ في دراسة لاستطلاع رأى أجرته إحدى شركات إنتاج مسحوق الغسيل على مجموعة مكونة من ٣٠٠ سيدة تستخدمن هذا النوع لمعرفة آرائهن فى وزن العبوة المفضل لهن ، كانت النتائج كالتالى :



الوزن بالجرام	١٢٥	٢٥٠	٣٧٥	٥٠٠	المجموع
عدد السيدات	١٢٠	٤٥	٩٦	٣٩	٣٠٠

١ إذا تم اختيار إحدى السيدات عشوائيًا ، ما احتمال أن يكون الوزن المفضل لديها ؟

(أ) ١٢٥ جم (ب) ٢٥٠ جم (جـ) ٣٧٥ جم (د) ٥٠٠ جم

٢ بماذا تنصح مدير الشركة بناء على هذه الدراسة ؟

للمتفوقين

١٦ كيس يحتوى على عدد من الكرات المتماثلة منها ٥ كرات بيضاء والباقى من اللون الأحمر فإذا كان احتمال سحب كرة حمراء يساوى $\frac{٢}{٣}$ فأوجد العدد الكلى للكرات.

---

١٧ سُحبت بطاقة عشوائيًا من مجموعة بطاقات مرقمة بالأرقام من ١ إلى ن فإذا كان احتمال أن تكون البطاقة المسحوبة عليها رقم أكبر من ٨ هو $\frac{١}{٣}$ فأوجد قيمة ن

مفاهيم ومهارات أساسية تراكمية

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ المعكوس الضربى للعدد $\frac{\sqrt{٣}}{٦}$ هو ....

(أ) $٢\sqrt{٣}$ (ب) $\frac{-\sqrt{٣}}{٦}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) ٦

٢ $\frac{٥}{٢} \div \frac{٥}{٢} =$ ....

(أ) ١ (ب) $\frac{٤}{٢٥}$ (جـ) $\frac{٢٥}{٤}$ (د) $\frac{١٠}{٤}$

٣ $\sqrt{٢٥ \times ٩} =$ ....

(أ) ٤ (ب) ٧ (جـ) ١٥ (د) ١٦

٤ إذا كان ثلثا عدد يساوى ٦ فإن هذا العدد يساوى ....

(أ) ٤ (ب) ٨ (جـ) ٩ (د) ٢٤

٥ أى كسرين مما يأتى غير متساويين ؟

(أ) $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٢}{٤}$ (ب) $\frac{٤}{٣}$ ، $\frac{٨}{٦}$ (جـ) $\frac{٥}{٢٥}$ ، $\frac{٢}{١٠}$ (د) $\frac{٦}{٩}$ ، $\frac{٩}{٢٧}$

٦ أى من الأعداد الآتية يقبل القسمة على ٤ ؟

(أ) ١٢٥٨ (ب) ٢٤٢١ (جـ) ١٥٣٦ (د) ٤٠١٠

٧ أى من الأعداد الآتية هو الأكبر ؟

(أ) $(-٩)^{١٥}$ (ب) $\left(\frac{١}{٣}\right)^{١٢}$ (جـ) $٠.١^{\text{صفر}}$ (د) $(\text{صفر})^{١٠٠}$

٨ $٢^{١٠} \times ٢^{-١٠} = ٣^{\cdots}$

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

٩ إذا كان : ٥ س = ٣٥ فإن : ٢ س + ١ = ...

(أ) ٧ (ب) ٨ (جـ) ١٥ (د) ٧١

١٠ إذا كان : $أ^{س} = ٢$ ، $أ^{-ص} = ٣$ فإن : $أ^{س+ص}$ = ...

(أ) ١ (ب) -١ (جـ) $\frac{٢}{٣}$ (د) ٦

١١ مجموعة حل المتباينة : س ≥ صفر فى ط هى ....

(أ) {٠} (ب) {-١} (جـ) ∅ (د) {١}

١٢ أى من الأعداد الآتية يقع بين ٢,٢ ، ٢,٣ ؟

(أ) ١,٣ (ب) ٢,٤ (جـ) ٢,٢٥ (د) ٢,١

١٣ $\sqrt{١٠٠ - ٦٤}$ = ١٠ - ....

(أ) ٦ (ب) ٤ (جـ) -٦ (د) -٤

١٤ $\frac{٣}{٤}$ + ٥٠٪ = ...

(أ) ٧٥٪ (ب) $\frac{٣}{٤}$٥٠ (جـ) ١٢٥٪ (د) $\frac{٣}{٢}$

١٥ إذا كان : $\sqrt[٣]{س} = \sqrt{٢٥}$ فإن : س = ...

(أ) ٥ (ب) ٢٥ (جـ) ٧٥ (د) ١٢٥

١٦ إذا كان : $\sqrt{س + ٥} = ٣$ فإن : $\sqrt{س}$ = ...

(أ) صفر (ب) ٢ (جـ) ٤ (د) ٩

١٧ إذا كان : (٣ ، ك) يحقق العلاقة : ٢ س + ص = ٧ فإن : ك = ...

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

١٨ مكعب طول حرفه ٥ سم فإن حجمه .... $سم^٣$

(أ) ١٥٠ (ب) ١٢٥ (جـ) ١٠٠ (د) ٢٥

١٩ إذا كانت : $\frac{٥(س + ٢) - ٧}{٦} = \frac{١٢ - (٤ - س)}{٩}$ فإن : س = ...

(أ) $\frac{٩}{١٧}$ (ب) $\frac{٩}{١٣}$ (جـ) $\frac{٣٣}{٧١}$ (د) $\frac{٣٣}{١٣}$

٢٠ $٢^{٣٠} + ٢^{٣٠} + ٢^{٣٠} + ٢^{٣٠}$ = ...

(أ) $٨^{١٢٠}$ (ب) $٨^{٣٠}$ (جـ) $٢^{١٢٠}$ (د) $٢^{٣٢}$



٢ أكمل ما يأتى :

١ ٢ × ٦ − ١٢ ÷ ٣ = ...

٢ $\frac{(١٧)^{٢} - ٢ \times ١٧ + ١٧}{١٧}$ = ...

٣ ٣$\frac{١}{٤}$ × .... = ١

٤ −٧ + | −٧ | = ...

٥ ٢٩٨ + ٥٠٢ = ٣٠٠ + ...

٦ إذا كان : س = $\sqrt{٥}$ + ٢ فإن : س^{٢} = ...

٧ (٣ س$^{-١}$)^{٢} = $\frac{٩}{.....}$ حيث س ≠ ٠

٨ إذا كان : س + ص = ٣ فإن : ٥ ص + ٥ س = ...

٩ إذا كان : $\frac{أ}{ب}$ = $\frac{٢}{٥}$ فإن : $\frac{٥ أ}{٢ ب}$ = ...

١٠ إذا كانت : س : ٤٩ = ٢ : ٧ فإن : س = ...

١١ إذا كان المنوال للقيم : ٧ ، س^{٢} + ٦ ، ٥ ، ٧ ، ٥ هو ٧ فإن : س = ...

١٢ إذا كان مجموع خمسة أعداد يساوى ٢٠ فإن الوسط الحسابى لهذه الأعداد = ...

١٣ مستطيل طوله س سم وعرضه ص سم ومحيطه ٢٤ سم فإن : س + ص = ...

١٤ إذا كان : $\sqrt{س}$ = ٢ ، $\sqrt{ص}$ = ٣ فإن : س ص = ...

١٥ إذا كان : س هو العنصر المحايد الجمعى ، ص هو العنصر المحايد الضربى

فإن : قيمة ٢^{ص} + ٣^{س} = ...

١٦ ١ ، ٢ ، ٤ ، ٧ ، ١١ ، .... (بنفس التسلسل)

١٧ ١ ، ٤ ، ٩ ، ١٦ ، .... (بنفس التسلسل)

١٨ إذا كان : $\frac{٢ س}{٥}$ = −٢ فإن : س^{٢} = ...

١٩ إذا كان : ٠,٠٠٠٣٧ = ٣,٧ × ١٠^{ن} فإن : ن = ...

٢٠ إذا كانت : م (١ ، ٣) ، ن (٠ ، ١) فإن : ميل $\overleftrightarrow{م ن}$ = ...



ثانيًا | الهندسة

الوحدة 4 المساحات

الدرس الأول : تساوى مساحتى متوازيى أضلاع (نظرية ١ ونتائجها).

الدرس الثانى : تابع نتائج نظرية (١).

الدرس الثالث : تساوى مساحتى مثلثين (نظرية ٢ ونتائجها).

الدرس الرابـع : تابع تساوى مساحتى مثلثين (نظرية ٣).

الدرس الخامس: مساحات بعض الأشكال الهندسية.

يمكنك حل الامتحانات التفاعلية على الدروس من خلال مسح QR code الخاص بكل امتحان



أهداف الوحدة: بعد دراسة هذه الوحدة يجب أن يكون التلميذ قادرًا على أن :

- يتعرف ارتفاع متوازى الأضلاع.
- يتعرف العلاقة بين مساحتى سطحى متوازيى الأضلاع المشتركين فى القاعدة والمحصورين بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل هذه القاعدة.
- يتعرف العلاقة بين مساحة متوازى الأضلاع ومساحة المستطيل المشترك معه فى القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين.
- يتعرف العلاقة بين مساحة المثلث ومساحة متوازى الأضلاع المشترك معه فى القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل القاعدة المشتركة.
- يتعرف العلاقة بين مساحتى مثلثين مرسومين على قاعدة واحدة ورأساهما على مستقيم يوازى هذه القاعدة.
- يحسب مساحة متوازى الأضلاع.
- يحسب مساحة المثلث.
- يعرف أن متوسط المثلث يقسم سطحه إلى سطحى مثلثين متساويين فى المساحة.
- يتعرف خواص المعين ويحسب مساحته.
- يتعرف خواص شبه المنحرف المتساوى الساقين.
- يحسب مساحة شبه المنحرف.
- يستخدم البرهان الاستدلالى لحل المسائل فى الهندسة.

الدرس 1

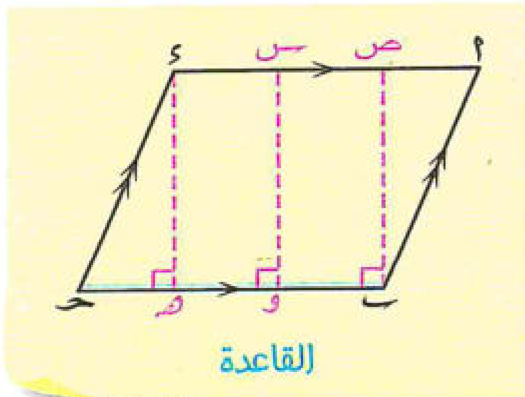
تساوى مساحتى متوازيى أضلاع

إن دراسة مساحة متوازى الأضلاع تستلزم أولاً معرفة مفهوم ارتفاع متوازى الأضلاع وقاعدته.

ارتفاع متوازى الأضلاع

- يمكن اعتبار أى ضلع من أضلاع متوازى الأضلاع كقاعدة له.
- ارتفاع متوازى الأضلاع هو طول القطعة المستقيمة المرسومة عموديًا على قاعدته من أى نقطة من نقط الضلع المقابل لهذه القاعدة.

فمثلاً : فى الشكل المقابل :



باعتبار بحـ قاعدة لمتوازى الأضلاع أ ب حـ ء

فإن طول كلٍ من ء هـ ، س و ، ص ب

ارتفاع لمتوازى الأضلاع أ ب حـ ء

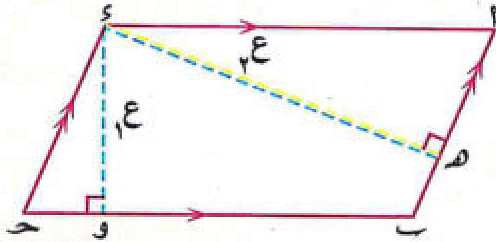
وحيث إن : البُعد العمودى بين أى مستقيمين متوازيين يكون ثابتًا

فإن : ء هـ = س و = ص ب

ملاحظة

متوازى الأضلاع له ارتفاعان مختلفان.

الارتفاع الأصغر يناظر القاعدة الأكبر طولًا ، والارتفاع الأكبر يناظر القاعدة الأصغر طولاً.



فمثلًا : فى الشكل المقابل :

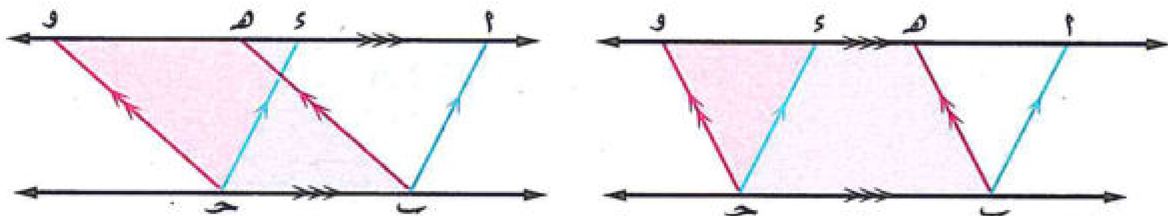
أ ب حـ ء متوازى أضلاع له ارتفاعان مختلفان هما :

- $ع_1$ (طول ء و) وهو الارتفاع المناظر للقاعدة ب حـ
  وهو نفسه الارتفاع المناظر للقاعدة أ ء
- $ع_2$ (طول ء هـ) وهو الارتفاع المناظر للقاعدة أ ب
  وهو نفسه الارتفاع المناظر للقاعدة ء حـ

لاحظ أن :
ب حـ > أ ب ، $ع_1$ < $ع_2$

نظرية

سطحا متوازيى الأضلاع المشتركين فى القاعدة والمحصورين بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل هذه القاعدة متساويان فى المساحة.



المعطيات	أ ب حـ ء ، هـ ب حـ و متوازيا أضلاع ، ب حـ قاعدة مشتركة لهما ، ب حـ // أ و
المطلوب	إثبات أن : مساحة ▱ أ ب حـ ء = مساحة ▱ هـ ب حـ و
البرهان	∵ Δ ء حـ و صورة Δ أ ب هـ بانتقال مسافة ب حـ فى اتجاه ب حـ
	∴ Δ ء حـ و $\equiv$ Δ أ ب هـ لأن الانتقال تساوى قياسى.
	∴ مساحة الشكل أ ب حـ و − مساحة Δ ء حـ و
	= مساحة الشكل أ ب حـ و − مساحة Δ أ ب هـ
	∴ مساحة ▱ أ ب حـ ء = مساحة ▱ هـ ب حـ و (وهو المطلوب)

تذكر أن
المضلعات المتطابقة تكون مساحاتها متساوية.
مساحة Δ ء حـ و = مساحة Δ أ ب هـ

مثـال ١

فى الشكل المقابل :

أ ب حـ ء ، أ و هـ ء متوازيا أضلاع

، حـ ∈ ب هـ ، و ∈ ب هـ ، أ و ∩ ء حـ = {ز}

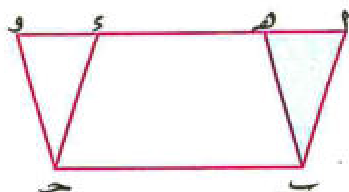
أثبت أن : مساحة الشكل أ ب حـ ز = مساحة الشكل ء هـ و ز

الحـل

المعطيات	أ ب حـ ء ، أ و هـ ء متوازيا أضلاع ، حـ ∈ ب هـ ، و ∈ ب هـ
المطلـوب	**إثبات أن :** مساحة الشكل أ ب حـ ز = مساحة الشكل ء هـ و ز
البرهـان	∵ أ ب حـ ء ، أ و هـ ء متوازيا أضلاع مشتركان فى القاعدة أ ء
	، ∵ أ ء // ب هـ
	∴ مساحة ▱ أ ب حـ ء = مساحة ▱ أ و هـ ء
	وبطرح مساحة △ أ ز ء من الطرفين :
	∴ مساحة ▱ أ ب حـ ء − مساحة △ أ ز ء
	= مساحة ▱ أ و هـ ء − مساحة △ أ ز ء
	∴ مساحة الشكل أ ب حـ ز = مساحة الشكل ء هـ و ز (وهو المطلوب)

حاول بنفسك ١

فى الشكل المقابل :



أ ب حـ ء ، هـ ب حـ و متوازيا أضلاع

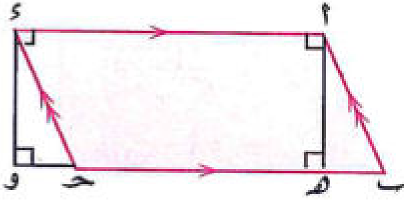
، هـ ∈ أ ء ، و ∈ أ ء

أثبت أن : مساحة △ أ ب هـ = مساحة △ ء حـ و

نتائج هامة

نتيجة ١

مساحة متوازى الأضلاع تساوى مساحة المستطيل المشترك معه فى القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين.



ففى الشكل المقابل :

مساحة متوازى الأضلاع أ ب حـ ء

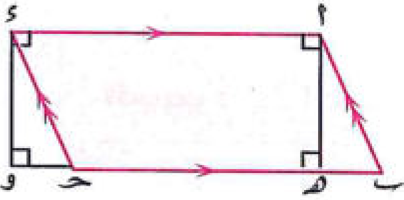
تساوى مساحة المستطيل أ هـ و ء

(مشتركان فى القاعدة $\overline{أء}$ ومحصوران بين المستقيمين المتوازيين $\overleftrightarrow{أء}$ ، $\overleftrightarrow{ب حـ}$)

يمكن استنتاج ذلك بناء على النظرية السابقة حيث إن المستطيل حالة خاصة من متوازى الأضلاع.

نتيجة ٢

مساحة متوازى الأضلاع = طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها.



يمكن استنتاج ذلك من الشكل المقابل كما يلى :

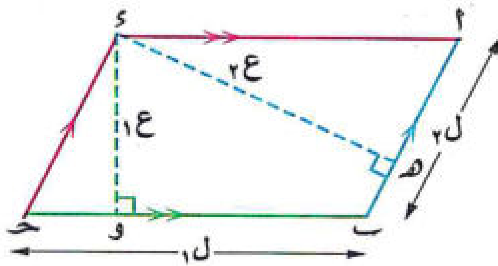
∵ مساحة المستطيل = الطول × العرض

∴ مساحة المستطيل أ هـ و ء = أ ء × أ هـ

، ∵ مساحة المستطيل أ هـ و ء = مساحة متوازى الأضلاع أ ب حـ ء (نتيجة)

∴ مساحة متوازى الأضلاع أ ب حـ ء = أ ء × أ هـ = ب حـ × أ هـ

ملاحظة



إذا كان أ ب حـ ء متوازى أضلاع

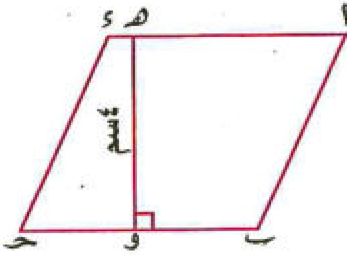
، ء و هو الارتفاع المناظر للقاعدة $\overline{ب حـ}$

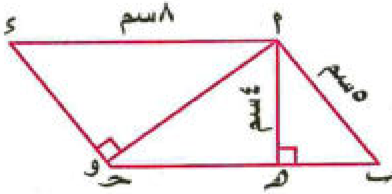
، ء هـ هو الارتفاع المناظر للقاعدة $\overline{أ ب}$ فإن :

مساحة ▱ أ ب حـ ء = ب حـ × ء و = أ ب × ء هـ

أى أن : $ل_1 \times ع_1 = ل_2 \times ع_2$

مثال ٢





أكمل المطلوب بجانب كل شكل :

١ إذا كانت : مساحة ▱ أ ب حـ ء = ٤٠٠ سم^{٢}

فإن : ب حـ = ... سم

٢ إذا كان : أ ب حـ ء متوازى أضلاع

فإن : أ و = ... سم

الحـــل

١ ١٠٠ سم

السبب : ∵ مساحة متوازى الأضلاع = طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها = ب حـ × هـ و

∴ ٤٠٠ = ب حـ × ٤ ∴ ب حـ = $\frac{٤٠٠}{٤}$ = ١٠٠ سم

٢ ٦,٤ سم

السبب : ∵ أ ء × أ هـ = أ ب × أ و ∴ ٨ × ٤ = ٥ × أ و

∴ أ و = $\frac{٨ \times ٤}{٥}$ = ٦,٤ سم

مثال ٣

١ متوازى أضلاع طولا ضلعين متجاورين فيه : ٤ سم ، ٦ سم وارتفاعه الأصغر ٢ سم . أوجد مساحته.

٢ متوازى أضلاع طولا ضلعين متجاورين فيه : ٦ سم ، ٨ سم فإذا كان ارتفاعه الأكبر ٤ سم أوجد ارتفاعه الأصغر.

الحـــل

١ ∵ الارتفاع الأصغر يقابل القاعدة الأكبر طولاً

∴ مساحة متوازى الأضلاع = ٦ × ٢ = ١٢ سم^{٢}

٢ ∵ مساحة متوازى الأضلاع = طول القاعدة الصغرى × الارتفاع الأكبر

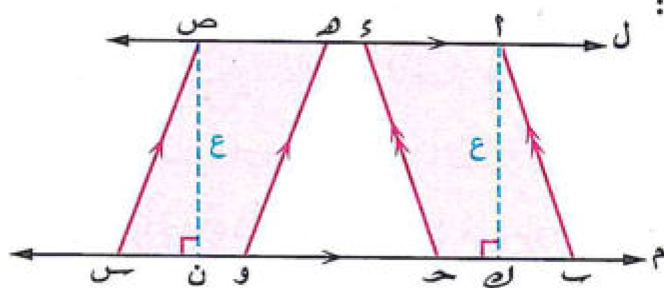
= طول القاعدة الكبرى × الارتفاع الأصغر

∴ ٦ × ٤ = ٨ × الارتفاع الأصغر ∴ الارتفاع الأصغر = $\frac{٦ \times ٤}{٨}$ = ٣ سم

نتيجة ٣

متوازيات الأضلاع المحصورة بين مستقيمين متوازيين وقواعدها التى على أحد هذين المستقيمين متساوية فى الطول تكون مساحاتها متساوية.

ويمكن استنتاج ذلك من الشكل المقابل كما يلى :



∵ المستقيم ل // المستقيم م

∴ أك = ص ن = ع

∴ مساحة ▱ أ ب حـ ء = ب حـ × ع

، مساحة ▱ هـ و س ص = و س × ع

فإذا كان : ب حـ = و س فإن : مساحة ▱ أ ب حـ ء = مساحة ▱ هـ و س ص

حاول بنفسك ٢

أكمل ما يأتى :

١ متوازى أضلاع طول قاعدته ١٢ سم وارتفاعه المناظر لها ٥ سم

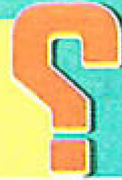
فإن مساحته = ... سم^{٢}

٢ متوازى أضلاع مساحته ٦٣ سم^{٢} وطول قاعدته ٧ سم

فإن : ارتفاعه المناظر لهذه القاعدة = ... سم

٣ أ ب حـ ء متوازى أضلاع فيه : أ ب = ٦ سم ، ب حـ = ١٢ سم وارتفاعه الأكبر ٤ سم

فإن مساحته = ... سم^{٢}



على تساوى مساحتى متوازيى أضلاع



اختبـــار تفاعلى

● تذكر ● فهم ● تطبيق ● حل مشكلات 📖 أسئلة كتاب الوزارة

١ أكمل ما يأتى :

١ سطحا متوازيى الأضلاع المشتركين فى القاعدة والمحصورين بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل هذه القاعدة ....

٢ مساحة متوازى الأضلاع تساوى مساحة .... المشترك معه فى القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين.

٣ مساحة متوازى الأضلاع = ... × ....

٤ مساحات متوازيات الأضلاع المحصورة بين مستقيمين متوازيين وقواعدها التى على أحد هذين المستقيمين متساوية فى الطول تكون ....

---

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان طول قاعدة متوازى أضلاع ٧ سم وارتفاعه المناظر لهذه القاعدة ٤ سم فإن مساحته تساوى ....

(أ) ١١ سم^{٢} (ب) ١٤ سم^{٢} (جـ) ٢٢ سم^{٢} (د) ٢٨ سم^{٢}

٢ إذا كانت مساحة متوازى أضلاع ٣٥ سم^{٢} وارتفاعه ٥ سم فإن طول قاعدته المناظرة لهذا الارتفاع يساوى ....

(أ) ٥ سم (ب) ٧ سم (جـ) ٩ سم (د) ٣٠ سم

٣ إذا كانت مساحة متوازى أضلاع ٥٠ سم^{٢} وطول قاعدته ١٠ سم فإن ارتفاعه المناظر لهذه القاعدة يساوى ....

(أ) ٥٠٠ سم (ب) ٥ سم (جـ) ٢٥٠ سم (د) ١٠٠ سم

٤ إذا كان طولا ضلعين متجاورين فى متوازى أضلاع ٨ سم ، ١٠ سم وارتفاعه الأكبر ٥ سم فإن مساحته تساوى ....

(أ) ٨٠ سم^{٢} (ب) ٥٠ سم^{٢} (جـ) ٤٠ سم^{٢} (د) ١٨ سم^{٢}



٥ إذا كان أ ب حـ ء متوازى أضلاع فيه : أ ب = ٥ سم ، ب حـ = ١٠ سم وارتفاعه الأصغر ٤ سم فإن ارتفاعه الأكبر يساوى ....

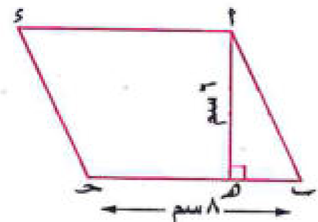
(أ) ٢ سم (ب) ٤ سم (جـ) ٨ سم (د) ١٠ سم

٦ متوازى أضلاع مساحته ٥٠ سم^{2} ، طول قاعدته يساوى ضعف ارتفاعه فإن ارتفاعه يساوى ....

(أ) ٥٠ سم (ب) ٢٥ سم (جـ) ١٠ سم (د) ٥ سم

٣ فى كل مما يأتى إذا كان أ ب حـ ء متوازى أضلاع فأكمل أسفل كل شكل :

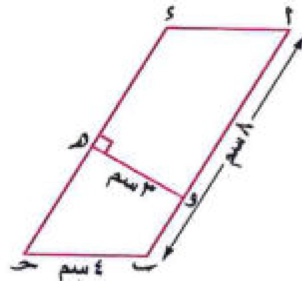
١



مساحة ▱ أ ب حـ ء

= .... سم^{2}

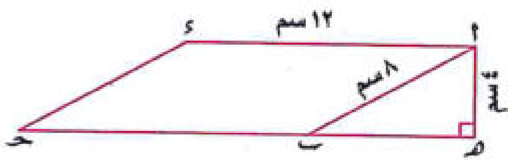
٢



مساحة ▱ أ ب حـ ء

= .... سم^{2}

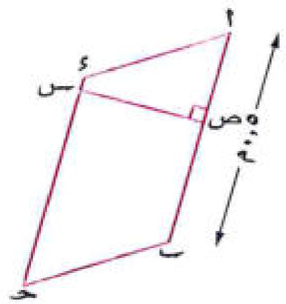
٣



مساحة ▱ أ ب حـ ء

= .... سم^{2}

٤

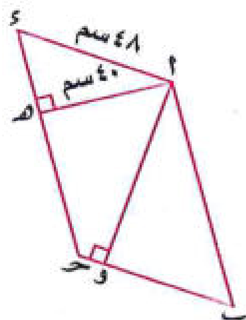


إذا كانت مساحة

▱ أ ب حـ ء = ١,٧ م^{2}

فإن : س ص = ... م

٥



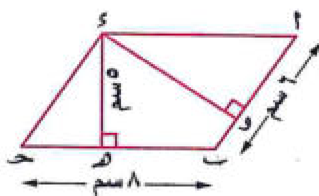
إذا كانت مساحة

▱ أ ب حـ ء = ٢٤٠٠ سم^{2}

فإن : ء حـ = ... سم

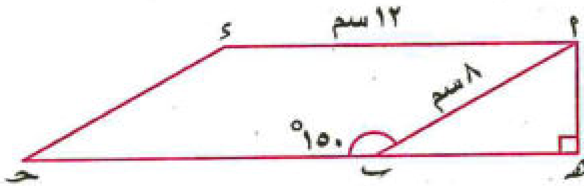
، أ و = ... سم

٦



ء و = ... سم

٤ **فى الشكل المقابل :**



أ ب جـ ء متوازى أضلاع فيه :

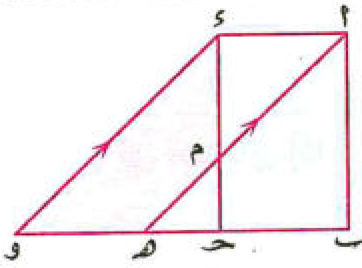
ق (∠ أ ب جـ) = ١٥٠° ، أ ء = ١٢ سم

، أ ب = ٨ سم ، هـ ∈ $\overleftrightarrow{\text{جـ ب}}$ ، $\overline{\text{أ هـ}}$ ⊥ $\overleftrightarrow{\text{جـ ب}}$

أوجد : مساحة ▱ أ ب جـ ء

«٤٨ سم^2»

٥ **فى الشكل المقابل :**

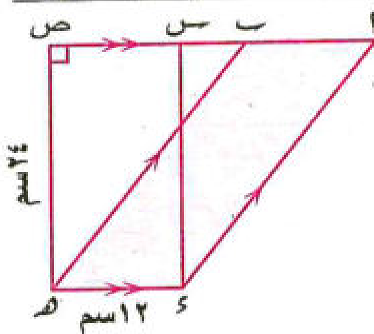


أ ب جـ ء مستطيل ، $\overline{\text{أ هـ}}$ // $\overline{\text{ء و}}$

، هـ ∈ $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ ، و ∈ $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$

أثبت أن : مساحة الشكل أ ب جـ م = مساحة الشكل ء م هـ و

٦ **فى الشكل المقابل :**



$\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ // $\overleftrightarrow{\text{ء هـ}}$ ، س ∈ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ ، ص ∈ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$

، س ء هـ ص مستطيل ، $\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب هـ}}$

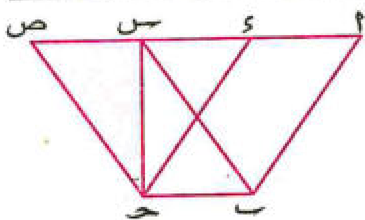
[١] **أوجد :** مساحة الشكل أ ب هـ ء

[٢] إذا كان : أ ء = ٣٠ سم

فأوجد : طول العمود النازل من ب على $\overline{\text{أ ء}}$

«٢٨٨ سم^2 ، ٩,٦ سم»

٧ **فى الشكل المقابل :**



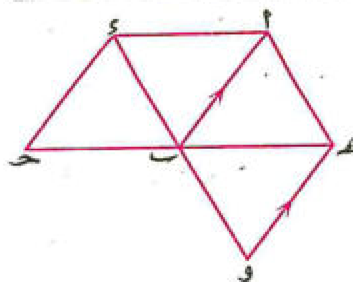
أ ب جـ ء ، س ب جـ ص متوازيا أضلاع

، س ∈ $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$ ، مساحة △ س جـ ص = ١٥ سم^2

أوجد : مساحة ▱ أ ب جـ ء

«٣٠ سم^2»

٨ **فى الشكل المقابل :**



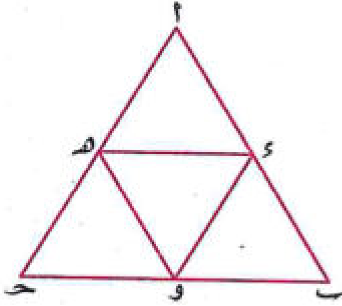
أ ب جـ ء ، أ هـ ب ء متوازيا أضلاع

، و ∈ $\overleftrightarrow{\text{ء ب}}$ بحيث $\overline{\text{هـ و}}$ // $\overline{\text{أ ب}}$

أثبت أن :

[١] أ هـ و ب متوازى أضلاع. [٢] مساحة ▱ أ ب جـ ء = مساحة ▱ أ هـ و ب

٩ **فى الشكل المقابل :**



ءب و هـ ، ء و حـ هـ متوازيا أضلاع

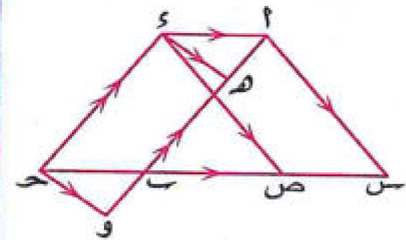
، و ∈ $\overline{\text{ب حـ}}$

أثبت أن : مساحة الشكل أ ب و هـ = مساحة الشكل أ ء و حـ

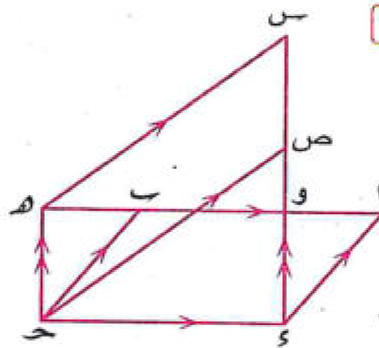
---

١٠ **فى كل من الأشكال التالية بيِّن أن متوازيات الأضلاع الثلاثة متساوية المساحة :**

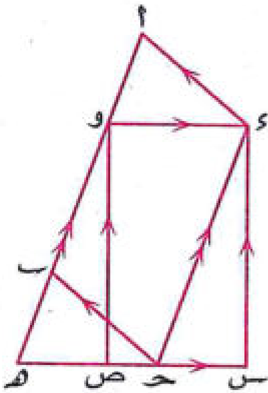
١



٢

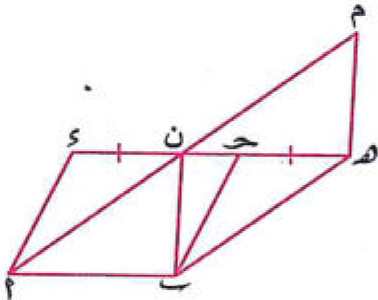


٣



---

١١ **فى الشكل المقابل :**



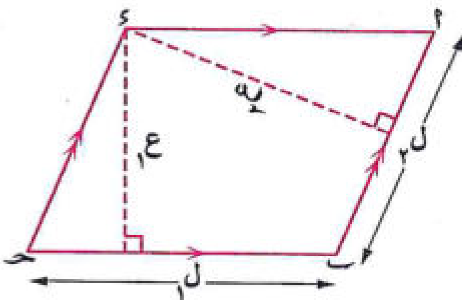
أ ب حـ ء ، ب هـ م ن متوازيا أضلاع

، هـ حـ = ء ن حيث هـ ∈ $\overleftrightarrow{\text{ء حـ}}$ ، م ∈ $\overleftarrow{\text{أ ن}}$

أثبت أن : مساحة ▱ أ ب حـ ء = مساحة ▱ ب هـ م ن

للمتفوقين

١٢ **فى الشكل المقابل :**



«١٦ سم»

أ ب حـ ء متوازى أضلاع مساحته = ٢٤٠ سم^{2}

، ل$_{1}$: ع$_{1}$ = ٥ : ٣ ، ل$_{1}$: ل$_{2}$ = ٤ : ٣

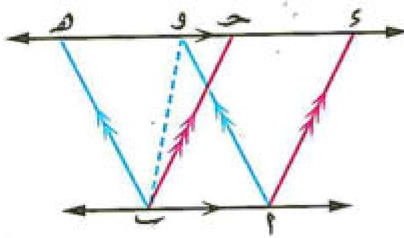
أوجد : ع$_{2}$

الدرس 2

تابع نتائج نظرية (١)

نتيجة ٤

مساحة المثلث تساوى نصف مساحة متوازى الأضلاع المشترك معه فى القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل القاعدة المشتركة.



- ويمكن استنتاج ذلك من الشكل المقابل كما يلى :

$\overleftrightarrow{ءهـ}$ // $\overleftrightarrow{أب}$ ، أ ب حـ ء ، أ ب هـ و متوازيا أضلاع

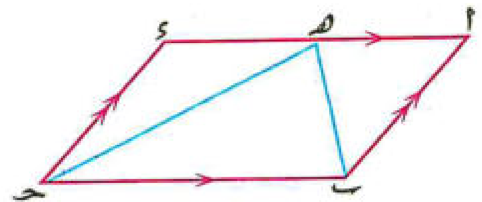
، $\overline{ب و}$ قطر فى متوازى الأضلاع أ ب هـ و

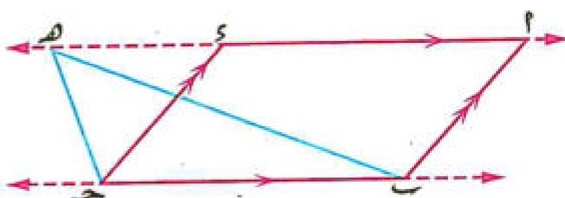
∴ مساحة المثلث أ ب و = $\frac{١}{٢}$ مساحة ▱ أ ب هـ و

، ∵ مساحة ▱ أ ب حـ ء = مساحة ▱ أ ب هـ و (نظرية)

∴ مساحة المثلث أ ب و = $\frac{١}{٢}$ مساحة ▱ أ ب حـ ء

! ملاحظة





فى كل من الشكلين السابقين : مساحة Δ ب حـ هـ = $\frac{١}{٢}$ مساحة ▱ أ ب حـ ء

مثال ١

في الشكل المقابل :

٩ب حء ، ٩هـ و ن متوازيا أضلاع

، هـ ∈ $\overline{\text{ب ح}}$ ، ء ∈ $\overline{\text{ن و}}$

أثبت أن : مساحة ▱ ٩ب حء = مساحة ▱ ٩هـ و ن

الحل

المعطيات | ٩ب حء ، ٩هـ و ن متوازيا أضلاع.

المطلوب | إثبات أن : مساحة ▱ ٩ب حء = مساحة ▱ ٩هـ و ن

البرهان | ∵ Δ ٩هـ ء يشترك مع ▱ ٩ب حء فى القاعدة $\overline{\text{٩ء}}$ ، هـ ∈ $\overline{\text{ب ح}}$

∴ مساحة Δ ٩هـ ء = $\frac{1}{2}$ مساحة ▱ ٩ب حء (١)

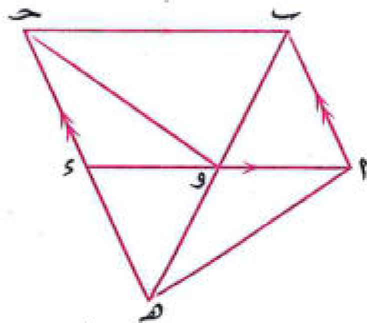
، ∵ Δ ٩هـ ء يشترك مع ▱ ٩هـ و ن فى القاعدة $\overline{\text{٩هـ}}$ ، ء ∈ $\overline{\text{و ن}}$

∴ مساحة Δ ٩هـ ء = $\frac{1}{2}$ مساحة ▱ ٩هـ و ن (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أن :

مساحة ▱ ٩ب حء = مساحة ▱ ٩هـ و ن (وهو المطلوب)

حاول بنفسك ١



في الشكل المقابل :

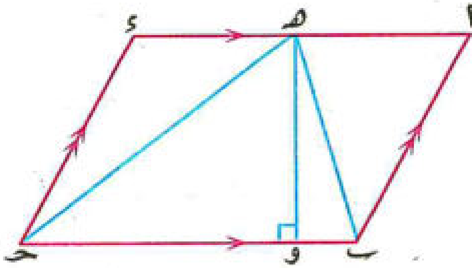
٩ب حء متوازى أضلاع

، هـ ∈ $\overleftarrow{\text{حء}}$ ، و ∈ $\overline{\text{٩ء}}$

أثبت أن : مساحة Δ ٩ب هـ = مساحة Δ ب و ح

نتيجـة ٥

مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها.



- ويمكن استنتاج ذلك من الشكل المقابل كما يلى :

∵ مساحة △ ب جـ هـ = $\frac{1}{2}$ مساحة ▱ أ ب جـ ء

، ∵ مساحة ▱ أ ب جـ ء = ب جـ × هـ و

∴ مساحة △ ب جـ هـ = $\frac{1}{2}$ ب جـ × هـ و

حيث ب جـ طول قاعدة المثلث

، هـ و ارتفاع المثلث المناظر للقاعدة $\overline{\text{ب جـ}}$

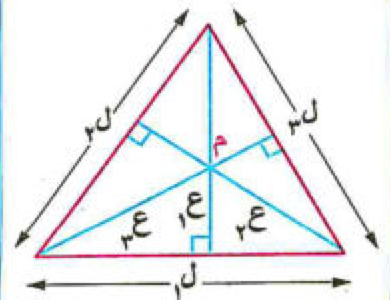
لاحظ أن :

ارتفاع المثلث هو طول القطعة المستقيمة العمودية المرسومة من رأس المثلث إلى الضلع المقابل لها.

ملاحظة

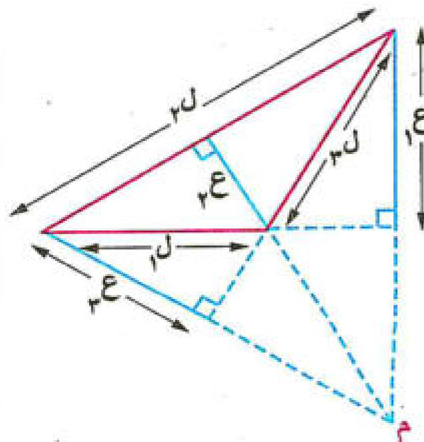
يمكن اعتبار أى ضلع من أضلاع المثلث كقاعدة ، وعلى هذا فإن للمثلث ثلاث قواعد ، ولكل قاعدة ارتفاع مناظر هو طول القطعة المستقيمة العمودية المرسومة من الرأس إلى القاعدة المقابلة لهذا الرأس ، والمستقيمات الحاملة لهذه القطع المستقيمة العمودية تتقاطع فى نقطة واحدة كما فى الأشكال التالية :

المثلث حاد الزوايا



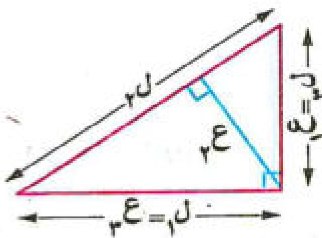
نقطة التقاطع م تقع داخل المثلث

المثلث المنفرج الزاوية



نقطة التقاطع م تقع خارج المثلث

المثلث القائم الزاوية



نقطة التقاطع هى رأس القائمة

مثال ٢

أكمل ما يأتى :

١ مثلث طول قاعدته ٨ سم وارتفاعه المناظر لها ٥ سم فإن مساحته تساوى ....

٢ مثلث مساحته ٢٤ سم^{٢} وارتفاعه ٤ سم فإن طول قاعدته المناظرة لهذا الارتفاع يساوى ....

٣ أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب فيه : ب حـ = ١٠ سم ، أ ب = ٨ سم فإن مساحته تساوى ....

الحل

١ ٢٠ سم^{٢}

السبب : مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها

= $\frac{١}{٢}$ × ٨ × ٥ = ٢٠ سم^{٢}

٢ ١٢ سم

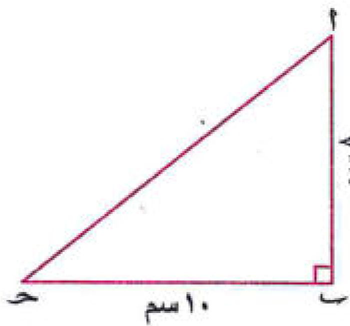
السبب : ∵ مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها

∴ ٢٤ = $\frac{١}{٢}$ × طول القاعدة × ٤

∴ ٢٤ = ٢ × طول القاعدة ∴ طول القاعدة = $\frac{٢٤}{٢}$ = ١٢ سم

٣ ٤٠ سم^{٢}

السبب :



مساحة $\triangle$ أ ب حـ = $\frac{١}{٢}$ طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها

= $\frac{١}{٢}$ × ب حـ × أ ب = $\frac{١}{٢}$ × ١٠ × ٨ = ٤٠ سم^{٢}

حاول بنفسك ٢

أكمل ما يأتى :

١ إذا كان طول قاعدة مثلث ٤ سم وارتفاعه المناظر لها ٣ سم فإن مساحته = ...

٢ إذا كانت مساحة مثلث ٣٦ سم^{٢} وطول قاعدته ٩ سم فإن ارتفاعه المناظر لهذه القاعدة = ...

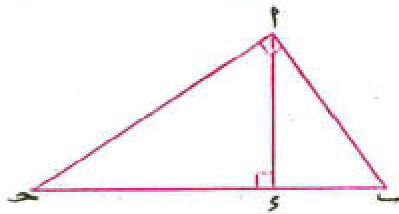
ملاحظة

إذا كان Δ أ ب حـ قائم الزاوية فى أ

، ء $\in$ $\overline{\text{ب حـ}}$ بحيث $\overline{\text{أ ء}}$ $\perp$ $\overline{\text{ب حـ}}$ فإن :

مساحة Δ أ ب حـ = $\frac{1}{2}$ ب حـ × أ ء = $\frac{1}{2}$ أ ب × أ حـ

$\therefore$ $\frac{1}{2}$ ب حـ × أ ء = $\frac{1}{2}$ أ ب × أ حـ $\therefore$ ب حـ × أ ء = أ ب × أ حـ



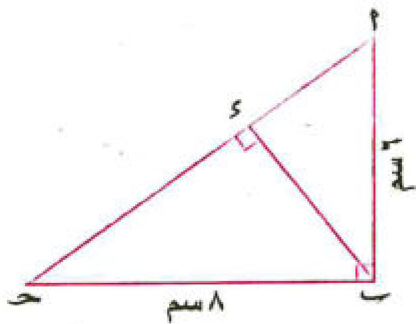
مثال ٣

فى الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب ، ء $\in$ $\overline{\text{أ حـ}}$ بحيث $\overline{\text{ب ء}}$ $\perp$ $\overline{\text{أ حـ}}$

إذا كان : أ ب = ٦ سم ، ب حـ = ٨ سم

فأوجد : طول $\overline{\text{ب ء}}$



الحـــل

المعطيات أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب ، $\overline{\text{ب ء}}$ $\perp$ $\overline{\text{أ حـ}}$ ، أ ب = ٦ سم ، ب حـ = ٨ سم

المطلـوب **إيجاد :** طول $\overline{\text{ب ء}}$

البرهــان $\because$ Δ أ ب حـ قائم الزاوية فى ب

$\therefore$ $(\text{أ حـ})^2 = (\text{أ ب})^2 + (\text{ب حـ})^2$ = ٣٦ + ٦٤ = ١٠٠ $\therefore$ أ حـ = ١٠ سم

، $\because$ $\overline{\text{ب ء}}$ $\perp$ $\overline{\text{أ حـ}}$ $\therefore$ ب ء × أ حـ = أ ب × ب حـ

$\therefore$ ب ء × ١٠ = ٦ × ٨ $\therefore$ ب ء = $\frac{٦ \times ٨}{١٠}$ = ٤,٨ سم (وهو المطلوب)

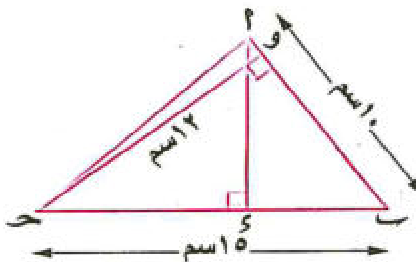
حاول بنفسك ٣

فى الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث فيه : أ ب = ١٠ سم ، ب حـ = ١٥ سم

، رسم $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$ $\perp$ $\overline{\text{ب حـ}}$ قطعها فى ء ، $\overleftrightarrow{\text{حـ و}}$ $\perp$ $\overline{\text{أ ب}}$ قطعها فى و

فإذا كان حـ و = ١٢ سم **فأوجد :** طول $\overline{\text{أ ء}}$





على نتيجة (٤) ، نتيجة (٥)



اختبار تفاعلى

● تذكر ● فهم ○ تطبيق ● حل مشكلات 📖 أسئلة كتاب الوزارة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مساحة المثلث .... مساحة متوازى الأضلاع المشترك معه فى القاعدة ورأسه على المستقيم الموازى لهذه القاعدة.

(أ) تساوى (ب) نصف (جـ) ضعف (د) ربع

٢ مساحة المثلث = ... طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها.

(أ) ٢ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{١}{٤}$ (د) $\frac{١}{٣}$

٣ النسبة بين مساحة متوازى الأضلاع ومساحة المثلث المشترك معه فى القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين ....

(أ) ١ : ٢ (ب) ١ : ٣ (جـ) ٢ : ١ (د) ٢ : ٣

٤ إذا كان طول قاعدة مثلث ٤ سم وارتفاعه المناظر لهذه القاعدة ٣ سم فإن مساحته ....

(أ) ٦ سم^{٢} (ب) ١٢ سم^{٢} (جـ) ٢٤ سم^{٢} (د) ٣٤ سم^{٢}

٥ المثلث الذى طول قاعدته ١٢ سم ومساحته ٤٨ سم^{٢} يكون ارتفاعه المناظر لهذه القاعدة ....

(أ) ٣ سم (ب) ٤ سم (جـ) ٦ سم (د) ٨ سم

٦ إذا كانت مساحة مثلث ٤٢ سم^{٢} وارتفاعه ٧ سم فإن طول قاعدته المناظرة لهذا الارتفاع ....

(أ) ١٥ سم (ب) ١٢ سم (جـ) ٨ سم (د) ٤ سم

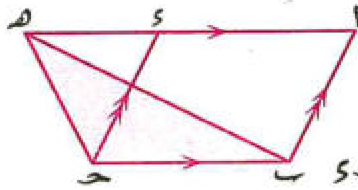
٧ مساحة المثلث القائم الزاوية الذى طولا ضلعى القائمة فيه ٦ سم ، ٩ سم تساوى ....

(أ) ٥٤ سم^{٢} (ب) ٦٠ سم^{٢} (جـ) ٢٧ سم^{٢} (د) ١٥ سم^{٢}

٨ إذا كان أ ب حـ ء متوازى أضلاع مساحته ١٠٠ سم^{٢} ، هـ ∈ $\overline{أء}$ فإن مساحة △ هـ ب حـ = ...

(أ) ٢٥ سم^{٢} (ب) ٥٠ سم^{٢} (جـ) ١٠٠ سم^{٢} (د) ٢٠٠ سم^{٢}

٢ في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء متوازى أضلاع ، هـ ∈ ء أ ←

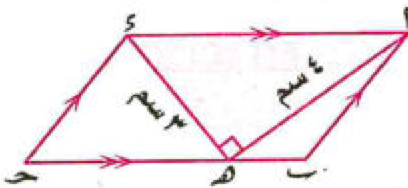
أكمل : **١** مساحة △ هـ ب حـ = ... مساحة ▱ أ ب حـ ء

٢ إذا كانت مساحة △ هـ ب حـ تساوى ٢٠ سم²

فإن مساحة ▱ أ ب حـ ء تساوى .... سم²

---

٣ في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء متوازى أضلاع ، أ هـ = ٤ سم ، هـ ء = ٣ سم

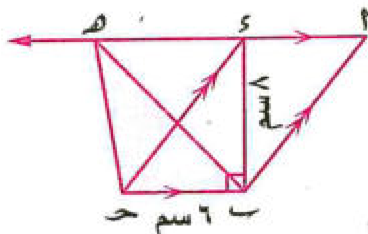
، ق (∠ أ هـ ء) = ٩٠° ، هـ ∈ ب حـ

أكمل : **١** مساحة △ أ هـ ء = ... سم²

٢ مساحة ▱ أ ب حـ ء = ... سم²

---

٤ في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء متوازى أضلاع فيه : ب حـ = ٦ سم

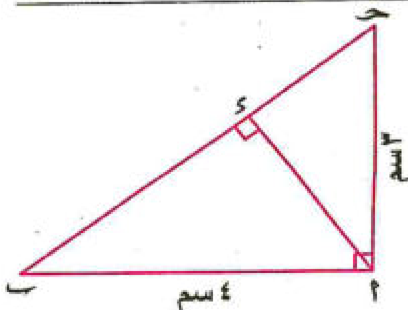
، ء ب ⊥ ب حـ بحيث ء ب = ٨ سم ، هـ ∈ أ ء ←

أكمل : **١** مساحة متوازى الأضلاع أ ب حـ ء = ... سم²

٢ مساحة △ هـ ب حـ = ... سم²

---

٥ في الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى أ ، أ ء ⊥ ب حـ

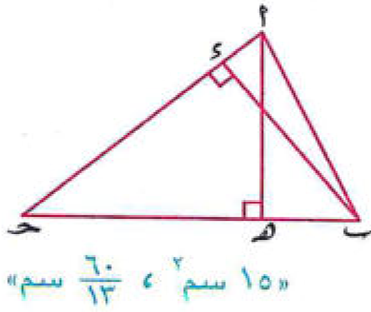
، أ ب = ٤ سم ، أ حـ = ٣ سم

أوجد : **١** مساحة △ أ ب حـ

٢ طول أ ء

«٦ سم² ، ٢,٤ سم»

٦ في الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث فيه : ب حـ = ٦,٥ سم ، أ حـ = ٦ سم

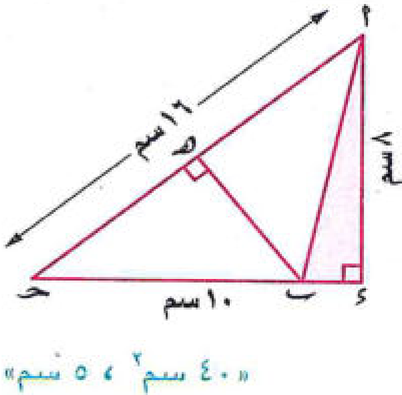
، أ هـ ⊥ ب حـ ، ب ء ⊥ أ حـ ، ب ء = ٥ سم

أوجد : [١] مساحة Δ أ ب حـ [٢] طول أ هـ

«١٥ سم^2 ، $\frac{٦٠}{١٣}$ سم»

---

٧ في الشكل المقابل :



أ ء ⊥ حـ ب ، ب هـ ⊥ أ حـ ، أ حـ = ١٦ سم

، ب حـ = ١٠ سم ، أ ء = ٨ سم

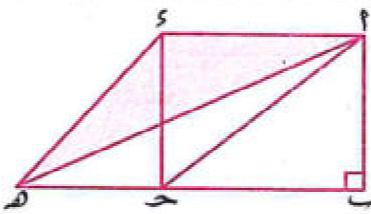
أوجد : [١] مساحة Δ أ ب حـ

[٢] طول ب هـ

«٤٠ سم^2 ، ٥ سم»

---

٨ في الشكل المقابل :

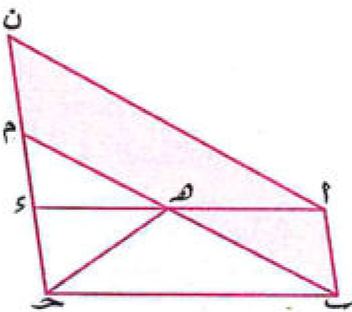


أ ب حـ ء مستطيل ، هـ ∈ ب حـ

برهن أن : مساحة Δ ء أ هـ = مساحة Δ أ ب حـ

---

٩ في الشكل المقابل :



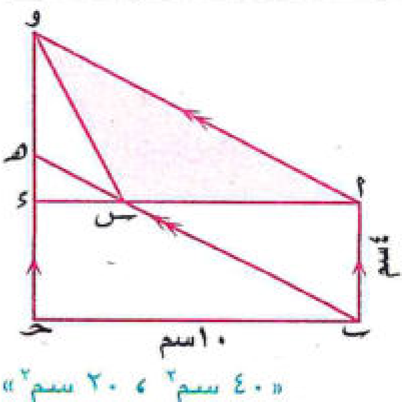
أ ب حـ ء ، أ ب م ن متوازيا أضلاع

، م ∈ حـ ء

برهن أن : مساحة Δ هـ ب حـ = $\frac{1}{2}$ مساحة ▱ أ ب م ن

---

١٠ في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء مستطيل ، أ ب هـ و متوازى أضلاع

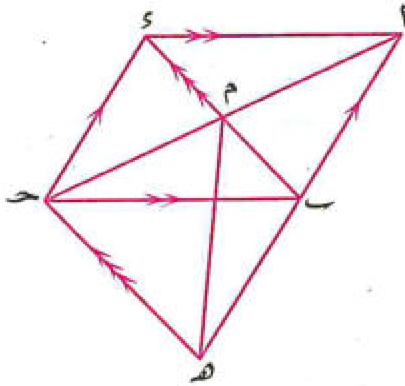
، ء ∈ حـ و ، س ∈ ب هـ ، هـ ∈ حـ و

، أ ب = ٤ سم ، ب حـ = ١٠ سم أوجد بالبرهان :

[١] مساحة ▱ أ ب هـ و [٢] مساحة Δ س أ و

«٤٠ سم^2 ، ٢٠ سم^2»

١١ في الشكل المقابل :



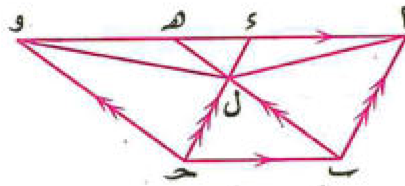
أ ب ح ء ، ب هـ ح ء متوازيا أضلاع

، $\overline{أح} \cap \overline{ب ء} = \{م\}$

برهن أن : مساحة Δ أ ب ء = مساحة Δ م هـ ح

---

١٢ في الشكل المقابل :



أ ب ح ء ، هـ ب ح و متوازيا أضلاع

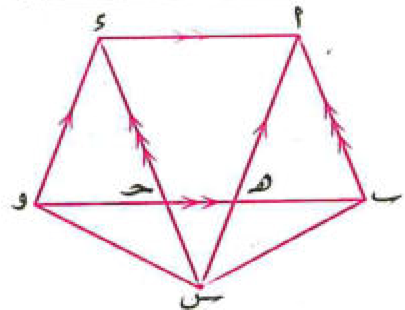
، $\overline{ب هـ} \cap \overline{ح ء} = \{ل\}$ ، ء $\in \overline{أو}$ ، هـ $\in \overline{أو}$

برهن أن : ١ مساحة Δ أ ب ل = مساحة Δ و ح ل

٢ مساحة الشكل أ ب ح ل = مساحة الشكل و ح ب ل

---

١٣ في الشكل المقابل :



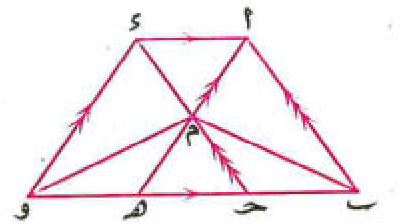
أ ب ح ء ، أ هـ و ء متوازيا أضلاع

، $\overleftrightarrow{أهـ} \cap \overleftrightarrow{ء ح} = \{س\}$

أثبت أن : مساحة Δ أ ب س = مساحة Δ ء و س

---

١٤ في الشكل المقابل :



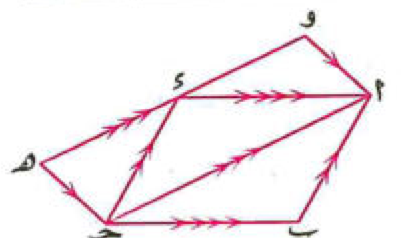
أ ب ح ء ، أ هـ و ء متوازيا أضلاع

، $\overline{أهـ} \cap \overline{ح ء} = \{م\}$ حيث هـ $\in \overline{ب و}$ ، ح $\in \overline{ب و}$

أثبت أن : مساحة Δ أ ب م = مساحة Δ ء م و

---

١٥ في الشكل المقابل :



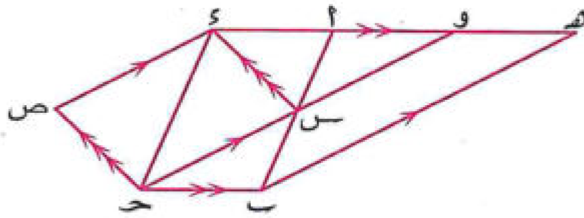
أ ب ح ء ، أ ح هـ و متوازيا أضلاع

، ء $\in \overline{و هـ}$

أثبت أن : مساحة ▱ أ ب ح ء = مساحة ▱ أ ح هـ و



١٦ في الشكل المقابل :



$\overleftrightarrow{هـ ء}$ // $\overleftrightarrow{ب حـ}$ ، $\overleftrightarrow{س ء}$ // $\overleftrightarrow{حـ ص}$

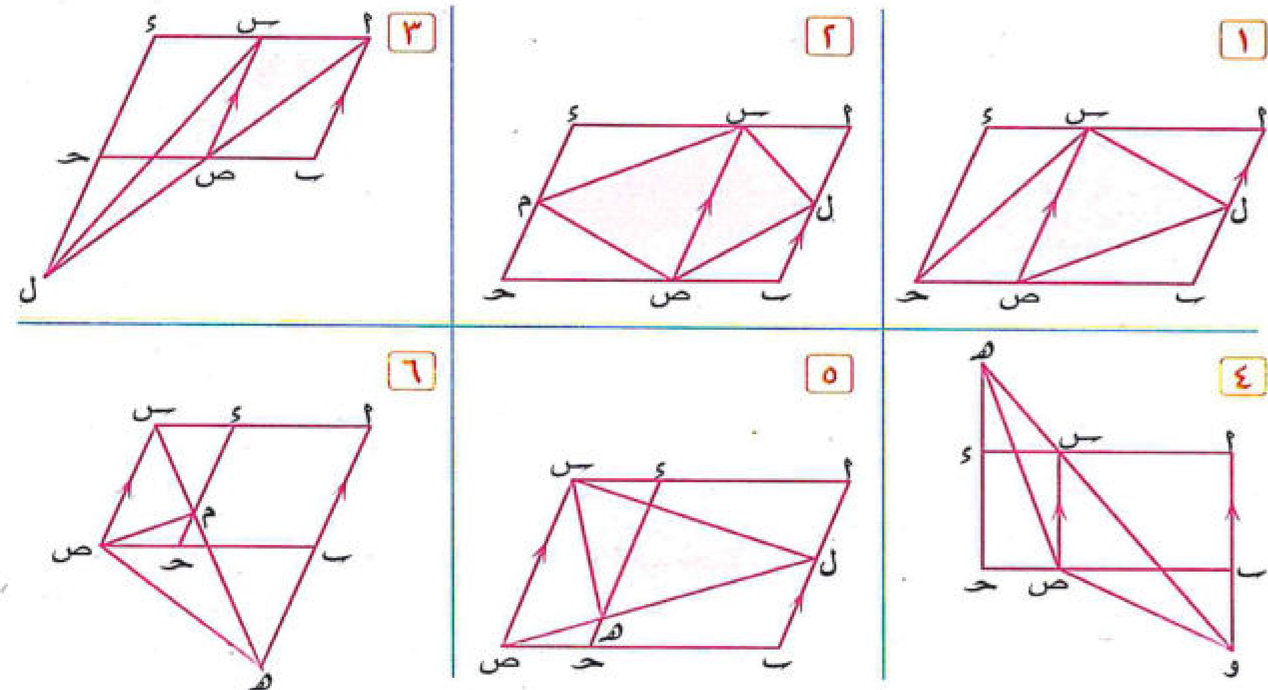
، $\overleftrightarrow{هـ ب}$ // $\overleftrightarrow{و حـ}$ // $\overleftrightarrow{ء ص}$

، س $\in$ $\overline{و حـ}$ ، و $\in$ $\overline{هـ ء}$ ، أ $\in$ $\overline{هـ ء}$

برهن أن : متوازيات الأضلاع هـ ب حـ و ، أ ب حـ ء ، ء س حـ ص متساوية المساحة.

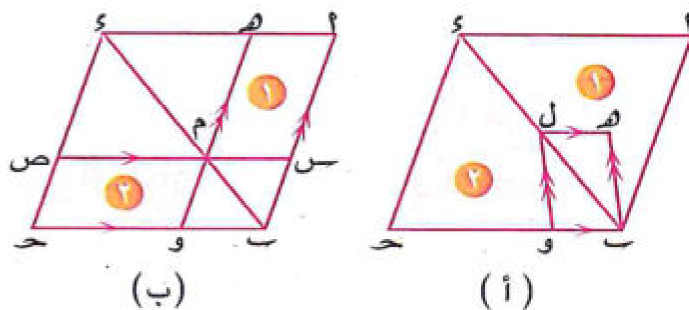
---

١٧ في كل من الأشكال التالية $\overline{س ص}$ // $\overleftrightarrow{أ ب}$ ، بين أن مساحة الشكل الملون نصف مساحة متوازى الأضلاع أ ب حـ ء :



---

١٨ في كل من الشكلين :

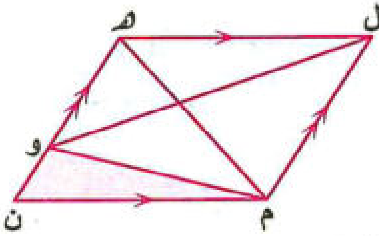


أ ب حـ ء متوازى أضلاع.

لماذا تكون مساحة الشكل (١)

تساوى مساحة الشكل (٢) ؟

١٩ في الشكل المقابل :



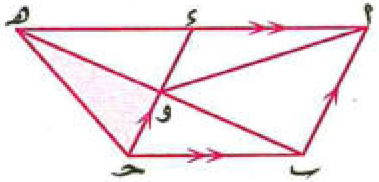
ل م ن هـ متوازى أضلاع

برهن أن :

مساحة المثلث ل هـ و + مساحة المثلث م و ن = مساحة المثلث ل هـ م .

---

٢٠ في الشكل المقابل :



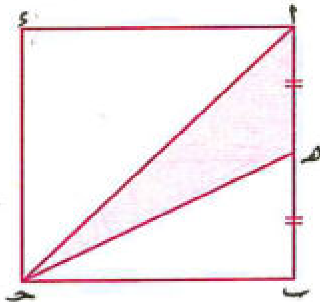
أ ب حـ ء متوازى أضلاع ، هـ ∈ $\overleftarrow{أ ء}$

، $\overline{ب هـ} \cap \overline{حـ ء} = \{و\}$

برهن أن : مساحة △ أ و ء = مساحة △ هـ و حـ

---

٢١ في الشكل المقابل :



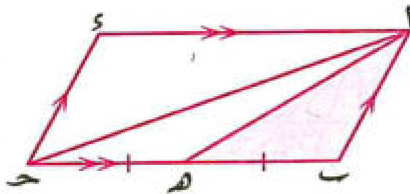
أ ب حـ ء مربع ، هـ منتصف $\overline{أ ب}$

، محيط المربع أ ب حـ ء = ٤٨ سم

أوجد : مساحة △ أ هـ حـ «٣٦ سم^{٢}»

---

٢٢ في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء متوازى أضلاع محيطه ٤٨ سم ، ب حـ = ٢ أ ب

، مساحة △ أ ب حـ = ٥٦ سم^{٢} ، هـ منتصف $\overline{ب حـ}$

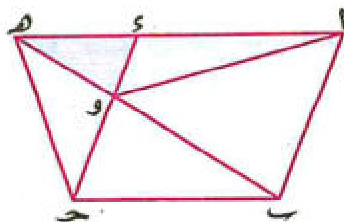
أوجد : ١ ارتفاعى متوازى الأضلاع أ ب حـ ء

٢ مساحة △ أ هـ حـ

«١٤ سم ، ٧ سم ، ٢٨ سم^{٢}»

للمتفوقين

٢٣ في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء متوازى أضلاع ، و ∈ $\overline{حـ ء}$ ، $\overleftarrow{ب و} \cap \overleftarrow{أ ء} = \{هـ\}$

أثبت أن : مساحة △ أ و هـ = مساحة △ ء حـ هـ

---

٢٤ أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في ب فيه : ق (∠ حـ) = ٣٠° ، $\overleftarrow{ب ء} \perp \overline{أ حـ}$ يقطعها في ء

أثبت أن : $ب ء = \frac{٢ أ ء \times ب حـ}{أ حـ}$



الدرس 3

تساوى مساحتى مثلثين

• رأيت فى الدرس السابق أن مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ طول قاعدته × الارتفاع المناظر لها

ونتيجة لذلك فإنه :

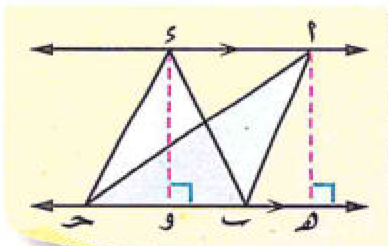
إذا تساوى طولا قاعدتى مثلثين وتساوى ارتفاعاهما المناظران لهاتين القاعدتين كان هذان المثلثان متساويين فى المساحة.

• وفى هذا الدرس سندرس بعض الحالات المختلفة لتساوى مساحتى مثلثين.

نظرية ٢

المثلثان المرسومان على قاعدة واحدة ورأساهما على مستقيم يوازى هذه القاعدة يكونان متساويين فى المساحة.

المعطيات	$\overleftrightarrow{أ ء}$ // $\overleftrightarrow{ب حـ}$ ، المثلثان أ ب حـ ، ء ب حـ يشتركان فى القاعدة $\overline{ب حـ}$
المطلوب	إثبات أن : مساحة Δ أ ب حـ = مساحة Δ ء ب حـ
العمل	نرسم $\overline{أ هـ} \perp \overleftrightarrow{ب حـ}$ ، $\overline{ء و} \perp \overleftrightarrow{ب حـ}$



البرهـــان ∵ $\overleftrightarrow{أء} // \overleftrightarrow{ب ح}$ ، $\overline{أهـ}$ ، $\overline{ءو}$ عموديين على $\overline{ب ح}$

∴ أهـ و ء مستطيل ∴ أهـ = ء و

، ∵ مساحة Δ أ ب ح = $\frac{1}{2}$ ب ح × أهـ (١)

، مساحة Δ ء ب ح = $\frac{1}{2}$ ب ح × ء و = $\frac{1}{2}$ ب ح × أهـ (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ مساحة Δ أ ب ح = مساحة Δ ء ب ح (وهو المطلوب)

مثال ١

فى الشكل المقابل :

أ ب ح مثلث فيه : ء ∈ $\overline{أ ب}$ ، هـ ∈ $\overline{أ ح}$ بحيث $\overline{ء هـ} // \overline{ب ح}$

أثبت أن : مساحة Δ أ ب هـ = مساحة Δ أ ح ء

الحـــل

المعطيات أ ب ح مثلث ، $\overline{ء هـ} // \overline{ب ح}$

المطلوب إثبات أن : مساحة Δ أ ب هـ = مساحة Δ أ ح ء

البرهـــان ∵ ΔΔ ء ب هـ ، ء ح هـ مشتركان فى القاعدة $\overline{ء هـ}$ ، $\overline{ب ح} // \overline{ء هـ}$

∴ مساحة Δ ء ب هـ = مساحة Δ ء ح هـ

وبإضافة مساحة Δ أ ء هـ للطرفين :

∴ مساحة Δ ء ب هـ + مساحة Δ أ ء هـ = مساحة Δ ء ح هـ + مساحة Δ أ ء هـ

∴ مساحة Δ أ ب هـ = مساحة Δ أ ح ء (وهو المطلوب)

حاول بنفسك ١

فى الشكل المقابل :

أ ب ح ء شكل رباعى تقاطع قطراه فى م

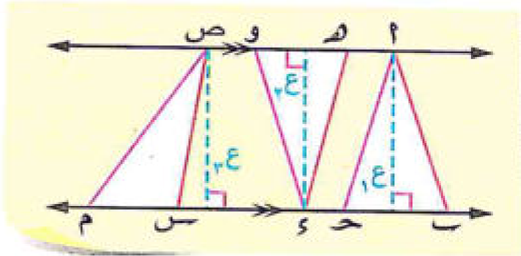
، $\overline{أء} // \overline{هـ و} // \overline{ب ح}$

أثبت أن : مساحة Δ أ ب هـ = مساحة Δ ء ح و

نتائج هامة

نتيجة ١

المثلثات التى قواعدها متساوية فى الطول والمحصورة بين مستقيمين متوازيين تكون متساوية فى المساحة.



ففى الشكل المقابل :

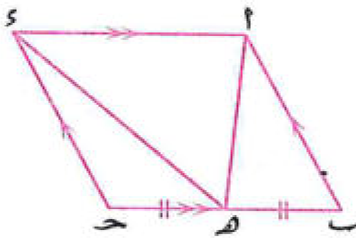
إذا كان : $\overleftrightarrow{أهـ} // \overleftrightarrow{بحـ}$

، بحـ = هـ و = س م

فإن : مساحة △ أ ب حـ = مساحة △ ء هـ و = مساحة △ ص س م (لاحظ أن : $ع_1 = ع_2 = ع_3$)

مثال ٢

فى الشكل المقابل :



أ ب حـ ء متوازى أضلاع مساحته ٣٢ سم^2 ، هـ منتصف $\overline{بحـ}$

أوجد : مساحة △ أ ب هـ

الحل

المعطيات أ ب حـ ء متوازى أضلاع مساحته ٣٢ سم^2 ، هـ منتصف $\overline{بحـ}$

المطلوب إيجاد : مساحة △ أ ب هـ

البرهان ∵ △ أ هـ ء يشترك مع ▱ أ ب حـ ء فى القاعدة $\overline{أء}$

، هـ ∈ $\overline{بحـ}$ ∴ مساحة △ أ هـ ء = $\frac{1}{2}$ مساحة ▱ أ ب حـ ء

∴ مساحة △ أ ب هـ + مساحة △ ء هـ حـ = $\frac{1}{2}$ مساحة ▱ أ ب حـ ء

= $\frac{32}{2}$ = ١٦ سم^2

، ∵ ب هـ = هـ حـ ، $\overline{أء} // \overline{بحـ}$

∴ مساحة △ أ ب هـ = مساحة △ ء هـ حـ = $\frac{16}{2}$ = ٨ سم^2 (وهو المطلوب)

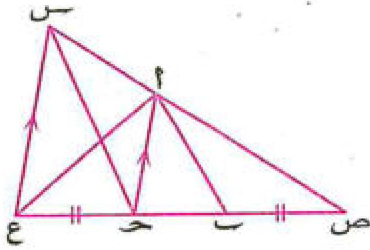
حاول بنفسك ٢

في الشكل المقابل :

ـس ص ع مثلث ، ص ب = حـ ع

، ـس ع // ٢ حـ

أثبت أن : مساحة Δ ٢ ص ب = مساحة Δ ٢ ـس حـ



نتيجـــة ٢

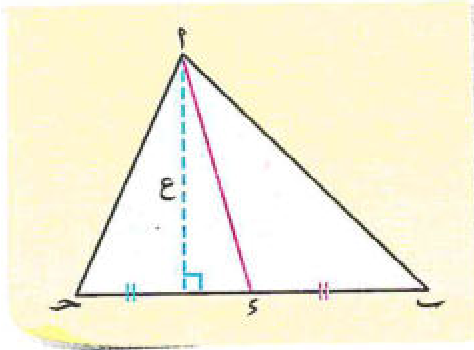
متوسط المثلث يقسم سطحه إلى سطحى مثلثين متساويين فى المساحة.

ففى الشكل المقابل :

إذا كان : ٢ء متوسطًا فى Δ ٢ ب حـ

فإن : مساحة Δ ٢ ب ء = مساحة Δ ٢ ء حـ

لاحظ أن : المثلثين لهما نفس الارتفاع «ع» ، ب ء = ء حـ



مثال ٣

في الشكل المقابل :

ـس ص // ب حـ ، ء منتصف ب حـ

أثبت أن : مساحة Δ ٢ ـس ء = مساحة Δ ٢ حـ ص

الحـــل

المعطيات	ـس ص // ب حـ ، ء منتصف ب حـ
المطلــوب	إثبات أن : مساحة Δ ٢ ـس ء = مساحة Δ ٢ حـ ص
البرهـــان	∵ ب ء = حـ ء ، ب حـ // ـس ص
	∴ مساحة Δ ب ـس ء = مساحة Δ حـ ص ء (١)

، ∵ ء منتصف $\overline{\text{ب حـ}}$ ∴ $\overline{\text{أ ء}}$ متوسط فى Δ أ ب حـ

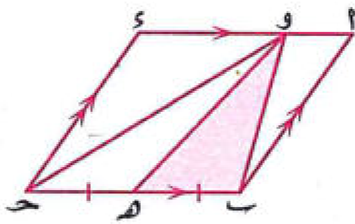
∴ مساحة Δ أ ب ء = مساحة Δ أ حـ ء (٢)

بجمع (١) ، (٢) :

∴ مساحة Δ ب س ء + مساحة Δ أ ب ء = مساحة Δ حـ ص ء + مساحة Δ أ حـ ء

∴ مساحة Δ أ س ء = مساحة Δ أ حـ ص (وهو المطلوب)

حاول بنفسك ٣



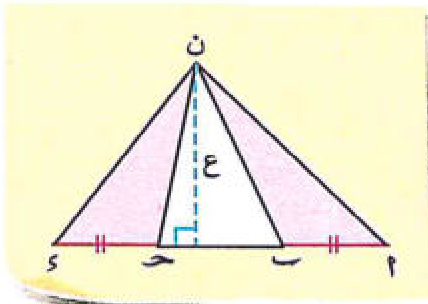
فى الشكل المقابل :

أ ب حـ ء متوازى أضلاع ، و ∈ $\overline{\text{أ ء}}$ ، هـ منتصف $\overline{\text{ب حـ}}$

أثبت أن : مساحة Δ ب هـ و = $\frac{1}{4}$ مساحة ▱ أ ب حـ ء

نتيجة ٣

المثلثات التى أطوال قواعدها متساوية ، وعلى مستقيم واحد ومشتركة فى الرأس تكون متساوية فى المساحة.



ففى الشكل المقابل :

مساحة Δ ن أ ب = مساحة Δ ن حـ ء

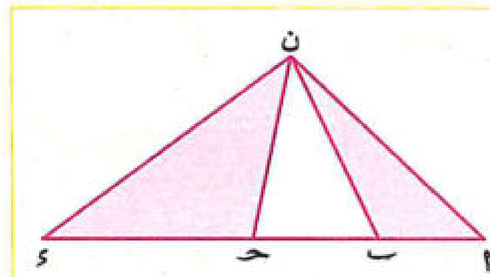
لاحظ أن : المثلثين لهما نفس الارتفاع «ع» ، أ ب = حـ ء

ملاحظة

فى الشكل المقابل :

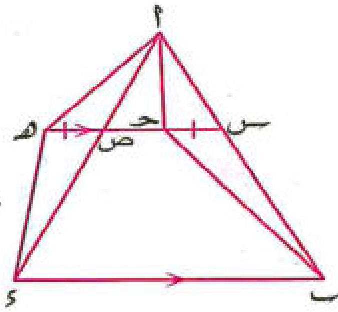
إذا كان : أ ب = $\frac{1}{2}$ حـ ء

فإن : مساحة Δ ن أ ب = $\frac{1}{2}$ مساحة Δ ن حـ ء



مثـال ٤

فى الشكل المقابل :



$\overline{\text{س هـ}}$ // $\overline{\text{ب د}}$ ، حـ $\in$ $\overline{\text{س هـ}}$

، ص $\in$ $\overline{\text{س هـ}}$ بحيث س حـ = ص هـ

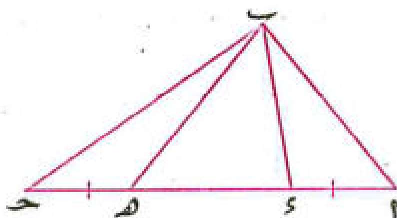
أثبت أن : مساحة Δ أ ب حـ = مساحة Δ أ د هـ

الحــل

المعطيات	$\overline{\text{س هـ}}$ // $\overline{\text{ب د}}$ ، س حـ = ص هـ
المطلـوب	إثبات أن : مساحة Δ أ ب حـ = مساحة Δ أ د هـ
البرهــان	$\because$ $\Delta\Delta$ س حـ ب ، هـ ص د قواعدهما متساوية فى الطول ، $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ // $\overleftrightarrow{\text{ب د}}$
	$\therefore$ مساحة Δ س حـ ب = مساحة Δ هـ ص د (١)
	، $\because$ $\Delta\Delta$ أ س حـ ، أ هـ ص مشتركان فى الرأس أ
	، س حـ = ص هـ وهما على مستقيم واحد.
	$\therefore$ مساحة Δ أ س حـ = مساحة Δ أ هـ ص (٢)
	بجمع (١) ، (٢) :
	$\therefore$ مساحة Δ س حـ ب + مساحة Δ أ س حـ
	= مساحة Δ هـ ص د + مساحة Δ أ هـ ص
	$\therefore$ مساحة Δ أ ب حـ = مساحة Δ أ د هـ (وهو المطلوب)

حاول بنفسك ٤

فى الشكل المقابل : أ ب حـ مثلث فيه :



د $\in$ $\overline{\text{أ حـ}}$ ، هـ $\in$ $\overline{\text{أ حـ}}$ بحيث أ د = حـ هـ

برهن أن : مساحة Δ أ ب هـ = مساحة Δ حـ ب د

● تذكر ● فهم ○ تطبيق ● حل مشكلات 📖 أسئلة كتاب الوزارة

١ أكمل ما يأتى :

١ المثلثان المرسومان على قاعدة واحدة ورأساهما على مستقيم يوازى هذه القاعدة يكونان ....

٢ 📖 المثلثات التى قواعدها متساوية فى الطول والمحصورة بين مستقيمين متوازيين تكون ....

٣ 📖 متوسط المثلث يقسم سطحه إلى ....

٤ إذا كان : ٢ب حـ مثلث ، ٤ منتصف $\overline{\text{ب حـ}}$ فإن : مساحة Δ ٢ب ٤ = مساحة Δ ....

٥ إذا كان : $\overline{\text{س ل}}$ متوسطًا فى Δ س ص ع

فإن مساحة Δ س ص ع = ... مساحة Δ س ص ل

٦ المثلث س ص ع فيه : ل ∈ $\overline{\text{ص ع}}$ بحيث ص ل = $\frac{1}{2}$ ل ع

فإن مساحة المثلث س ص ل = ... مساحة المثلث س ص ع

---

٢ 📖 فى الشكل المقابل :

٢ب حـ مثلث فيه : $\overline{\text{٢٤}}$ متوسط ، هـ ∈ $\overline{\text{٢٤}}$ ، رسم $\overline{\text{ب هـ}}$ ، $\overline{\text{حـ هـ}}$

برهن أن : مساحة Δ ٢ب هـ = مساحة Δ ٢حـ هـ لذلك أكمل :

∵ $\overline{\text{٢٤}}$ متوسط فى المثلث ....

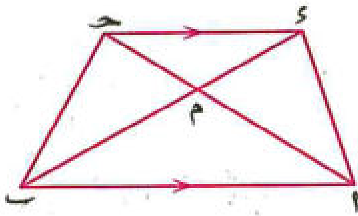
∴ مساحة Δ ٢ب ٤ = مساحة .... (١)

، ∵ .... متوسط فى Δ هـ ب حـ

∴ مساحة Δ هـ ب ٤ = مساحة .... (٢)

بطرح طرفى (٢) من طرفى (١) ينتج أن : مساحة Δ ٢ب هـ = ... (وهو المطلوب)

٣ في الشكل المقابل :



$\overleftrightarrow{أب} // \overleftrightarrow{ءحـ}$ ، $\overline{أحـ} \cap \overline{بء} = \{م\}$

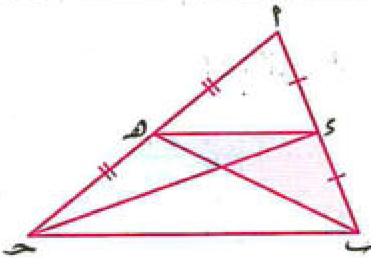
أكمل وفسر إجابتك :

١ مساحة Δ أءب = مساحة .... لأن ....

٢ مساحة Δ ءأحـ = مساحة .... لأن ....

٣ مساحة Δ ءأم = مساحة .... لأن ....

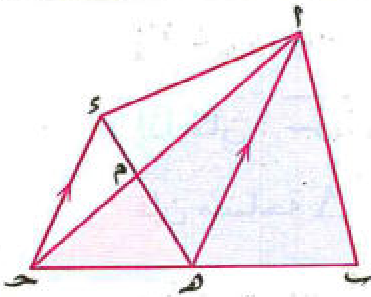
٤ في الشكل المقابل :



ء منتصف $\overline{أب}$ ، هـ منتصف $\overline{أحـ}$

أثبت أن : مساحة Δ بءهـ = مساحة Δ حـءهـ

٥ في الشكل المقابل :

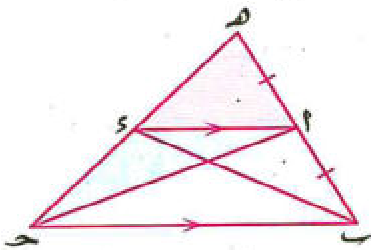


أبحـء شكل رباعي ، هـ $\in \overline{بحـ}$ حيث $\overline{أهـ} // \overline{ءحـ}$

، $\overline{أحـ} \cap \overline{ءهـ} = \{م\}$

أثبت أن : مساحة Δ أبحـ = مساحة الشكل أبهـء

٦ في الشكل المقابل :

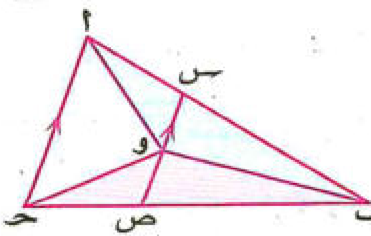


أبحـء شكل رباعي فيه :

$\overline{أء} // \overline{بحـ}$ ، $\overleftarrow{بأ} \cap \overleftarrow{حـء} = \{هـ\}$ بحيث بأ = أهـ

أثبت أن : مساحة Δ أءحـ = مساحة Δ أءهـ

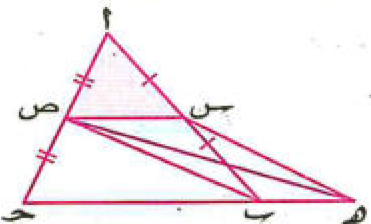
٧ في الشكل المقابل :



$\overline{أحـ} // \overline{سص}$ ، و منتصف $\overline{سص}$

أثبت أن : مساحة Δ أبو = مساحة Δ حـبو

٨ في الشكل المقابل :



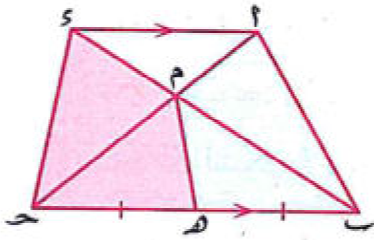
أبحـ مثلث ، س منتصف $\overline{أب}$

، ص منتصف $\overline{أحـ}$ ، هـ $\in \overleftarrow{حـب}$

أثبت أن : مساحة Δ س ص هـ = مساحة Δ أس ص



٩ في الشكل المقابل :



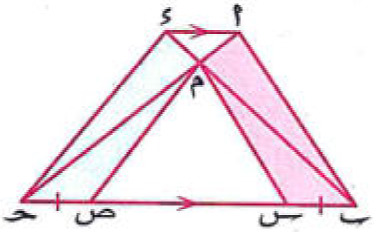
$\overline{\text{أء}} \,//\, \overline{\text{بح}}$ ، $\overline{\text{أح}} \cap \overline{\text{بء}} = \{\text{م}\}$

، هـ منتصف $\overline{\text{بح}}$

أثبت أن : مساحة الشكل أ ب هـ م = مساحة الشكل ء م هـ ح

---

١٠ في الشكل المقابل :



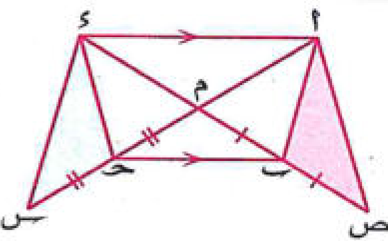
$\overline{\text{أء}} \,//\, \overline{\text{بح}}$ ، $\overline{\text{أح}} \cap \overline{\text{بء}} = \{\text{م}\}$

، ب س = ح ص

أثبت أن : مساحة الشكل أ ب س م = مساحة الشكل ء ح ص م

---

١١ في الشكل المقابل :

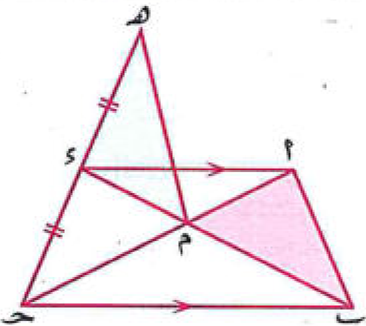


$\overline{\text{أء}} \,//\, \overline{\text{بح}}$ ، ب منتصف $\overline{\text{صم}}$ ، ح منتصف $\overline{\text{مس}}$

أثبت أن : مساحة $\triangle$ أ ص ب = مساحة $\triangle$ ء ح س

---

١٢ في الشكل المقابل :



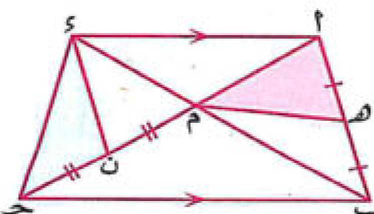
$\overline{\text{أء}} \,//\, \overline{\text{بح}}$ ، $\overline{\text{أح}} \cap \overline{\text{بء}} = \{\text{م}\}$

، ء منتصف $\overline{\text{هـح}}$

أثبت أن : مساحة $\triangle$ م ء هـ = مساحة $\triangle$ أ م ب

---

١٣ في الشكل المقابل :



أ ب ح ء شكل رباعي تقاطع قطراه في م ، $\overline{\text{أء}} \,//\, \overline{\text{بح}}$

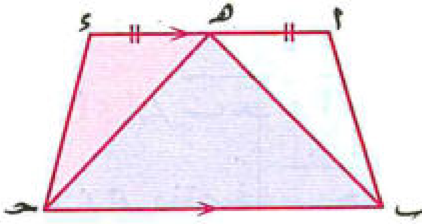
، هـ منتصف $\overline{\text{أب}}$ ، ن منتصف $\overline{\text{مح}}$

أثبت أن : مساحة $\triangle$ أ هـ م = مساحة $\triangle$ ء ن ح

١٤ **فى الشكل المقابل :**

$\overline{أ ء}$ // $\overline{ب حـ}$ ، هـ منتصف $\overline{أ ء}$ أثبت أن :

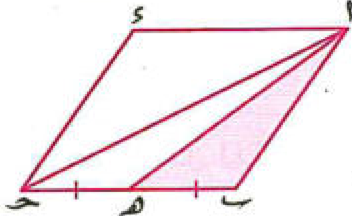
مساحة الشكل أ ب حـ هـ = مساحة الشكل ء هـ ب حـ



١٥ **فى الشكل المقابل :**

أ ب حـ ء متوازى أضلاع ، هـ منتصف $\overline{ب حـ}$ أثبت أن :

مساحة المثلث أ ب هـ = $\frac{١}{٤}$ مساحة متوازى الأضلاع أ ب حـ ء

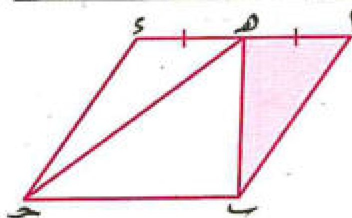


١٦ **فى الشكل المقابل :**

أ ب حـ ء متوازى أضلاع ، هـ منتصف $\overline{أ ء}$

، مساحة متوازى الأضلاع أ ب حـ ء = ٤٨ سم٢

أوجد : مساحة △ أ ب هـ



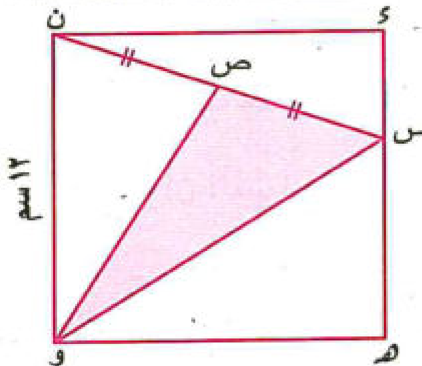
«١٢ سم٢»

١٧ **فى الشكل المقابل :**

ء هـ و ن مربع طول ضلعه ١٢ سم ، س ∈ $\overline{ء هـ}$

، ص منتصف $\overline{س ن}$

أوجد : مساحة △ س ص و



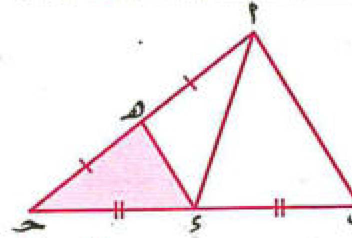
«٣٦ سم٢»

١٨ **فى الشكل المقابل :**

ء منتصف $\overline{ب حـ}$ ، هـ منتصف $\overline{أ حـ}$

، مساحة △ ء هـ حـ = ٥ سم٢

احسب : مساحة △ أ ب حـ



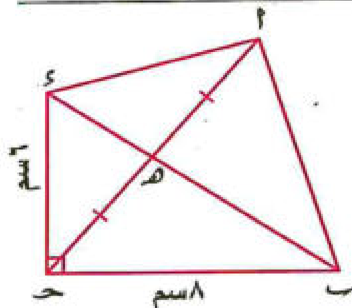
«٢٠ سم٢»

١٩ **فى الشكل المقابل :**

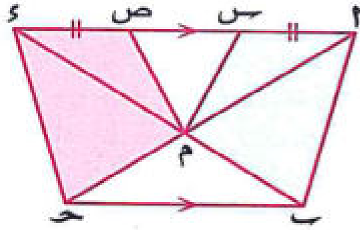
أ ب حـ ء شكل رباعى فيه : ق(∠ حـ) = ٩٠°

، ب حـ = ٨ سم ، ء حـ = ٦ سم ، هـ منتصف $\overline{أ حـ}$

أثبت أن : مساحة الشكل أ ب حـ ء = ٤٨ سم٢



٢٠ في الشكل المقابل :

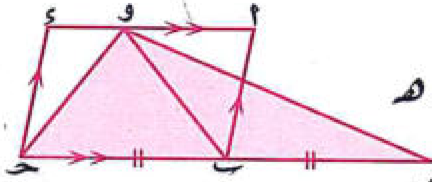


أ ب حـ ء شكل رباعى تقاطع قطراه فى م فيه :

$\overline{أء} // \overline{ب حـ}$ ، س ∈ $\overline{أء}$ ، ص ∈ $\overline{أء}$ بحيث أ س = ء ص

برهن أن : مساحة الشكل أ ب م س = مساحة الشكل ء حـ م ص

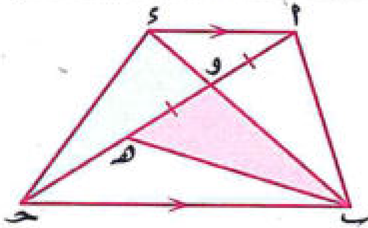
٢١ في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء متوازى أضلاع ، هـ ∈ $\overleftarrow{حـ ب}$ حيث ب حـ = ب هـ

برهن أن : مساحة △ و هـ حـ = مساحة ▱ أ ب حـ ء

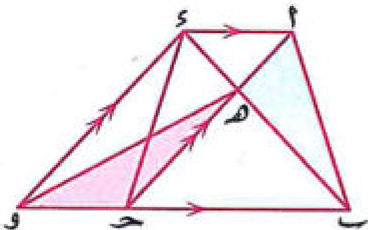
٢٢ في الشكل المقابل :



$\overline{أء} // \overline{ب حـ}$ ، و ∈ $\overline{أ حـ}$ ، هـ ∈ $\overline{أ حـ}$ بحيث أ و = و هـ

أثبت أن : مساحة △ ب و هـ = مساحة △ ء و حـ

٢٣ في الشكل المقابل :

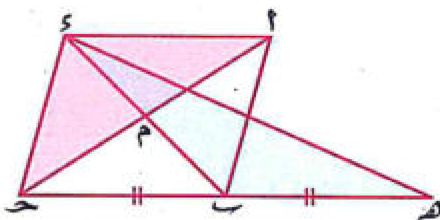


$\overline{أء} // \overleftarrow{ب حـ}$ ، $\overline{ء و} // \overline{هـ حـ}$

، $\overline{أ حـ} \cap \overline{ب ء} = \{هـ\}$ ، $\overline{ء و} \cap \overleftarrow{ب حـ} = \{و\}$

أثبت أن : مساحة △ أ ب هـ = مساحة △ هـ حـ و

٢٤ في الشكل المقابل :

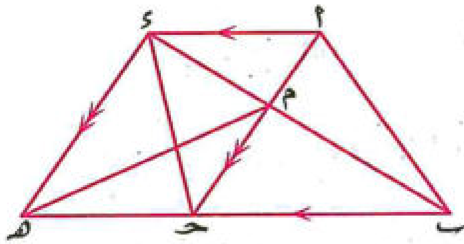


أ ب حـ ء متوازى أضلاع تقاطع قطراه فى م

، ب منتصف $\overline{هـ حـ}$

أثبت أن : مساحة △ هـ ب ء = مساحة △ أ حـ ء

٢٥ في الشكل المقابل :



$\overleftrightarrow{أء} // \overleftrightarrow{ب حـ}$ ، هـ $\in \overleftrightarrow{ب حـ}$

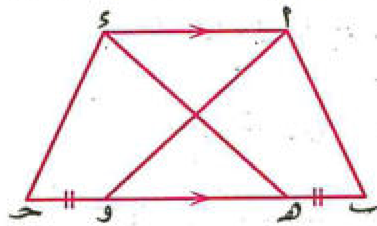
، $\overleftrightarrow{أحـ} // \overleftrightarrow{ء هـ}$ ، $\overline{أحـ} \cap \overline{ب ء} = \{م\}$

برهن أن : ١ مساحة Δ أ ب م = مساحة Δ ء حـ م = مساحة Δ هـ م حـ

٢ مساحة Δ ء ب حـ = مساحة Δ هـ ب م

---

٢٦ في الشكل المقابل :

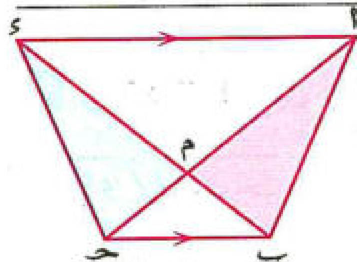


$\overline{أء} // \overline{ب حـ}$ ، ب هـ = حـ و

أثبت أن : مساحة الشكل أ ب هـ ء = مساحة الشكل أ و حـ ء

---

٢٧ في الشكل المقابل :



$\overline{أء} // \overline{ب حـ}$

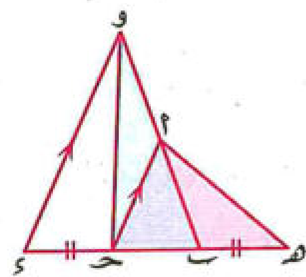
برهن أن : مساحة Δ أ ب م = مساحة Δ ء م حـ

، وإذا كانت مساحة Δ م ب حـ = ٢٠ سم^2 ، مساحة Δ أ ب م = ٣ أمثال مساحة Δ م ب حـ

، احسب مساحة المستطيل المنشأ على $\overline{ب حـ}$ بحيث تقع قاعدته الأخرى على $\overleftrightarrow{أء}$ «١٦٠ سم^2»

للمتفوقين

٢٨ في الشكل المقابل :



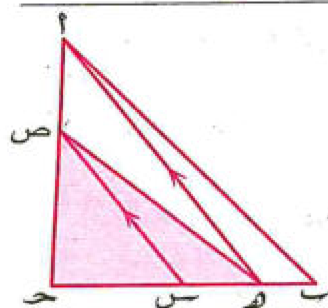
أ ب حـ مثلث ، ء ، هـ تنتميان إلى $\overleftrightarrow{ب حـ}$ بحيث ب هـ = حـ ء

، $\overline{ء و} // \overline{حـ أ}$ ويقطع $\overleftarrow{ب أ}$ في و

أثبت أن : مساحة Δ و ب حـ = مساحة Δ أ حـ هـ

---

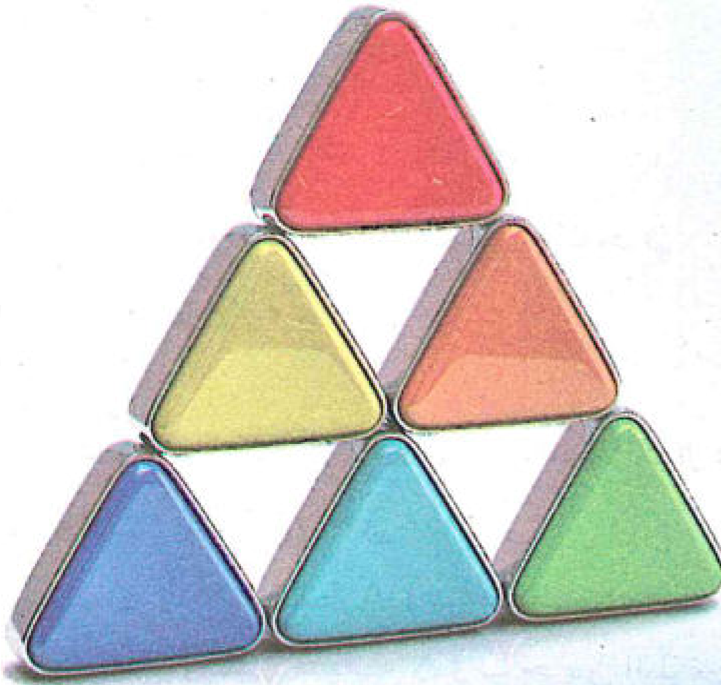
٢٩ في الشكل المقابل :



Δ أ ب حـ فيه : س منتصف $\overline{ب حـ}$ ، هـ $\in \overline{ب س}$

، رسم $\overleftarrow{س ص} // \overline{هـ أ}$ ويقطع $\overline{أ حـ}$ في ص

أثبت أن : مساحة Δ هـ ص حـ = $\frac{1}{2}$ مساحة Δ أ ب حـ



الدرس 4

تابع تساوى مساحتى مثلثين

نظرية ٣

المثلثان المتساويان فى مساحتيهما ، المرسومان على قاعدة واحدة وفى جهة واحدة من هذه القاعدة ، يكون رأساهما على مستقيم يوازى هذه القاعدة.

المعطيات | مساحة Δ أ ب ح = مساحة Δ ء ب ح
، ب ح قاعدة مشتركة للمثلثين.

المطلوب | إثبات أن : $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$ // $\overleftrightarrow{\text{ب ح}}$

العمل | نرسم $\overline{\text{أ هـ}}$ ⊥ $\overleftrightarrow{\text{ب ح}}$ تقطعه فى هـ
، $\overline{\text{ء و}}$ ⊥ $\overleftrightarrow{\text{ب ح}}$ تقطعه فى و

البرهان | ∵ مساحة Δ أ ب ح = مساحة Δ ء ب ح
∴ $\frac{1}{2}$ ب ح × أ هـ = $\frac{1}{2}$ ب ح × ء و
∴ أ هـ = ء و
، ∵ $\overline{\text{أ هـ}}$ ⊥ $\overleftrightarrow{\text{ب ح}}$ ، $\overline{\text{ء و}}$ ⊥ $\overleftrightarrow{\text{ب ح}}$ ∴ $\overline{\text{أ هـ}}$ // $\overline{\text{ء و}}$
∴ الشكل أ هـ و ء مستطيل. ∴ $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$ // $\overleftrightarrow{\text{ب ح}}$ (وهو المطلوب)

مثـال ١

في الشكل المقابل :

مساحة Δ أ ب حـ = مساحة الشكل ء ب حـ هـ

أثبت أن : $\overline{أهـ}$ // $\overline{ءحـ}$

الحـــل

المعطيات	مساحة Δ أ ب حـ = مساحة الشكل ء ب حـ هـ
المطلـوب	إثبات أن : $\overline{أهـ}$ // $\overline{ءحـ}$
البرهـــان	∵ مساحة Δ أ ب حـ = مساحة الشكل ء ب حـ هـ
	وبطرح مساحة Δ ء ب حـ من الطرفين :
	∴ مساحة Δ أ ب حـ − مساحة Δ ء ب حـ
	= مساحة الشكل ء ب حـ هـ − مساحة Δ ء ب حـ
	∴ مساحة Δ أ ء حـ = مساحة Δ هـ ء حـ
	وهما مشتركان في $\overline{ءحـ}$ وفي جهة واحدة منها.
	∴ $\overline{أهـ}$ // $\overline{ءحـ}$ (وهو المطلوب)

مثـال ٢

في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء شكل رباعي تقاطع قطراه في م

، م أ = م ء ، م ب = م حـ **أثبت أن :** $\overline{أء}$ // $\overline{بحـ}$

الحـــل

المعطيات	م أ = م ء ، م ب = م حـ
المطلـوب	إثبات أن : $\overline{أء}$ // $\overline{بحـ}$
البرهـــان	∵ ΔΔ أ ب م ، ء حـ م فيهما :
	م أ = م ء (معطى)
	م ب = م حـ (معطى)
	ق (∠ أ م ب) = ق (∠ ء م حـ) (بالتقابل بالرأس)

∴ Δ أ ب م ≡ Δ ء حـ م وينتج أن : مساحة Δ أ ب م = مساحة Δ ء حـ م

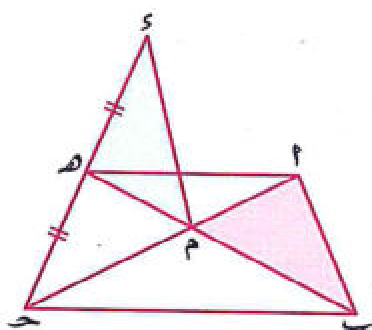
وبإضافة مساحة Δ أ م ء للطرفين.

∴ مساحة Δ أ ب م + مساحة Δ أ م ء = مساحة Δ ء حـ م + مساحة Δ أ م ء

∴ مساحة Δ ب أ ء = مساحة Δ حـ أ ء وهما مشتركان فى $\overline{أء}$ وفى جهة واحدة منها.

∴ $\overline{أء}$ // $\overline{بحـ}$ (وهو المطلوب)

حاول بنفسك ١



فى الشكل المقابل :

هـ منتصف $\overline{حـء}$ ، $\overline{أحـ}$ ∩ $\overline{بهـ}$ = {م}

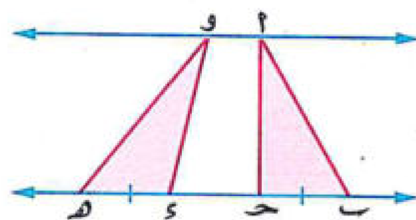
، مساحة Δ م أ ب = مساحة Δ م ء هـ

أثبت أن : $\overline{أهـ}$ // $\overline{بحـ}$

ملاحظة

إذا كان هناك مثلثان متساويان فى المساحة ومحصوران بين مستقيمين ، وقاعدتاهما الواقعتان على هذين المستقيمين متساويتان فى الطول ، كان المستقيمان متوازيين.

١ ففى الشكل التالى :

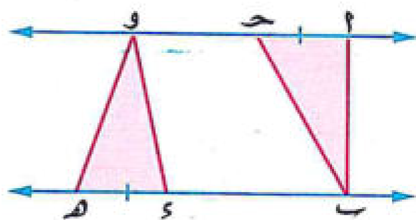


إذا كان : ب ، حـ ، ء ، هـ تقع على مستقيم واحد ، ب حـ = ء هـ

، مساحة Δ أ ب حـ = مساحة Δ و ء هـ

فإن : $\overleftrightarrow{أو}$ // $\overleftrightarrow{بهـ}$

٢ وفى الشكل التالى :



إذا كان : حـ ∈ $\overline{أو}$ ، ء ∈ $\overline{بهـ}$ ،

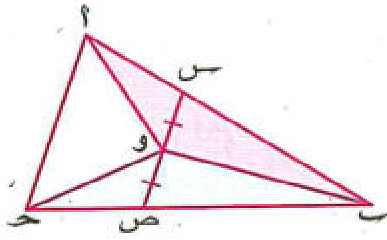
أ حـ = ء هـ

، مساحة Δ أ ب حـ = مساحة Δ و ء هـ

فإن : $\overleftrightarrow{أو}$ // $\overleftrightarrow{بهـ}$

مثال ٣

في الشكل المقابل :



و منتصف $\overline{\text{س ص}}$ ، مساحة Δ أ ب و = مساحة Δ حـ و ب

أثبت أن : $\overline{\text{أ حـ}}$ // $\overline{\text{س ص}}$

الحـــل

المعطيات و منتصف $\overline{\text{س ص}}$ ، مساحة Δ أ ب و = مساحة Δ حـ و ب

المطلـوب إثبات أن : $\overline{\text{أ حـ}}$ // $\overline{\text{س ص}}$

البرهـــان ∵ و منتصف $\overline{\text{س ص}}$

∴ مساحة Δ ب س و = مساحة Δ ب و ص (١)

، ∵ مساحة Δ أ ب و = مساحة Δ حـ و ب (٢)

وبطرح (١) من (٢) :

∴ مساحة Δ أ ب و − مساحة Δ ب س و = مساحة Δ حـ و ب − مساحة Δ ب و ص

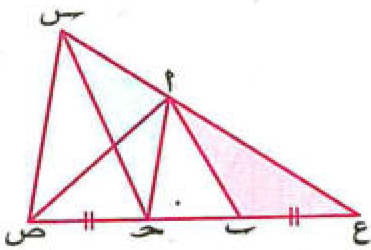
∴ مساحة Δ أ س و = مساحة Δ حـ ص و

، ∵ و منتصف $\overline{\text{س ص}}$ ∴ س و = و ص

∴ $\overline{\text{أ حـ}}$ // $\overline{\text{س ص}}$ (وهو المطلوب)

حاول بنفسك ٢

في الشكل المقابل :



ب ∈ $\overline{\text{ع ص}}$ ، حـ ∈ $\overline{\text{ع ص}}$ بحيث ع ب = ص حـ

، مساحة Δ أ ع ب = مساحة Δ أ حـ س

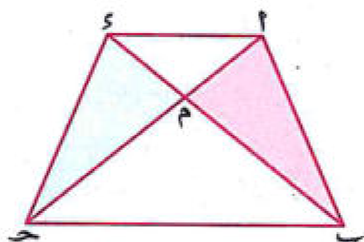
أثبت أن : $\overline{\text{أ حـ}}$ // $\overline{\text{س ص}}$



على نظرية (٣)

● تذكر ● فهم ○ تطبيق ● حل مشكلات 📖 أسئلة كتاب الوزارة

١ 📖 **فى الشكل المقابل :**

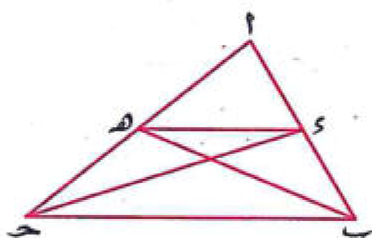


أ ب حـ ء شكل رباعى تقاطع قطراه فى م

، مساحة △ أ ب م = مساحة △ ء حـ م

برهن أن : $\overline{أء}$ // $\overline{ب حـ}$

٢ **فى الشكل المقابل :**

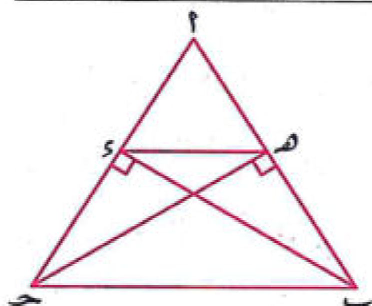


أ ب حـ مثلث ، ء ∈ $\overline{أب}$ ، هـ ∈ $\overline{أحـ}$

بحيث مساحة △ أ ب هـ = مساحة △ أ حـ ء

أثبت أن : $\overline{ءهـ}$ // $\overline{ب حـ}$

٣ 📖 **فى الشكل المقابل :**

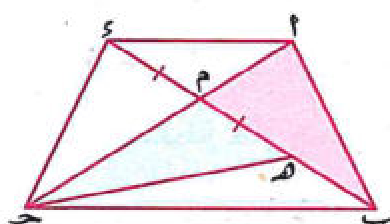


أ ب = أ حـ ، $\overline{ب ء}$ ⊥ $\overline{أحـ}$ ، $\overline{حـ هـ}$ ⊥ $\overline{أب}$

برهن أن : ١ $\overline{هـ ء}$ // $\overline{ب حـ}$

٢ مساحة △ أ ء ب = مساحة △ أ هـ حـ

٤ 📖 **فى الشكل المقابل :**



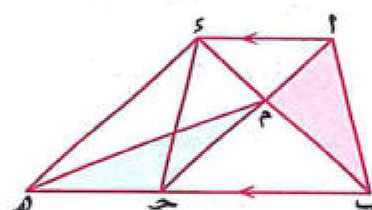
أ ب حـ ء شكل رباعى تقاطع قطراه فى م

، هـ ∈ $\overline{ب م}$ حيث م هـ = م ء

، مساحة △ أ م ب = مساحة △ حـ م هـ

برهن أن : $\overline{أء}$ // $\overline{ب حـ}$

٥ 📖 **فى الشكل المقابل :**



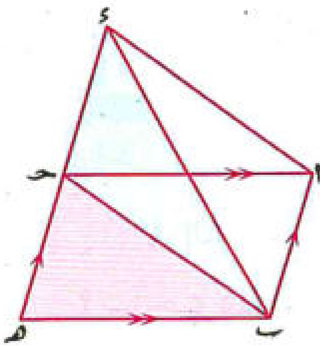
أ ب حـ ء شكل رباعى فيه :

$\overline{أء}$ // $\overline{ب حـ}$ ، هـ ∈ $\overleftarrow{ب حـ}$ ، $\overline{أحـ}$ ∩ $\overline{ب ء}$ = {م}

، مساحة △ أ ب م = مساحة △ هـ حـ م

برهن أن : $\overline{ءهـ}$ // $\overleftrightarrow{أحـ}$

٦ في الشكل المقابل :



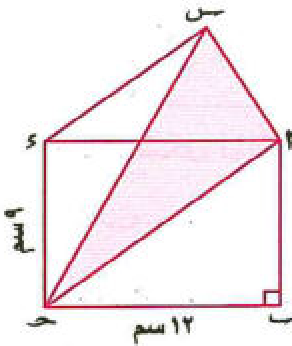
أ ب هـ حـ متوازى أضلاع

، ء ∈ $\overleftarrow{\text{هـ حـ}}$ بحيث مساحة Δ ء ب حـ = مساحة Δ هـ ب حـ

برهن أن : $\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

---

٧ في الشكل المقابل :



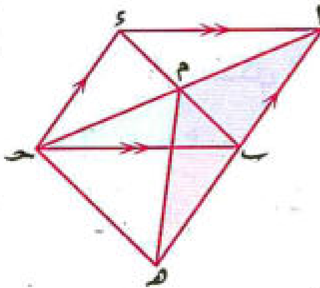
أ ب حـ ء مستطيل ، ب حـ = ١٢ سم ، حـ ء = ٩ سم

، مساحة Δ س أ حـ = ٥٤ سم^{2}

أثبت أن : $\overline{\text{س ء}}$ // $\overline{\text{أ حـ}}$

---

٨ في الشكل المقابل :



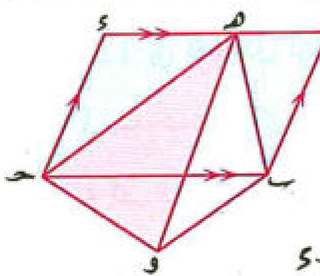
أ ب حـ ء متوازى أضلاع ، $\overline{\text{أ حـ}}$ ∩ $\overline{\text{ب ء}}$ = {م}

، هـ ∈ $\overleftarrow{\text{أ ب}}$ بحيث كانت مساحة Δ أ م هـ = مساحة Δ أ ب حـ

برهن أن : الشكل ب هـ حـ ء متوازى أضلاع.

---

٩ في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء متوازى أضلاع ، هـ ∈ $\overline{\text{أ ء}}$

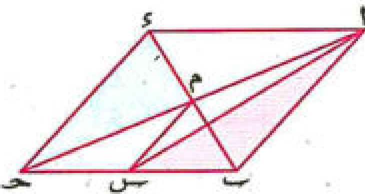
، و نقطة خارج متوازى الأضلاع ، رسم $\overline{\text{و حـ}}$ ، $\overline{\text{و هـ}}$ ، $\overline{\text{و ب}}$

بحيث مساحة Δ و حـ هـ = مساحة Δ هـ أ ب + مساحة Δ هـ حـ ء

أثبت أن : $\overline{\text{ب و}}$ // $\overline{\text{هـ حـ}}$

---

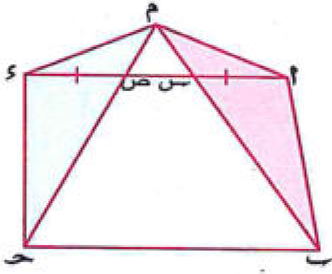
١٠ في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء متوازى أضلاع

، مساحة Δ أ ب س = مساحة Δ ء م حـ

أثبت أن : $\overline{\text{م س}}$ // $\overline{\text{أ ب}}$

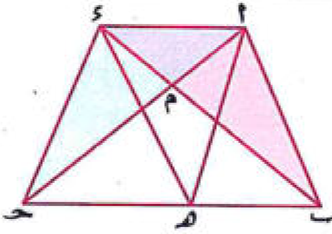


١١ **في الشكل المقابل :**

أ ب جـ د شكل رباعي ، س ∈ أد ، ص ∈ أد

بحيث أ س = ص د ، مساحة △ أ ب م = مساحة △ د جـ م

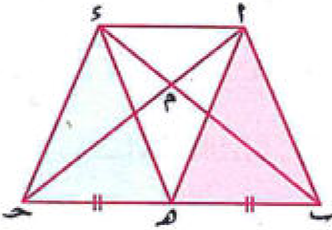
برهن أن : أد // ب جـ



١٢ **في الشكل المقابل :**

أ ب جـ د شكل رباعي ، مساحة △ أ ب د = مساحة △ أ جـ د

أثبت أن : مساحة △ أ هـ د = مساحة △ أ جـ د

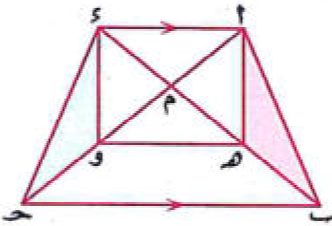


١٣ **في الشكل المقابل :**

هـ منتصف ب جـ ، أ جـ ∩ ب د = {م}

، مساحة △ أ ب هـ = مساحة △ د هـ جـ

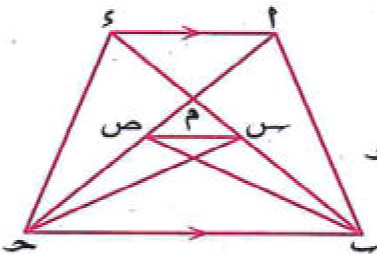
أثبت أن : مساحة △ أ م ب = مساحة △ د م جـ



١٤ **في الشكل المقابل :**

إذا كان أد // ب جـ ، مساحة △ أ ب هـ = مساحة △ د و جـ

أثبت أن : هـ و // ب جـ

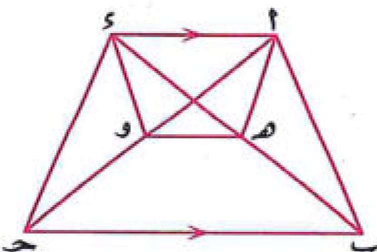


١٥ **في الشكل المقابل :**

أد // ب جـ ، أ جـ ∩ ب د = {م}

، جـ س متوسط في △ جـ ب د ، ب ص متوسط في △ ب أ جـ

أثبت أن : س ص // ب جـ



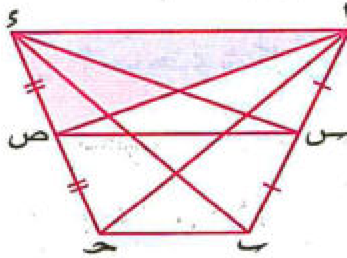
١٦ **في الشكل المقابل :**

أ ب جـ د شكل رباعي فيه : أد // ب جـ

، هـ منتصف ب د ، و منتصف أ جـ

أثبت أن : هـ و // ب جـ

١٧ في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء شكل رباعى ، ءس متوسط

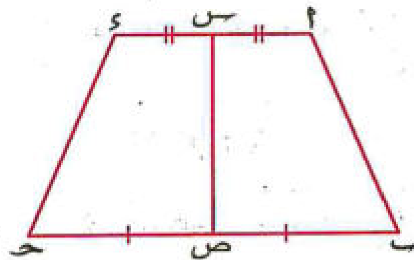
في △ ء أ ب ، أص متوسط في △ أ حـ ء

، مساحة △ س أ ء = مساحة △ ص أ ء

أثبت أن : أء // ب حـ // س ص

للمتفوقين

١٨ في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء شكل رباعى ، س منتصف أء

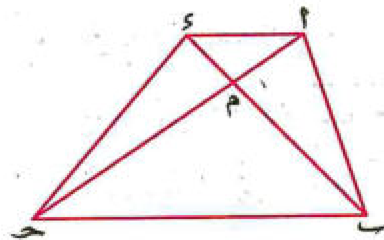
، ص منتصف ب حـ بحيث كان :

مساحة الشكل أ ب ص س = مساحة الشكل ء حـ ص س

برهن أن : أء // ب حـ

---

١٩ في الشكل المقابل :



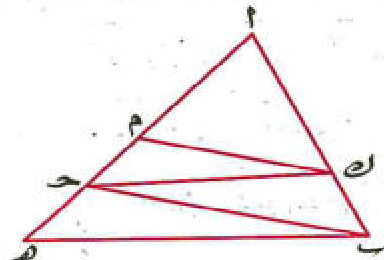
أ ب حـ ء شكل رباعى ، م نقطة تقاطع قطريه

فإذا كان أ م = $\frac{1}{2}$ م حـ ، ء م = $\frac{1}{2}$ م ب

أثبت أن : أء // ب حـ

---

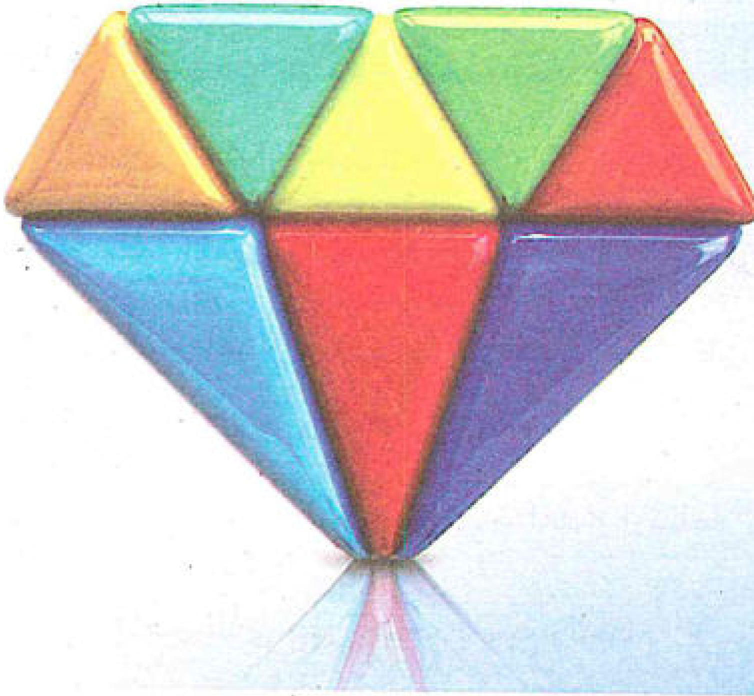
٢٠ في الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث ، ل ∈ أب ، هـ ∈ أحـ ، م منتصف أهـ

، مساحة △ أ ب حـ = ٢ مساحة △ أ ل م

أثبت أن : ل حـ // ب هـ



الدرس 5

مساحات بعض الأشكال الهندسية

١ المعيـــن



تذكر أن

- المعين هو متوازى أضلاع أضلاعه متساوية الطول.

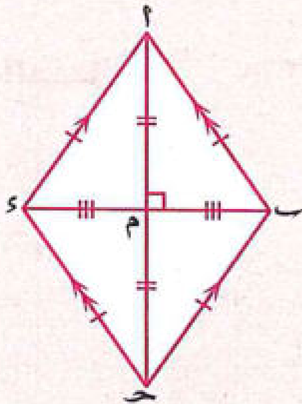
أى أن : • $\overline{أب} // \overline{ءحـ}$ ، $\overline{أء} // \overline{بحـ}$

• أب = بحـ = حـء = ءأ

- قطرا المعين متعامدان وينصف كل منهما الآخر.

أى أن : • $\overline{أحـ} \perp \overline{بء}$

• أم = حـم ، بم = ءم



وفيما يلى ندرس كيفية إيجاد مساحة المعين بطريقتين :

١ بمعلومية طول ضلعه وارتفاعه.

٢ بمعلومية طولى قطريه.

أولًا مساحة المعين بمعلومية طول ضلعه وارتفاعه

∵ المعين هو متوازى أضلاع.

∴ مساحة المعين = طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها.

وحيث أن أضلاع المعين متساوية فى الطول فإن ارتفاعات المعين متساوية.

أى أن : **مساحة المعين = طول ضلعه × ارتفاعه**

فمثلًا : المعين الذى طول ضلعه ٥ سم وارتفاعه ٣ سم تكون مساحته ٥ × ٣ = ١٥ سم^{٢}

مثال ١

أكمل ما يأتى :

١ معين محيطه ٢٠ سم وارتفاعه ٤ سم فإن مساحته = …………

٢ معين محيطه ٢٤ سم ومساحته ٣٠ سم^{٢} فإن ارتفاعه = …………

الحـــل

١ ٢٠ سم^{٢}

السبب : ∵ محيط المعين = طول ضلعه × ٤

∴ طول ضلع المعين = $\frac{\text{محيط المعين}}{٤}$ = $\frac{٢٠}{٤}$ = ٥ سم

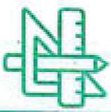
∴ مساخة المغين = طول ضلعه × ارتفاعه = ٥ × ٤ = ٢٠ سم^{٢}

٢ ٥ سم

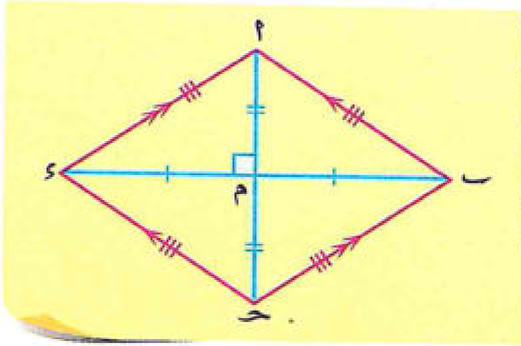
السبب : ∵ طول ضلع المعين = $\frac{\text{محيط المعين}}{٤}$ = $\frac{٢٤}{٤}$ = ٦ سم

، ∵ مساحة المعين = طول ضلعه × ارتفاعه

∴ ٣٠ = ٦ × الارتفاع ∴ الارتفاع = $\frac{٣٠}{٦}$ = ٥ سم



ثانيًا مساحة المعين بمعلومية طولى قطريه



الشكل المقابل يمثل معين أ ب حـ ء تقاطع قطراه فى م

∴ مساحة المعين أ ب حـ ء

= مساحة Δ أ ب ء + مساحة Δ ب حـ ء

= $\frac{1}{2}$ ب ء × أ م + $\frac{1}{2}$ ب ء × حـ م

= $\frac{1}{2}$ ب ء (أ م + حـ م) = $\frac{1}{2}$ ب ء × أ حـ

أى أن : **مساحة المعين = $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب طولى قطريه**

ملاحظة

∵ المربع هو معين قطراه متساويان فى الطول

∴ **مساحة المربع = $\frac{1}{2}$ مربع طول قطره**

مثال ٢

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ معين طولا قطريه ٨ سم ، ٦ سم فإن مساحته = ...

(أ) ٤٨ سم^2 (ب) ٢٤ سم^2 (جـ) ١٤ سم^2 (د) ٧ سم^2

٢ مربع طول قطره ٨ سم فإن مساحته = ...

(أ) ١٦ سم^2 (ب) ٢٤ سم^2 (جـ) ٣٢ سم^2 (د) ٦٤ سم^2

٣ معين مساحته ٢٤ سم^2 وطول أحد قطريه ٤ سم فإن طول القطر الآخر = ...

(أ) ٦ سم (ب) ١٢ سم (جـ) ٢٤ سم (د) ٤٨ سم

٤ معين محيطه ٤٠ سم وطول أحد قطريه ١٢ سم فإن مساحته = ...

(أ) ٢٤ سم^2 (ب) ٤٨ سم^2 (جـ) ٩٦ سم^2 (د) ١٢٠ سم^2

الحل

١ (ب)

السبب : مساحة المعين = $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب طولى قطريه = $\frac{1}{2}$ × ٨ × ٦ = ٢٤ سم^2

٢ (جـ)

السبب : مساحة المربع = $\frac{1}{2}$ مربع طول قطره = $\frac{1}{2}$ × ٨^{2} = $\frac{1}{2}$ × ٦٤ = ٣٢ سم^{2}

٣ (ب)

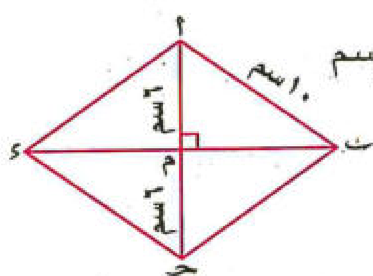
السبب : ∵ مساحة المعين = $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب طولى قطريه

∴ ٢٤ = $\frac{1}{2}$ × ٤ × طول القطر الآخر

∴ طول القطر الآخر = $\frac{24 \times 2}{4}$ = ١٢ سم

٤ (جـ)

السبب : ∵ طول ضلع المعين = $\frac{\text{محيط المعين}}{4}$ = $\frac{40}{4}$ = ١٠ سم



من الشكل : أ م = $\frac{12}{2}$ = ٦ سم

، ∵ $\overline{\text{أ جـ}} \perp \overline{\text{ب ء}}$

∴ (ب م)^{2} = (أ ب)^{2} − (أ م)^{2} ∴ (ب م)^{2} = ١٠٠ − ٣٦ = ٦٤

∴ ب م = $\sqrt{64}$ = ٨ سم ∴ ب ء = ١٦ سم

∴ مساحة المعين أ ب جـ ء = $\frac{1}{2}$ × أ جـ × ب ء = $\frac{1}{2}$ × ١٢ × ١٦ = ٩٦ سم^{2}

حاول بنفسك ١

أكمل ما يأتى :

١ المعين الذى طول قاعدته ٧ سم وارتفاعه ٥ سم تكون مساحته ....

٢ المعين الذى طولا قطريه ٤ سم ، ٦ سم تكون مساحته ....

٣ المربع الذى طول قطره ٦ سم تكون مساحته ....

٤ المعين الذى مساحته ٢١ سم^{2} وطول أحد قطريه ٧ سم يكون طول قطره الآخر ....

٥ المربع الذى مساحته ٣٢ سم^{2} يكون طول قطره ....

قاعدة صغرى
ساق
ساق
الارتفاع (ع)
قاعدة كبرى

٢ شبه المنحرف

- هو شكل رباعى فيه ضلعان متوازيان.

الضلعان المتوازيان يسميان **بقاعدتى** شبه المنحرف

والضلعان غير المتوازيين يسميان **بساقى** شبه المنحرف.

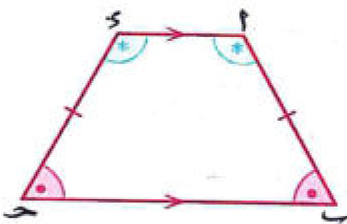
- شبه المنحرف له ارتفاع واحد (ع) هو **البعد العمودى بين قاعدتيه**.

شبه المنحرف المتساوى الساقين

شبه المنحرف المتساوى الساقين هو شبه منحرف ساقاه متساويان فى الطول.

وفيما يلى خواص شبه المنحرف المتساوى الساقين :

١ زاويتا كل من قاعدتى شبه المنحرف المتساوى الساقين متساويتان فى القياس.

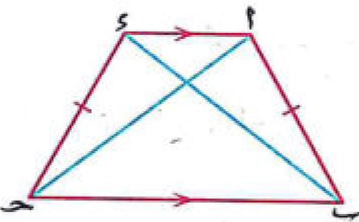


ففى الشكل المقابل :

إذا كان : $\overline{\text{أء}}$ // $\overline{\text{بحـ}}$ ، أب = ءحـ

فإن : ق (∠ب) = ق (∠حـ) ، ق (∠أ) = ق (∠ء)

٢ قطرا شبه المنحرف المتساوى الساقين متساويان فى الطول.

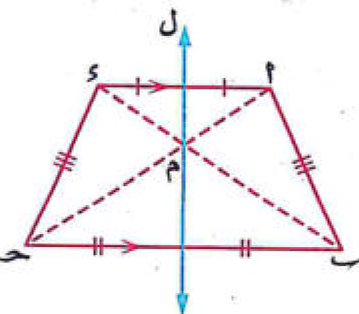


ففى الشكل المقابل :

إذا كان : $\overline{\text{أء}}$ // $\overline{\text{بحـ}}$ ، أب = ءحـ

فإن : أحـ = بء

٣ له محور تماثل واحد هو المستقيم الذى ينصف قاعدتيه.



ففى الشكل المقابل :

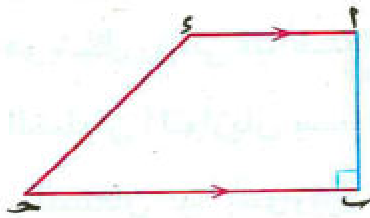
إذا كان : $\overline{\text{أء}}$ // $\overline{\text{بحـ}}$ ، أب = ءحـ

فإن : المستقيم ل الذى ينصف كلاً من $\overline{\text{أء}}$ ، $\overline{\text{بحـ}}$

هو محور تماثل شبه المنحرف أبحـء

لاحظ أن : محور تماثل شبه المنحرف يمر بنقطة تقاطع قطريه.

شبه المنحرف القائم الزاوية



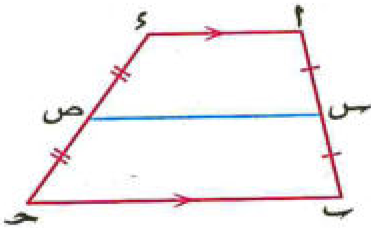
هو شبه منحرف فيه أحد ساقيه عمودى على القاعدتين المتوازيتين ، وفى هذه الحالة تكون هذه المسافة العمودية هى ارتفاع شبه المنحرف.

القاعدة المتوسطة لشبه المنحرف

* هى القطعة المستقيمة المرسومة بين منتصفى ساقيه.

* القاعدة المتوسطة لشبه المنحرف توازى كلاً من قاعدتيه المتوازيتين وطولها يساوى نصف مجموع طوليهما.

ففى الشكل المقابل :



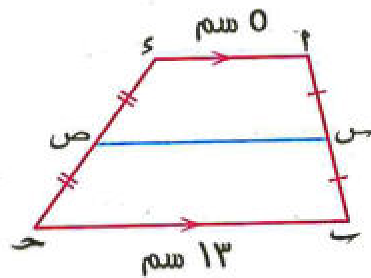
إذا كان : $\overline{أء}$ // $\overline{بحـ}$ ، س منتصف $\overline{أب}$ ، ص منتصف $\overline{حـء}$

فإن : [١] $\overline{سص}$ هى القاعدة المتوسطة لشبه المنحرف أبحـء

[٢] $\overline{سص}$ // $\overline{بحـ}$ // $\overline{أء}$

[٣] سص = $\frac{١}{٢}$ (أء + بحـ)

فمثلًا : إذا كان أبحـء شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٥ سم ، ١٣ سم فإن :



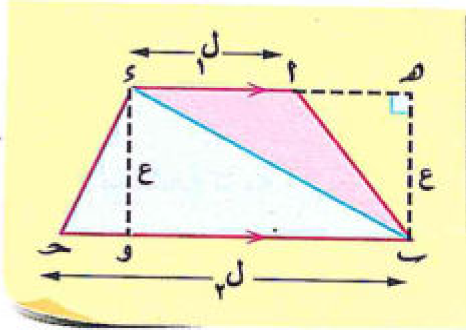
طول القاعدة المتوسطة $\overline{سص}$ = $\frac{٥ + ١٣}{٢}$ = $\frac{١٨}{٢}$ = ٩ سم

وفيما يلى ندرس كيفية إيجاد مساحة شبه المنحرف بطريقتين :

[١] بمعلومية طولى قاعدتيه المتوازيتين وارتفاعه.

[٢] بمعلومية طول قاعدته المتوسطة وارتفاعه.

أولًا مساحة شبه المنحرف بمعلومية طولى قاعدتيه المتوازيتين وارتفاعه



فى الشكل المقابل :

مساحة شبه المنحرف أ ب حـ ء

= مساحة Δ أ ب ء + مساحة Δ ء ب حـ

= $\frac{1}{2}$ أ ء × ب هـ + $\frac{1}{2}$ ب حـ × ء و

= $\frac{1}{2}$ ل١ × ع + $\frac{1}{2}$ ل٢ × ع

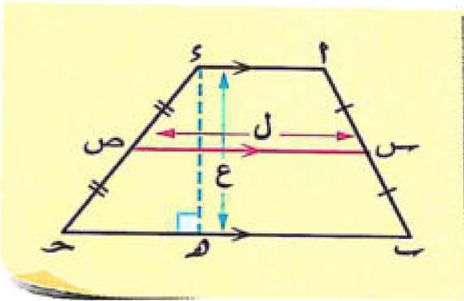
= $\frac{1}{2}$ ع (ل١ + ل٢) = $\frac{1}{2}$ (ل١ + ل٢) × ع

أى أن : **مساحة شبه المنحرف = $\frac{1}{2}$ مجموع طولى القاعدتين المتوازيتين × الارتفاع**

ثانيًا مساحة شبه المنحرف بمعلومية طول قاعدته المتوسطة وارتفاعه

∵ طول القاعدة المتوسطة = $\frac{1}{2}$ مجموع طولى القاعدتين المتوازيتين.

∴ **مساحة شبه المنحرف = طول القاعدة المتوسطة × الارتفاع**



ففى الشكل المقابل :

إذا كان أ ب حـ ء شبه منحرف فيه :

$\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$ ، س منتصف $\overline{\text{أ ب}}$

، ص منتصف $\overline{\text{حـ ء}}$ ، هـ ∈ $\overline{\text{ب حـ}}$

بحيث $\overline{\text{ء هـ}}$ ⊥ $\overline{\text{ب حـ}}$

فإن : مساحة شبه المنحرف أ ب حـ ء = ل × ع

مثال ٣

١ شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٧ سم ، ٩ سم وارتفاعه ٥ سم أوجد مساحته.

٢ شبه منحرف طول قاعدته المتوسطة ٨ سم وارتفاعه ١٢ سم أوجد مساحته.

٣ شبه منحرف مساحته ١٢٦ سم^{٢} وطول قاعدته المتوسطة ٢١ سم أوجد ارتفاعه.

٤ شبه منحرف مساحته ٦٣ سم^{٢} وطول إحدى قاعدتيه المتوازيتين ٨ سم وارتفاعه ٩ سم أوجد طول قاعدته الأخرى.

الحـــل

١ مساحة شبه المنحرف = $\frac{١}{٢}$ مجموع طولى القاعدتين المتوازيتين × الارتفاع

= $\frac{١}{٢}$ (٧ + ٩) × ٥ = $\frac{١}{٢}$ × ١٦ × ٥ = ٨ × ٥ = ٤٠ سم^٢

٢ مساحة شبه المنحرف = طول القاعدة المتوسطة × الارتفاع = ٨ × ١٢ = ٩٦ سم^٢

٣ ∵ مساحة شبه المنحرف = طول القاعدة المتوسطة × الارتفاع

∴ ١٢٦ = ٢١ × الارتفاع ∴ الارتفاع = $\frac{١٢٦}{٢١}$ = ٦ سم

٤ ∵ مساحة شبه المنحرف = $\frac{١}{٢}$ ($ل_١$ + $ل_٢$) × ع

∴ ٦٣ = $\frac{١}{٢}$ (٨ + $ل_٢$) × ٩ ∴ (٨ + $ل_٢$) × ٩ = ٦٣ × ٢

∴ ٨ + $ل_٢$ = $\frac{٦٣ × ٢}{٩}$ = ١٤ ∴ $ل_٢$ = ١٤ − ٨ = ٦ سم

حاول بنفسك ٢

أكمل ما يأتى :

١ شبه المنحرف الذى طولا قاعدتيه المتوازيتين ٥ سم ، ٧ سم وارتفاعه ٤ سم تكون مساحته ....

٢ شبه المنحرف الذى طول قاعدته المتوسطة ١٠ سم وارتفاعه ٥ سم تكون مساحته ....

٣ شبه المنحرف الذى مساحته ٦٠ سم^٢ وارتفاعه ٦ سم يكون طول قاعدته المتوسطة ....

٤ شبه المنحرف الذى مساحته ١٠٠ سم^٢ وطولا قاعدتيه المتوازيتين ٥ سم ، ١٥ سم يكون ارتفاعه ....

ملخص قواعد حساب محيطات ومساحات بعض الأشكال الهندسية المستوية

الشكل		المحيط	المساحة
المثلث		مجموع أطوال أضلاعه الثلاثة	$\frac{1}{2}$ طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها = $\frac{1}{2}$ ل × ع
متوازى الأضلاع		مجموع طولى ضلعين متجاورين × ٢ = ٢ ($ل_1$ + $ل_2$)	طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها = $ل_1$ × $ع_1$ = $ل_2$ × $ع_2$
المستطيل		٢ (الطول + العرض) = ٢ ($ل_1$ + $ل_2$)	الطول × العرض = $ل_1$ × $ل_2$
المربع		طول الضلع × ٤ = ٤ ل	مربع طول الضلع = $ل^2$ أ، $\frac{1}{2}$ مربع طول قطره = $\frac{1}{2}$ $ى^2$
المعين		طول الضلع × ٤ = ٤ ل	طول الضلع × الارتفاع = ل × ع أ، $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب طولى القطرين = $\frac{1}{2}$ $ى_1$ × $ى_2$
شبه المنحرف		مجموع أطوال أضلاعه الأربعة	$\frac{1}{2}$ مجموع طولى القاعدتين المتوازيتين × الارتفاع = $\frac{1}{2}$($ل_1$ + $ل_2$) × ع أ، طول القاعدة المتوسطة × الارتفاع = ل × ع



على مساحات بعض الأشكال الهندسية


اختبـــار تفاعلى

● تذكر ● فهم ● تطبيق ● حل مشكلات 📖 أسئلة كتاب الوزارة

١ أكمل ما يأتى :

١ مساحة المعين = طول ضلعه × .... = $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب ....

٢ مساحة المربع = مربع طول .... = $\frac{1}{2}$ ....

٣ طول القاعدة المتوسطة فى شبه المنحرف يساوى ....

٤ مساحة شبه المنحرف = نصف مجموع طولى قاعدتيه المتوازيتين × ....
= طول .... × الارتفاع

٥ زاويتا كل من قاعدتى شبه المنحرف متطابق الساقين ....

٦ 📖 قطرا شبه المنحرف المتساوى الساقين يكونان ....

٢ أوجد مساحة كل من الأشكال الآتية :

١ معين طول ضلعه ٦ سم وارتفاعه ٥ سم «٣٠ سم^2»

٢ 📖 معين طول ضلعه ١٢ سم وارتفاعه ٨ سم «٩٦ سم^2»

٣ 📖 معين طولا قطريه ٨ سم ، ١٠ سم «٤٠ سم^2»

٤ معين طولا قطريه ٢٤ سم ، ١٠ سم «١٢٠ سم^2»

٥ مربع طول قطره ١٠ سم «٥٠ سم^2»

٦ 📖 مربع طول قطره ٨ سم «٣٢ سم^2»

٧ شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٦ سم ، ٨ سم وارتفاعه ١٢ سم «٨٤ سم^2»

٨ شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٨ سم ، ١٠ سم وارتفاعه ٥ سم «٤٥ سم^2»

٩ شبه منحرف طول قاعدته المتوسطة ٧ سم وارتفاعه ٦ سم «٤٢ سم^2»

١٠ شبه منحرف طول قاعدته المتوسطة ١٢ سم وارتفاعه ٨ سم «٩٦ سم^2»

٣ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ معين مساحته ٢٠ سم^2 وطول أحد قطريه ٥ سم فإن طول القطر الآخر ....

(أ) ٨ سم (ب) ٤ سم (جـ) ١٠ سم (د) ١٥ سم

٢ إذا كانت مساحة مربع ٥٠ سم^{٢} فإن طول قطره ....

(أ) ٢٥ سم (ب) ٥ سم (جـ) ١٠ سم (د) ٢٠ سم

٣ مساحة المربع الذى طول ضلعه ٦ سم .... مساحة المربع الذى طول قطره ٨ سم

(أ) $<$ (ب) $>$ (جـ) $=$ (د) $\equiv$

٤ إذا كان محيط معين ٢٤ سم ومساحته ٣٠ سم^{٢} فإن ارتفاعه ....

(أ) ٤ سم (ب) ٥ سم (جـ) ٦ سم (د) ١٢ سم

٥ إذا كان حاصل ضرب طولى قطرى معين ٩٦ سم^{٢} وارتفاعه ٦ سم فإن طول ضلعه ....

(أ) ١٢ سم (ب) ٨ سم (جـ) ٦ سم (د) ٤ سم

٦ شبه المنحرف الذى طولا قاعدتيه المتوازيتين ١٥ سم ، ١١ سم

يكون طول قاعدته المتوسطة ....

(أ) ٢٦ سم (ب) ١٥ سم (جـ) ١٣ سم (د) ١١ سم

٧ إذا كانت مساحة شبه منحرف ٣٢ سم^{٢} وارتفاعه ٤ سم

فإن طول قاعدته المتوسطة ....

(أ) ٤ سم (ب) ٨ سم (جـ) ١٤ سم (د) ١٦ سم

٨ إذا كانت مساحة شبه منحرف ٤٥٠ سم^{٢} ، وطولا قاعدتيه المتوازيتين ٢٤ سم ،

١٢ سم فإن ارتفاعه ....

(أ) ١٢,٥ سم (ب) ٢٥ سم (جـ) ٣٦ سم (د) ٥٢ سم

٩ شبه المنحرف الذى طول إحدى قاعدتيه المتوازيتين ١٥ سم ، ومساحته ١٠٨ سم^{٢}

وارتفاعه ٨ سم يكون طول القاعدة الأخرى ....

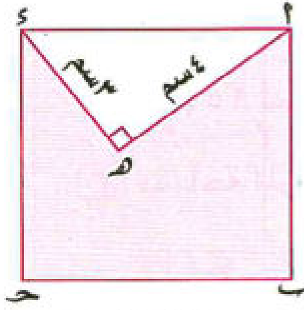
(أ) ١٥ سم (ب) ٤ سم (جـ) ١٢ سم (د) ٢٧ سم

١٠ شبه المنحرف الذى طول قاعدته المتوسطة س سم وارتفاعه نصف طول قاعدته

المتوسطة تكون مساحته .... سم^{٢}

(أ) $س^{٢}$ (ب) $\frac{س^{٢}}{٢}$ (جـ) $\frac{س^{٢}}{٤}$ (د) $\frac{س^{٢}}{٨}$

٤ في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء مربع ، هـ نقطة داخله بحيث يكون Δ أ هـ ء

قائم الزاوية في هـ ، أ هـ = ٤ سم ، هـ ء = ٣ سم

أوجد مساحة الجزء المظلل. «١٩ سم٢»

٥ مربع مساحته تساوي مساحة مستطيل بعداه ٢ سم ، ٩ سم أوجد طول قطر المربع. «٦ سم»

٦ قطعتان من الأرض متساويتان في المساحة ، الأولى على شكل مربع والثانية على شكل معين طولا قطريه ٨ أمتار ، ١٦ مترًا ، أوجد محيط قطعة الأرض المربعة الشكل. «٣٢ مترًا»

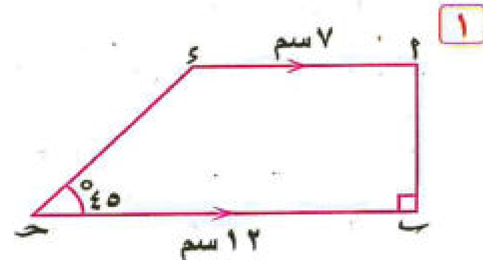
٧ قطعتا أرض متساويتان في المساحة ، الأولى على شكل معين طولا قطريه ١٨ مترًا ، ٢٤ مترًا ، والأخرى على شكل شبه منحرف ارتفاعه ١٢ مترًا ، أوجد طول قاعدته المتوسطة. «١٨ مترًا»

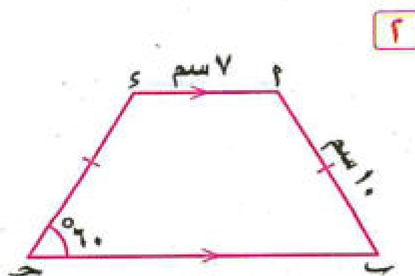
٨ معين طولا قطريه ١٢ سم ، ١٦ سم أوجد ارتفاعه. «٩,٦ سم»

٩ معين محيطه ٥٢ سم وطول أحد قطريه ١٠ سم أوجد مساحته. «١٢٠ سم٢»

١٠ معين محيطه ٦٤ سم وقياس إحدى زواياه ٦٠° أوجد مساحته. «$١٢٨\sqrt{٣}$ سم٢»

١١ في كل من الشكلين الآتيين استخدم العلامات المعطاة على الشكل لإيجاد مساحة كل شكل :





«٤٧,٥ سم٢ ، $٦٠\sqrt{٣}$ سم٢»

١٢ إذا كانت النسبة بين طولي قطري معين ٣ : ٤ وطول القطر الأصغر ٩ سم أوجد مساحة المعين.

«٥٤ سم٢»

١٣ معين النسبة بين طولى قطريه ٥ : ٨ فإذا كانت مساحته ٢٠٠٠ سم^{٢} أوجد طول كل قطر من قطريه. «٥٠ سم ، ٨٠ سم»

---

١٤ شبه منحرف طول قاعدته المتوسطة ٣٠ سم والنسبة بين طولى قاعدتيه المتوازيتين ٢ : ٣ أوجد طول كل منهما وإذا كان ارتفاعه ٢٤ سم فما مساحته ؟ «٢٤ سم ، ٣٦ سم ، ٧٢٠ سم^{٢}»

---

١٥ شبه منحرف مساحته ١٨٠ سم^{٢} وارتفاعه ١٢ سم ، والنسبة بين طولى قاعدتيه ٣ : ٢ فما طول كل منهما ؟ «١٨ سم ، ١٢ سم»

---

١٦ قطعة أرض على شكل شبه منحرف. النسبة بين طولى كل من قاعدتيه المتوازيتين وارتفاعه كنسبة ٣ : ٢ : ٤ على الترتيب. أوجد طول قاعدته المتوسطة إذا كانت مساحة سطحه ٤٠٠٠ م^{٢} «٥٠ م»

---

١٧ قطعتان من الأرض الأولى على شكل شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٧٦ مترًا ، ٦٤ مترًا والبعد العمودى بينهما ٤٥ مترًا والثانية على شكل معين طولا قطريه ٧٤ مترًا ، ٩٠ مترًا استبدلت القطعتان بقطعة مستطيلة الشكل مساحتها تساوى مجموع مساحتيهما والنسبة بين طولها وعرضها ٥ : ٤ فما طول كل من بعديها ؟ «٩٠ مترًا ، ٧٢ مترًا»

---

١٨ أ ب جـ د شبه منحرف فيه : $\overline{\text{أد}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$ ، س منتصف $\overline{\text{أب}}$ ، ص منتصف $\overline{\text{د جـ}}$
فإذا كان : س ص = ٧ سم ، ب جـ = ١٠ سم ، مساحة شبه المنحرف = ٣٥ سم^{٢}
أوجد طول $\overline{\text{أد}}$ ، طول البعد العمودى بين $\overline{\text{أد}}$ ، $\overline{\text{ب جـ}}$ «٤ سم ، ٥ سم»

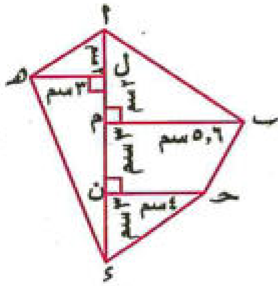
---

١٩ أ ب جـ د شبه منحرف فيه : $\overline{\text{أد}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$ ، أ د = ٢٧ سم ، ب جـ = ٤٥ سم
فإذا كانت مساحة المثلث أ ب جـ = ٢٢٥ سم^{٢} فأوجد مساحة شبه المنحرف. «٣٦٠ سم^{٢}»

---

٢٠ أ ب جـ د شبه منحرف فيه : $\overline{\text{أد}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$ ، ق(∠ أ) = ٩٠° ، ب جـ = ٤ سم
، د أ = ٢٤ سم ، ب د = ٣٠ سم ، $\overline{\text{أو}}$ ⊥ $\overline{\text{ب د}}$ تقطعه فى و بحيث أ و = ١٤,٤ سم
أوجد مساحة شبه المنحرف أ ب جـ د «٢٥٢ سم^{٢}»

٢١ **فى الشكل المقابل :**

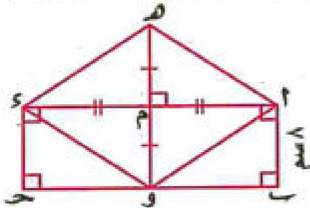


كل من $\overline{\text{ب م}}$ ، $\overline{\text{حـ ن}}$ ، $\overline{\text{هـ ل}}$ عمودية على $\overline{\text{أ ء}}$

أوجد : مساحة الشكل أ ب حـ ء هـ «٤٦,٦ سم^2»

---

٢٢ **فى الشكل المقابل :**



أ ب حـ ء مستطيل مساحته ١٤٤ سم^2 فإذا كان أ ب = ٨ سم

، $\overline{\text{أ ء}} \perp \overline{\text{هـ و}}$ ، م منتصف كل من $\overline{\text{أ ء}}$ ، $\overline{\text{هـ و}}$

أوجد : مساحة الشكل أ و ء هـ «١٤٤ سم^2»

---

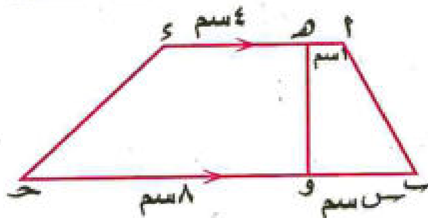
٢٣ أ ب حـ ء مستطيل فيه : أ ب = ٦ سم ، ب حـ = ٨ سم ، س ، ص ، ل ، م منتصفات أضلاعه $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{ب حـ}}$ ، $\overline{\text{حـ ء}}$ ، $\overline{\text{ء أ}}$ على الترتيب.

١ **برهن أن :** الشكل س ص ل م معين وأوجد مساحته.

٢ **أوجد :** ارتفاع المعين س ص ل م «٢٤ سم^2 ، ٤,٨ سم»

---

٢٤ **فى الشكل المقابل :**



أ ب حـ ء شبه منحرف ، هـ $\in \overline{\text{أ ء}}$ ، و $\in \overline{\text{ب حـ}}$ بحيث

مساحة الشكل هـ و حـ ء = ثلاثة أمثال مساحة

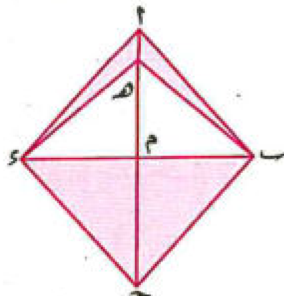
الشكل أ ب و هـ **أوجد :** قيمة س «٣»

للمتفوقين

٢٥ شبه منحرف متساوى الساقين مساحته ١٢٠ سم^2 ومحيطه ٦٠ سم فإذا كان طول قاعدته المتوسطة ٢٠ سم **أوجد :** طول كل من قاعدتيه. «١٢ سم ، ٢٨ سم»

---

٢٦ **فى الشكل المقابل :**



أ ب حـ ء معين فيه : م نقطة تقاطع قطريه

، أ حـ + ب ء = ٣٣ سم ، ب ء : أ حـ = ٥ : ٦

، هـ $\in \overline{\text{أ م}}$ بحيث م هـ = $\frac{٢}{٣}$ م أ

أوجد : مساحة الجزء المظلل. «٩٠ سم^2»

الوحدة 5

التشابه وعكس نظرية فيثاغورث ونظرية إقليدس

الدرس الأول : التشابه.

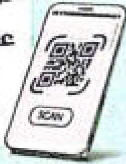
الدرس الثانى : عكس نظرية فيثاغورث .

الدرس الثالث : المساقط.

الدرس الرابع : نظرية إقليدس.

الدرس الخامس: التعرف على نوع المثلث بالنسبة لزواياه.

يمكنك حل الامتحانات التفاعلية على الدروس من خلال مسح **QR code** الخاص بكل امتحان



أهداف الوحدة: بعد دراسة هذه الوحدة يجب أن يكون التلميذ قادرًا على أن :

- يتعرف شرطى تشابه مضلعين.
- يتعرف متى يتشابه مثلثان.
- يستخدم التشابه لحل بعض المشكلات الحياتية فى الهندسة.
- يستدعى ما تم دراسته سابقًا عن نظرية فيثاغورث.
- يطبق عكس نظرية فيثاغورث لتحديد ما إذا كان مثلث قائم الزاوية أم لا.
- يتعرف مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم.
- يحدد العلاقة بين طول القطعة المستقيمة وطول مسقطها على مستقيم.
- يتعرف نظرية إقليدس.
- يستخدم نظرية إقليدس لإيجاد بعض أطوال الأضلاع المجهولة فى المثلث.
- يتعرف على نوع المثلث بالنسبة لزواياه متى عُلمت أطوال أضلاعه.
- يحدد نوع زاوية فى مثلث بمعلومية أطوال أضلاع المثلث.
- يقدّر دور الهندسة فى الحياة العملية.

الدرس 1

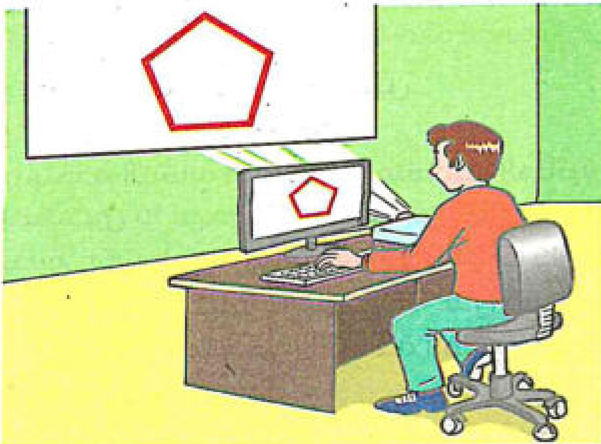
التشابه

* إن مفهوم التشابه يُستخدم كثيرًا فى حياتنا اليومية.

فمثلًا :



- عندما تلتقط صورة لك بإحدى الكاميرات تظهر صورتك مصغرة على الشاشة وفى هذه الحالة يقال أن الأصل والصورة متشابهان.



- يقوم جهاز العرض (Data Show) بنقل صورة مكبرة من جهاز الكمبيوتر إلى شاشة العرض وفى هذه الحالة يقال أن الصورة على شاشة العرض والصورة على شاشة الكمبيوتر متشابهان.

تشابه مضلعين

تعريف

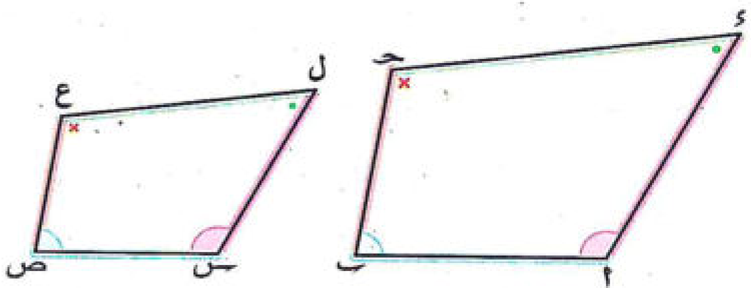
يُقال لمضلعين (لهما نفس العدد من الأضلاع) إنهما متشابهان إذا تحقق الشرطان الآتيان معًا :

(١) زواياهما المتناظرة متساوية فى القياس. (٢) أطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة.

والرمز ~ يستخدم للتعبير عن التشابه ، فنكتب المضلع ﺃ ﺏ ﺣ ﺀ ~ المضلع ﺳ ﺻ ﻉ ﻝ

وتُقرأ المضلع ﺃ ﺏ ﺣ ﺀ يشابه المضلع ﺳ ﺻ ﻉ ﻝ

وبناءً على التعريف السابق ، إذا كان ﺃ ﺏ ﺣ ﺀ ، ﺳ ﺻ ﻉ ﻝ مضلعين فيهما :



(١) ق (∠ ﺃ) = ق (∠ ﺳ)

، ق (∠ ﺏ) = ق (∠ ﺻ)

، ق (∠ ﺣ) = ق (∠ ﻉ)

، ق (∠ ﺀ) = ق (∠ ﻝ)

أى أن : الزوايا المتناظرة فى المضلعين متساوية فى القياس.

(٢) $\frac{\text{ﺃ ﺏ}}{\text{ﺳ ﺻ}} = \frac{\text{ﺏ ﺣ}}{\text{ﺻ ﻉ}} = \frac{\text{ﺣ ﺀ}}{\text{ﻉ ﻝ}} = \frac{\text{ﺃ ﺀ}}{\text{ﺳ ﻝ}}$ = مقدار ثابت.

أى أن : أطوال الأضلاع المتناظرة فى المضلعين متناسبة.

فإنه من (١) ، (٢) ينتج أن : المضلع ﺃ ﺏ ﺣ ﺀ ~ المضلع ﺳ ﺻ ﻉ ﻝ

ملاحظة (١)

فى المضلعين المتشابهين $م_١$ ، $م_٢$ تُسمى النسبة الثابتة بين أطوال أضلاع $م_١$ وأطوال أضلاع $م_٢$ المناظرة **بنسبة التكبير** أو **التصغير** كما تُسمى أحيانًا **بمقياس الرسم**.

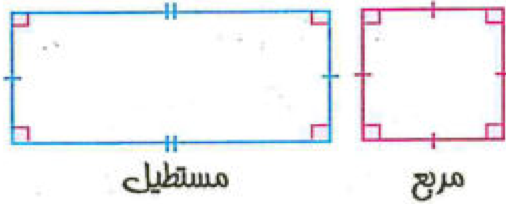
وإذا كانت النسبة الثابتة :

- **أكبر** من الواحد الصحيح **فإن** : المضلع $م_١$ يكون تكبيرًا للمضلع $م_٢$
- **أصغر** من الواحد الصحيح **فإن** : المضلع $م_١$ يكون تصغيرًا للمضلع $م_٢$
- **تساوى** الواحد الصحيح **فإن** : المضلع $م_١$ يطابق المضلع $م_٢$

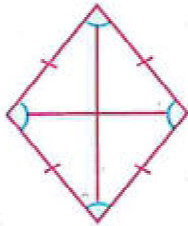
ملاحظة ٢

لكى يتشابه مضلعان يجب أن يتحقق شرطا التشابه معًا ولا يكفى تحقق أحدهما دون الآخر.

فمثلاً :



- **المربع والمستطيل** مضلعان غير متشابهين
  فبرغم تساوى قياسات زواياهما المتناظرة (كل = ٩٠°)
  إلا أن أطوال أضلاعهما المتناظرة غير متناسبة.



- كذلك **المربع والمعين** مضلعان غير متشابهين
  فبرغم أن أطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة
  إلا أن زواياهما المتناظرة غير متساوية القياس
  فالمربع زواياه قوائم بينما المعين زواياه ليست قوائم.

ملاحظة ٣

المضلعات المتطابقة تكون متشابهة ، ولكن المضلعات المتشابهة ليس من الضرورى أن تكون متطابقة.

ملاحظة ٤

كل المضلعات المنتظمة التى لها نفس العدد من الأضلاع تكون متشابهة.

فمثلًا : جميع المربعات متشابهة.

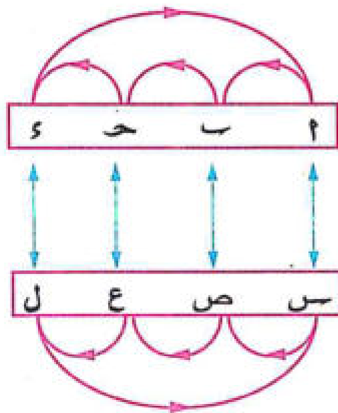
ملاحظة ٥

المضلعان المشابهان لثالث متشابهان.

ملاحظـة ٦

يراعى عند كتابة المضلعين المتشابهين أن نكتبهما بنفس ترتيب رءوسهما المتناظرة حتى يسهل كتابة التناسب بين أطوال الأضلاع واستنتاج الزوايا المتساوية فى القياس.

* فمثلًا : إذا كتبنا أن المضلع أ ب حـ ء ~ المضلع س ص ع ل



فإننا نستنتج مباشرة أن :

١ $$\frac{\text{أ ب}}{\text{س ص}} = \frac{\text{ب حـ}}{\text{ص ع}} = \frac{\text{حـ ء}}{\text{ع ل}} = \frac{\text{ء أ}}{\text{ل س}}$$

٢ ق (∠ أ) = ق (∠ س) ، ق (∠ ب) = ق (∠ ص)

، ق (∠ حـ) = ق (∠ ع) ، ق (∠ ء) = ق (∠ ل)

مثال ١

فى الشكل المقابل :

المضلع أ ب حـ ء ~ المضلع س ص ع ل

أوجد قياسات الزوايا وأطوال الأضلاع المجهولة فى كلا المضلعين ، وما هى نسبة التكبير ؟

الحـــل

المعطيات | المضلع أ ب حـ ء ~ المضلع س ص ع ل ، ق (∠ أ) = ٧٠° ، ق (∠ حـ) = ١٣٥°

، ق (∠ ص) = ٦٥° ، ء أ = س ص = ٣ سم ، ب حـ = ٢,١ سم

، ص ع = ١,٤ سم ، ع ل = ١,٨ سم

المطلوب | إيجاد : ١ ق (∠ ب) ، ق (∠ ء) ، ق (∠ س) ، ق (∠ ع) ، ق (∠ ل)

، طول كل من : $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{حـ ء}}$ ، $\overline{\text{ل س}}$

٢ نسبة التكبير.

البرهان ∵ المضلع أ ب حـ ء ~ المضلع س ص ع ل (معطى)

∴ ق (∠ أ) = ق (∠ س) ، ق (∠ ب) = ق (∠ ص) ، ق (∠ حـ) = ق (∠ ع)

، ق (∠ ء) = ق (∠ ل)

∴ ق (∠ س) = ٧٠° ، ق (∠ ب) = ٦٥° ، ق (∠ ع) = ١٣٥°

، ∵ مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعى = ٣٦٠°

∴ ق (∠ ء) = ق (∠ ل) = ٣٦٠° − (٧٠° + ٦٥° + ١٣٥°) = ٩٠° (المطلوب أولاً)

، ∵ المضلع أ ب حـ ء ~ المضلع س ص ع ل (معطى)

∴ $\frac{\text{أ ب}}{\text{س ص}} = \frac{\text{ب حـ}}{\text{ص ع}} = \frac{\text{حـ ء}}{\text{ع ل}} = \frac{\text{أ ء}}{\text{ل س}}$ (من التعريف)

∴ $\frac{\text{أ ب}}{٣} = \frac{٢,١}{١,٤} = \frac{\text{حـ ء}}{١,٨} = \frac{٣}{\text{ل س}}$ ∴ $\frac{\text{أ ب}}{٣} = \frac{\text{حـ ء}}{١,٨} = \frac{٣}{\text{ل س}} = \frac{٣}{٢}$

∴ أ ب $= \frac{٣ \times ٣}{٢} =$ ٤,٥ سم ، حـ ء $= \frac{١,٨ \times ٣}{٢} =$ ٢,٧ سم ، ل س = ٢ سم

ونسبة التكبير (النسبة الثابتة بين أطوال الأضلاع المتناظرة) = $\frac{\text{ب حـ}}{\text{ص ع}} = \frac{٣}{٢}$ (المطلوب ثانيًا)

ملاحظة

في المثال السابق نلاحظ أن :

محيط المضلع أ ب حـ ء = ٤,٥ + ٢,١ + ٢,٧ + ٣ = ١٢,٣ سم

محيط المضلع س ص ع ل = ٣ + ١,٤ + ١,٨ + ٢ = ٨,٢ سم

$\frac{\text{محيط المضلع أ ب حـ ء}}{\text{محيط المضلع س ص ع ل}} = \frac{١٢,٣}{٨,٢} = \frac{٣}{٢}$ = نسبة التكبير

أى أن :

النسبة بين محيطى مضلعين متشابهين = النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما .

مثال ٢

مضلعان متشابهان أحدهما أطوال أضلاعه ٣ ، ٥ ، ٦ ، ٨ ، ١٠ من السنتيمترات والآخر محيطه ٤٨ سم. أوجد أطوال أضلاع المضلع الثانى.

الحل

المعطيات | أ ب حـ ء هـ مضلع أطوال أضلاعه $\overline{أب}$ ، $\overline{ب حـ}$ ، $\overline{حـ ء}$ ، $\overline{ء هـ}$ ، $\overline{هـ أ}$ هى على الترتيب ٣ ، ٥ ، ٦ ، ٨ ، ١٠ من السنتيمترات.

، أَ بَ حـَ ءَ هـَ مضلع آخر محيطه ٤٨ سم

، المضلع أ ب حـ ء هـ ~ المضلع أَ بَ حـَ ءَ هـَ

المطلوب | إيجاد : أطوال أضلاع المضلع أَ بَ حـَ ءَ هـَ

البرهان | ∵ المضلع أ ب حـ ء هـ ~ المضلع أَ بَ حـَ ءَ هـَ

$\therefore \frac{\text{محيط المضلع أَ بَ حـَ ءَ هـَ}}{\text{محيط المضلع أ ب حـ ء هـ}} =$ نسبة التكبير

$\therefore \frac{٤٨}{٣ + ٥ + ٦ + ٨ + ١٠} = \frac{٤٨}{٣٢} = \frac{٣}{٢}$

$\because \frac{أَبَ}{أب} = \frac{بَحـَ}{ب حـ} = \frac{حـَءَ}{حـ ء} = \frac{ءَهـَ}{ء هـ} = \frac{هـَأَ}{هـ أ}$

$\therefore \frac{أَبَ}{٣} = \frac{بَحـَ}{٥} = \frac{حـَءَ}{٦} = \frac{ءَهـَ}{٨} = \frac{هـَأَ}{١٠} = \frac{٣}{٢}$

∴ أَبَ = ٤,٥ سم ، بَحـَ = ٧,٥ سم ، حـَءَ = ٩ سم

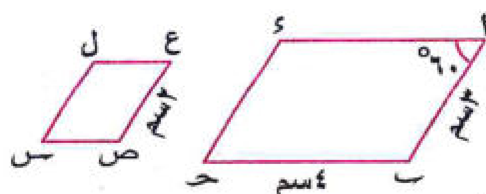
، ءَهـَ = ١٢ سم ، هـَأَ = ١٥ سم (وهو المطلوب)

حاول بنفسك ١

فى الشكل المقابل :

▱ أ ب حـ ء ~ ▱ س ص ع ل

أوجد : ١ ق (∠ ص) ٢ طول $\overline{س ص}$



تشابه مثلثين

رأيت أنه لكى يتشابه مضلعان يجب أن يتحقق شرطا التشابه معًا ولا يكفى تحقق أحد الشرطين دون الآخر ، أما فى حالة المثلثات فإنه يكفى تحقق شرط واحد فقط من شرطى التشابه.

حقيقة هندسية

يتشابه المثلثان إذا توفر أحد الشرطين التاليين :

(١) تساوت قياسات زواياهما المتناظرة. (٢) تناسبت أطوال أضلاعهما المتناظرة.

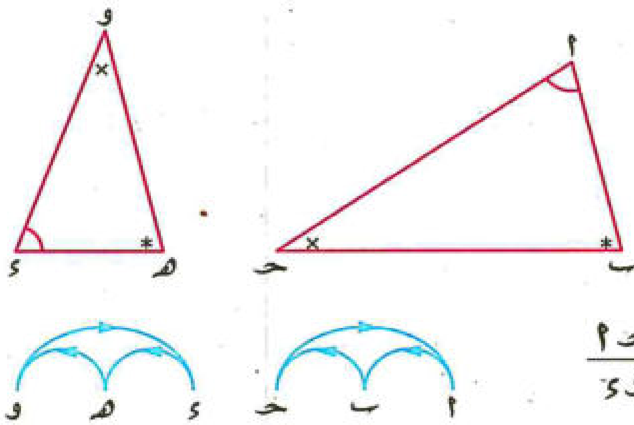
بناءً على الحقيقة السابقة :

(١) إذا كان ٩ ب حـ ، ء هـ و مثلثين فيهما :

ق (∠ ٩) = ق (∠ ء) ، ق (∠ حـ) = ق (∠ و) ، ق (∠ ب) = ق (∠ هـ)

فإن : Δ ٩ ب حـ ~ Δ ء هـ و

ونتيجة لتشابههما يكون : $\frac{٩ب}{ءهـ} = \frac{ب حـ}{هـ و} = \frac{حـ ٩}{و ء}$

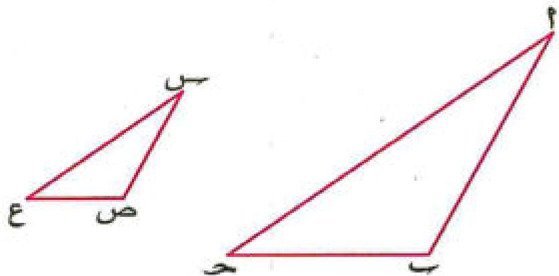


(٢) إذا كان ٩ ب حـ ، س ص ع مثلثين فيهما :

$\frac{٩ب}{س ص} = \frac{ب حـ}{ص ع} = \frac{٩ حـ}{س ع}$

فإن : Δ ٩ ب حـ ~ Δ س ص ع

ونتيجة لتشابههما يكون :



ق (∠ ٩) = ق (∠ س) ، ق (∠ ب) = ق (∠ ص) ، ق (∠ حـ) = ق (∠ ع)

ملاحظات

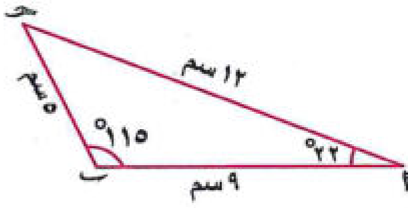
(١) يتشابه المثلثان القائما الزاوية إذا ساوى قياس زاوية حادة فى أحدهما قياس نظيرتها فى الآخر.

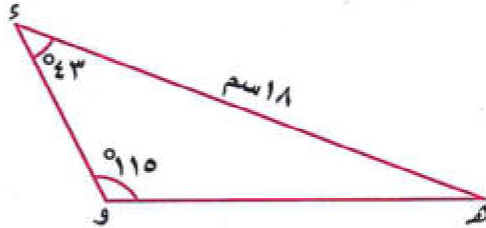
(٢) المثلثان المتطابقا الأضلاع متشابهان.

(٣) المثلثان المتطابقا الساقين يكونان متشابهين إذا ساوى قياس إحدى الزوايا فى أحدهما قياس نظيرتها فى الآخر.



مثال ٣





في الشكل المقابل :

ٱ ب حـ ، هـ و ء مثلثان فيهما :

ق (∠ ب) = ق (∠ و) = ١١٥° ، ق (∠ ٱ) = ٢٢°

، ق (∠ ء) = ٤٣° ، ٱ ب = ٩ سم ، ب حـ = ٥ سم

، ٱ حـ = ١٢ سم ، هـ ء = ١٨ سم

أوجد : طول كل من $\overline{\text{هـ و}}$ ، $\overline{\text{و ء}}$

الحل

المعطيات ق (∠ ب) = ق (∠ و) = ١١٥° ، ق (∠ ٱ) = ٢٢° ، ق (∠ ء) = ٤٣°

، ٱ ب = ٩ سم ، ب حـ = ٥ سم ، ٱ حـ = ١٢ سم ، هـ ء = ١٨ سم

المطلوب إيجاد : طول كل من $\overline{\text{هـ و}}$ ، $\overline{\text{و ء}}$

البرهان ∵ مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = ١٨٠°

∴ في Δ ٱ ب حـ : ق (∠ حـ) = ١٨٠° − (١١٥° + ٢٢°) = ٤٣°

، في Δ هـ و ء : ق (∠ هـ) = ١٨٠° − (٤٣° + ١١٥°) = ٢٢°

، ∵ ق (∠ ب) = ق (∠ و) = ١١٥° ، ق (∠ حـ) = ق (∠ ء) = ٤٣°

، ق (∠ ٱ) = ق (∠ هـ) = ٢٢°

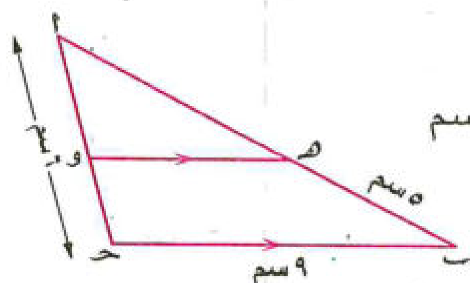
∴ Δ ٱ ب حـ ~ Δ هـ و ء

∴ $\frac{\text{ٱ ب}}{\text{هـ و}} = \frac{\text{ب حـ}}{\text{و ء}} = \frac{\text{ٱ حـ}}{\text{هـ ء}}$

∴ $\frac{٩}{\text{هـ و}} = \frac{٥}{\text{و ء}} = \frac{١٢}{١٨} = \frac{٢}{٣}$

∴ هـ و = $\frac{٩ \times ٣}{٢}$ = ١٣,٥ سم ، و ء = $\frac{٥ \times ٣}{٢}$ = ٧,٥ سم (وهو المطلوب)

مثال ٤



في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث فيه : أ حـ = $\frac{1}{2}$ أ ب = ٦ سم ، ب حـ = ٩ سم

، هـ ∈ $\overline{أ ب}$ بحيث هـ ب = ٥ سم ، $\overline{هـ و}$ // $\overline{ب حـ}$

أوجد : طول كل من $\overline{هـ و}$ ، $\overline{حـ و}$

الحل

المعطيات | أ حـ = $\frac{1}{2}$ أ ب = ٦ سم ، ب حـ = ٩ سم ، ب هـ = ٥ سم ، $\overline{هـ و}$ // $\overline{ب حـ}$

المطلوب | إيجاد : طول كل من $\overline{هـ و}$ ، $\overline{حـ و}$

البرهان | ∵ $\frac{1}{2}$ أ ب = ٦ سم ∴ أ ب = ١٢ سم ∴ أ هـ = ١٢ − ٥ = ٧ سم

، ∵ $\overline{هـ و}$ // $\overline{ب حـ}$ ∴ ق (∠ أ هـ و) = ق (∠ ب) (بالتناظر)

، ق (∠ أ و هـ) = ق (∠ حـ) (بالتناظر)

، ∵ ∠ أ مشتركة في ΔΔ أ هـ و ، أ ب حـ

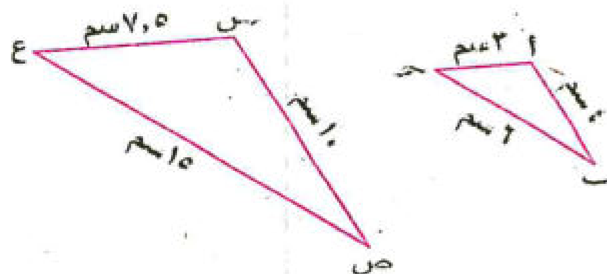
∴ Δ أ هـ و ~ Δ أ ب حـ وينتج أن : $\frac{أ هـ}{أ ب} = \frac{هـ و}{ب حـ} = \frac{أ و}{أ حـ}$

∴ $\frac{٧}{١٢} = \frac{هـ و}{٩} = \frac{أ و}{٦}$

∴ هـ و = $\frac{٩ \times ٧}{١٢}$ = ٥ $\frac{١}{٤}$ سم ، أ و = $\frac{٦ \times ٧}{١٢}$ = ٣ $\frac{١}{٢}$ سم

∴ حـ و = ٦ − ٣ $\frac{١}{٢}$ = ٢ $\frac{١}{٢}$ سم (وهو المطلوب)

مثال ٥



في الشكل المقابل :

أ ب حـ ، س ص ع مثلثان فيهما :

أ ب = ٤ سم ، ب حـ = ٦ سم

، أ حـ = ٣ سم ، س ص = ١٠ سم

، ص ع = ١٥ سم ، س ع = ٧,٥ سم

١ أثبت أن : Δ أ ب حـ ~ Δ س ص ع

٢ أوجد : ق (∠ أ) + ق (∠ ص) + ق (∠ ع)

الحـــل

المعطيات أب = ٤ سم ، ب‌ح = ٦ سم ، أح = ٣ سم ، س ص = ١٠ سم
، ص ع = ١٥ سم ، س ع = ٧,٥ سم

المطلوب (١) إثبات أن : Δ أ ب ح ~ Δ س ص ع

(٢) إيجاد : ق(∠ أ) + ق(∠ ص) + ق(∠ ع)

البرهان فى ΔΔ أ ب ح ، س ص ع :

∵ $\frac{أب}{س ص} = \frac{٤}{١٠} = \frac{٢}{٥}$ ، $\frac{ب ح}{ص ع} = \frac{٦}{١٥} = \frac{٢}{٥}$ ، $\frac{أح}{س ع} = \frac{٣}{٧,٥} = \frac{٢}{٥}$

∴ $\frac{أب}{س ص} = \frac{ب ح}{ص ع} = \frac{أح}{س ع}$

∴ Δ أ ب ح ~ Δ س ص ع (المطلوب أولاً)

∴ ق(∠ أ) = ق(∠ س) (١)

، ∵ مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = ١٨٠°

، من Δ س ص ع : ∴ ق(∠ س) + ق(∠ ص) + ق(∠ ع) = ١٨٠°

وبالتعويض من (١) :

∴ ق(∠ أ) + ق(∠ ص) + ق(∠ ع) = ١٨٠° (المطلوب ثانيًا)

حاول بنفسك ٢

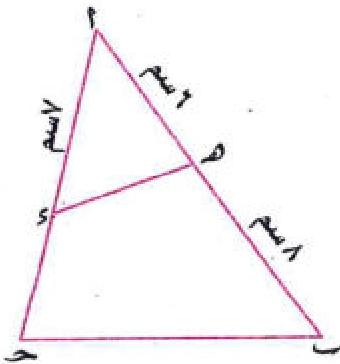
فى الشكل المقابل :

Δ أ ء هـ ~ Δ أ ب ح ، أ هـ = ٦ سم

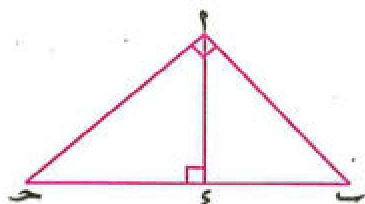
، أ ء = ٧ سم ، ب هـ = ٨ سم

أوجد :

(١) طول $\overline{ءح}$ (٢) النسبة $\frac{ءهـ}{ب ح}$



مثال ٦



في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في أ

، ء ∈ $\overline{\text{ب حـ}}$ بحيث $\overline{\text{أ ء}}$ ⊥ $\overline{\text{ب حـ}}$

أثبت أن : ١ Δ أ ب ء ~ Δ حـ أ ء   ٢ Δ أ ب ء ~ Δ حـ ب أ

الحل

المعطيات | أ ب حـ مثلث فيه : ق (∠ أ) = ٩٠° ، $\overline{\text{أ ء}}$ ⊥ $\overline{\text{ب حـ}}$

المطلوب | إثبات أن : ١ Δ أ ب ء ~ Δ حـ أ ء   ٢ Δ أ ب ء ~ Δ حـ ب أ

البرهان | في Δ أ ب ء : ∵ ق (∠ أ ء ب) = ٩٠°

∴ ق (∠ ب) + ق (∠ ب أ ء) = ٩٠°

، ∵ ق (∠ ب أ ء) + ق (∠ ء أ حـ) = ٩٠°   ∴ ق (∠ ب) = ق (∠ ء أ حـ)

في ΔΔ أ ب ء ، حـ أ ء :

∵ ق (∠ ب) = ق (∠ ء أ حـ) (إثباتًا)

، ق (∠ أ ء ب) = ق (∠ حـ ء أ) = ٩٠°   ∴ ق (∠ ب أ ء) = ق (∠ أ حـ ء)

∴ Δ أ ب ء ~ Δ حـ أ ء   (المطلوب أولاً)

، في ΔΔ أ ب ء ، حـ ب أ :

∵ ق (∠ ب ء أ) = ق (∠ ب أ حـ) = ٩٠° ، ∠ ب مشتركة

∴ ق (∠ ب أ ء) = ق (∠ حـ)   ∴ Δ أ ب ء ~ Δ حـ ب أ   (المطلوب ثانيًا)

من المثال السابق نستنتج أن :

في المثلث القائم الزاوية العمود المرسوم من رأس القائمة على الوتر يقسم المثلث إلى مثلثين متشابهين كل منهما يشبه المثلث الأصلي.

● تذكر ● فهم ○ تطبيق ⁂ خل مشكلات 📖 أسئلة كتاب الوزارة

١ أكمل كلاً من الجمل الآتية :

١ إذا تشابه مضلعان فإن .... المتناظرة متساوية فى القياس.

٢ إذا تشابه مضلعان فإن .... المتناظرة تكون متناسبة.

٣ المضلعان المشابهان لثالث ....

٤ يتشابه المثلثان إذا كانت .... المتناظرة متناسبة.

٥ إذا كانت قياسات الزوايا المتناظرة فى مثلثين متساوية كان المثلثان ....

٦ إذا كان لدينا مضلعان زواياهما المتناظرة .... وأطوال أضلاعهما المتناظرة .... كان المضلعان متشابهين.

٧ إذا كانت النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فى مثلثين متشابهين تساوى ١ فإن المثلثين ....

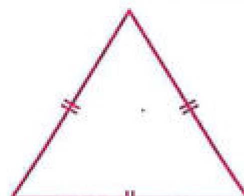
٨ إذا تشابه مضلعان ، وكانت النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ٣ : ٤ فإن النسبة بين محيطيهما هى ....

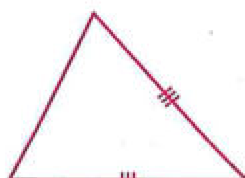
٩ فى المثلث القائم الزاوية العمود المرسوم من رأس القائمة على الوتر يقسم المثلث إلى مثلثين ....

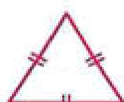
---

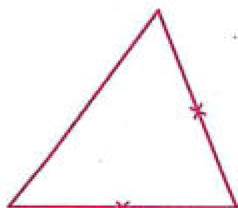
٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ يوجد اثنان من المثلثات التالية متشابهان هما ....


(١)

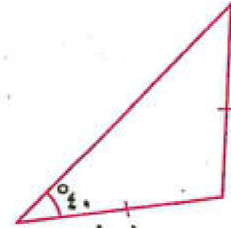

(٢)

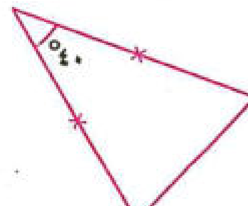

(٣)

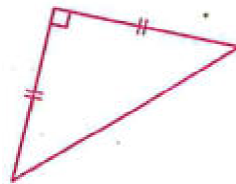

(٤)

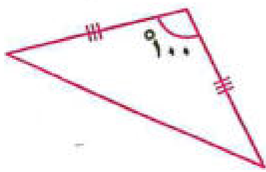
(أ) ١ ، ٢ (ب) ١ ، ٣ (جـ) ١ ، ٤ (د) ٢ ، ٤

[٢] يوجد اثنان من المثلثات التالية متشابهان هما ....



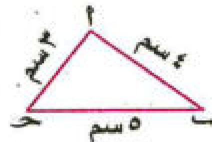


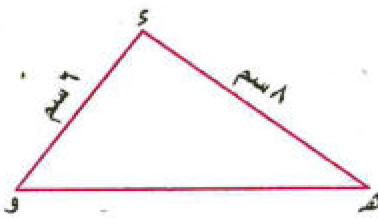




(أ) ١ ، ٢ (ب) ١ ، ٣ (جـ) ٢ ، ٤ (د) ١ ، ٤

[٣] فى الشكل المقابل :



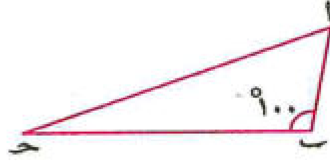


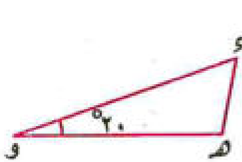
إذا كان : Δ أ ب جـ ~ Δ ء هـ و

فإن : هـ و = ...

(أ) ٥ سم (ب) ٦ سم (جـ) ٨ سم (د) ١٠ سم

[٤] فى الشكل المقابل :



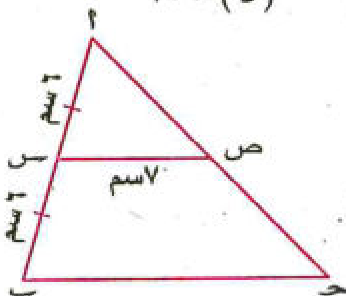


إذا كان : Δ أ ب جـ ~ Δ ء هـ و

فإن : ق (∠ أ) = ...

(أ) ٢٠° (ب) ٦٠° (جـ) ٨٠° (د) ١٠٠°

[٥] فى الشكل المقابل :



إذا كان : Δ أ ب جـ ~ Δ أ س ص

، أ س = س ب = ٦ سم ، س ص = ٧ سم

فإن : ب جـ = ...

(أ) ٦ سم (ب) ٧ سم (جـ) ١٢ سم (د) ١٤ سم

[٦] إذا كانت النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فى مربعين تساوى ١

وكان محيط أحدهما ٢٠ سم فإن مساحة الآخر تساوى ....

(أ) ٢٠ سم^2 (ب) ٢٥ سم^2 (جـ) ١٦ سم^2 (د) ٢٥ سم

[٧] إذا كان : Δ أ ب جـ ~ Δ ء هـ و وكان : أ ب = $\frac{١}{٥}$ ء هـ

فإن : محيط Δ أ ب جـ = ... محيط Δ ء هـ و

(أ) ٥ (ب) ١ (جـ) $\frac{١}{٥}$ (د) $\frac{٢}{٥}$

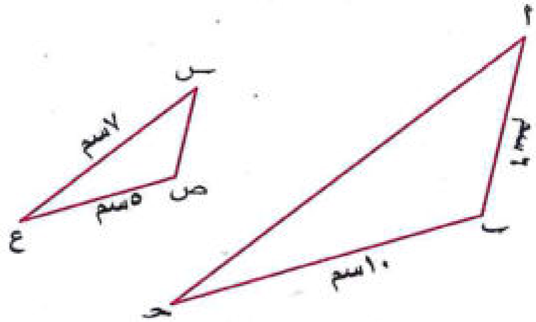


٣ في الشكل المقابل :

△ أ ب حـ ~ △ س ص ع

أوجد :

أ حـ ، س ص



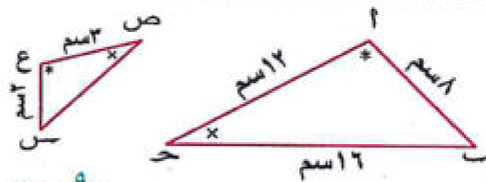
«١٤ سم ، ٣ سم»

---

٤ بالاستعانة بالمعطيات المدونة بالرسم :

أثبت أن : △ س ص ع ، △ ب حـ أ متشابهان.

ثم أوجد : محيط المثلث س ص ع



«٩ سم»

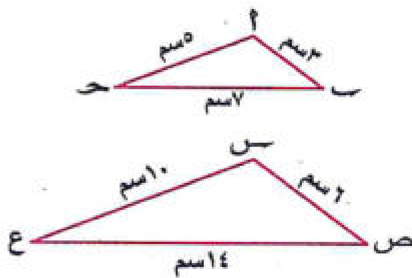
---

٥ في الشكل المقابل :

١ أثبت أن : △ أ ب حـ ، △ س ص ع متشابهان.

٢ إذا كان : ق (∠ب) + ق (∠حـ) = ٦٠°

فأوجد : ق (∠س)



«١٢٠°»

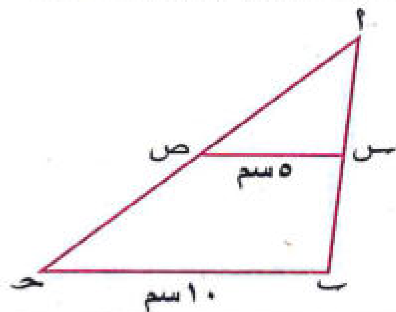
---

٦ في الشكل المقابل :

إذا كان : △ أ س ص ~ △ أ ب حـ

، س ص = ٥ سم ، ب حـ = ١٠ سم

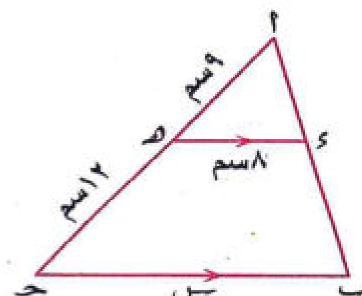
أثبت أن : ١ $\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$ ٢ ص منتصف $\overline{\text{أ حـ}}$



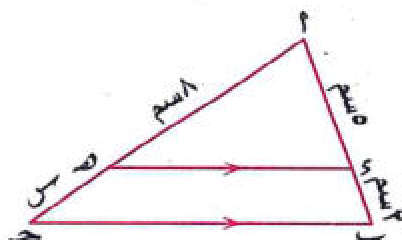
---

٧ في كل من الأشكال التالية أوجد قيمة س العددية (الأطوال مقدرة بالسنتيمترات) :

١



٢



٣







٨ في الشكل المقابل :

إذا كان الشكل أ ب حـ ء ~ الشكل س ص ع ل

١ **احسب :** ق (∠ ب حـ ء)

٢ **احسب :** طول $\overline{\text{س ل}}$ وحدد نسبة التكبير.

٣ إذا كان محيط الشكل أ ب حـ ء = ٢٦ سم فما محيط الشكل س ص ع ل ؟

«٨٥° ، ١,٨ سم ، $\frac{١٠}{٣}$ ، ٧,٨ سم»

٩ في الشكل المقابل :

$\overline{\text{أحـ}}$ // $\overline{\text{ءهـ}}$ ، $\overline{\text{أء}} \cap \overline{\text{حـهـ}} = \{\text{ب}\}$

، أحـ = ٥ سم ، ب هـ = ٨ سم ، أب = ٣ سم ، ب ء = ٦ سم

١ **أثبت أن :** Δ أ ب حـ ~ Δ ء ب هـ

٢ **أوجد :** طول كل من $\overline{\text{ب حـ}}$ ، $\overline{\text{هـ ء}}$

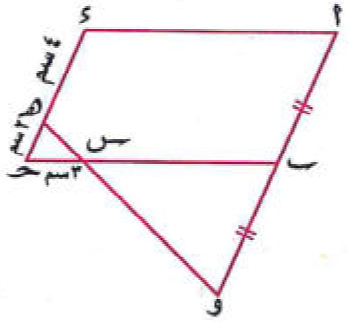
٣ **أوجد :** نسبة التكبير.

«٤ سم ، ١٠ سم ، ٢»





١٠ في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء متوازي أضلاع ، ب منتصف $\overline{\text{أ و}}$

، حـ هـ = ٢ سم ، ء هـ = ٤ سم ، س حـ = ٣ سم

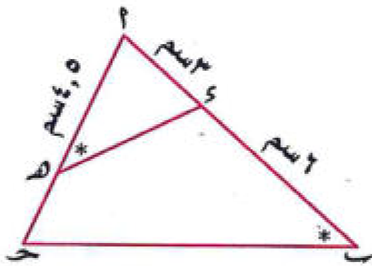
أثبت أن : Δ هـ حـ س ~ Δ و ب س

ثم أوجد : طول $\overline{\text{أ ء}}$

«١٢ سم»

---

١١ في الشكل المقابل :



ق (∠ أ هـ ء) = ق (∠ ب) ، أ ء = ٣ سم

، أ هـ = ٤,٥ سم ، ب ء = ٦ سم

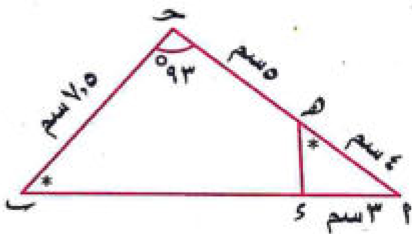
[١] برهن أن : Δ أ ء هـ ~ Δ أ حـ ب

[٢] أوجد : طول $\overline{\text{هـ حـ}}$

«١,٥ سم»

---

١٢ في الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث ، ء ∈ $\overline{\text{أ ب}}$ ، هـ ∈ $\overline{\text{أ حـ}}$ ، أ هـ = ٤ سم

، هـ حـ = ٥ سم ، ب حـ = ٧,٥ سم ، أ ء = ٣ سم

، ق (∠ أ هـ ء) = ق (∠ ب) ، ق (∠ حـ) = °٩٣

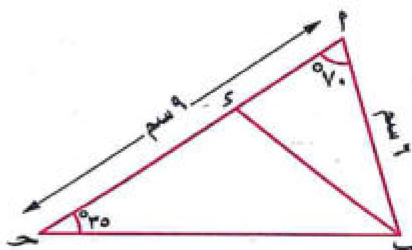
[١] أثبت أن : Δ أ هـ ء ~ Δ أ ب حـ

[٢] أوجد : طول $\overline{\text{ب ء}}$ ، ق (∠ أ ء هـ)

«٩ سم ، °٩٣»

---

١٣ في الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث فيه : ق (∠ أ) = °٧٠ ، ق (∠ حـ) = °٣٥

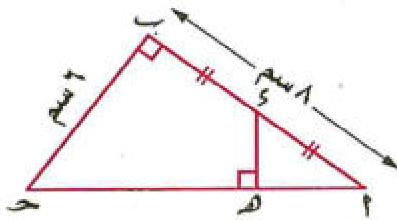
، ء ∈ $\overline{\text{أ حـ}}$ فإذا كان : Δ أ ب ء ~ Δ أ حـ ب

فأوجد : ق (∠ ء ب حـ)

، وإذا كان : أ ب = ٦ سم ، أ حـ = ٩ سم فأوجد : طول $\overline{\text{حـ ء}}$

«°٤٠ ، ٥ سم»

١٤ في الشكل المقابل :



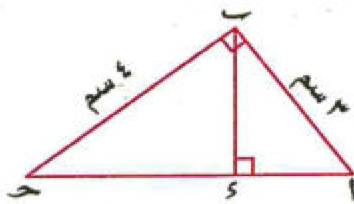
أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في ب ، ء منتصف $\overline{أب}$

، $\overline{ءهـ} \perp \overline{أحـ}$ ، أ ب = ٨ سم ، ب حـ = ٦ سم

أوجد : طول $\overline{ءهـ}$ «٢,٤ سم»

---

١٥ في الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في ب فيه : أ ب = ٣ سم

، ب حـ = ٤ سم ، $\overline{بء} \perp \overline{أحـ}$

[١] برهن أن : $\triangle$ ب أ حـ ~ $\triangle$ ء أ ب

[٢] أوجد : طول كل من $\overline{أء}$ ، $\overline{ءحـ}$ «١,٨ سم ، ٣,٢ سم»

---

١٦ أ ب حـ مثلث نُصفت أضلاعه $\overline{أب}$ ، $\overline{بحـ}$ ، $\overline{حـأ}$ في ء ، هـ ، و على الترتيب.

أثبت أن : $\triangle$ أ ب حـ ~ $\triangle$ هـ و ء

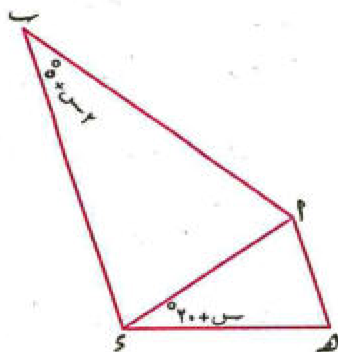
---

١٧ مثلثان متشابهان محيط أحدهما ٧٤ سم ، وأطوال أضلاع الآخر ٤,٥ سم ، ٦ سم ، ٨ سم

أوجد طول أكبر الأضلاع طولًا في المثلث الأول. «٣٢ سم»

---

١٨ في الشكل المقابل :

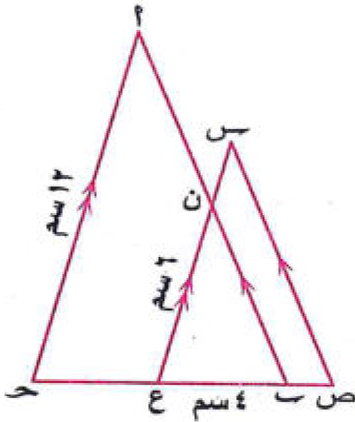


$\triangle$ أ هـ ء ~ $\triangle$ أ ء ب

، ق (∠ أ ء هـ) = س + ٢٠°

، ق (∠ أ ب ء) = ٢ س + ٥°

أوجد : ق (∠ أ ء هـ) «٣٥°»



١٩ في الشكل المقابل :

$\overline{ب ع} \subset \overline{ب حـ}$ ، $\overline{س ع} \parallel \overline{أ حـ}$ ، $\overline{س ص} \parallel \overline{أ ب}$

، $\overline{س ع} \cap \overline{أ ب} = \{ن\}$ ، أ حـ = ١٢ سم

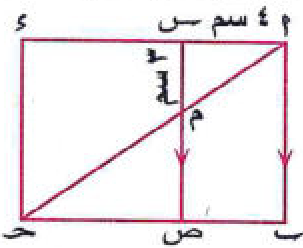
، ن ع = ٣ ن س = ٦ سم ، ب ع = ٤ سم

[١] أثبت أن : Δ س ص ع ~ Δ ن ب ع ~ Δ أ ب حـ

[٢] أثبت أن : ع منتصف $\overline{ب حـ}$

[٣] أوجد : طول $\overline{ص حـ}$

« $٩\frac{١}{٣}$ سم »



٢٠ في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء مستطيل فيه : أ ء = ١٢ سم ، س $\in \overline{أ ء}$

حيث أ س = ٤ سم ، $\overline{س ص} \parallel \overline{أ ب}$ ويقطع $\overline{أ حـ}$ في م

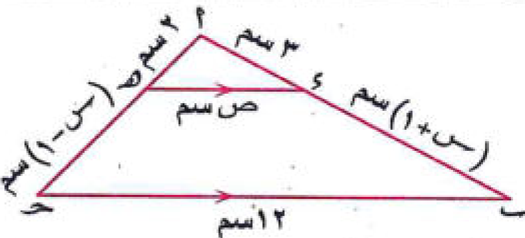
، $\overline{ب حـ}$ في ص حيث م س = ٣ سم

[١] برهن أن : Δ أ م س ~ Δ حـ م ص

[٢] أوجد : محيط Δ ص م حـ

« ٢٤ سم »

[٣] هل الشكل أ ب ص م ~ الشكل حـ ء س م ؟ ولماذا ؟



٢١ في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث ، ء $\in \overline{أ ب}$ ، هـ $\in \overline{أ حـ}$ بحيث

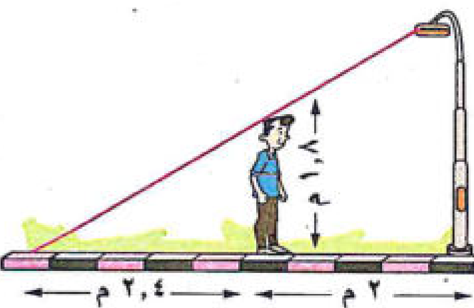
$\overline{ء هـ} \parallel \overline{ب حـ}$ ، أ ء = ٣ سم ، أ هـ = ٢ سم

، ب حـ = ١٢ سم ، ب ء = (س + ١) سم ، هـ حـ = (س − ١) سم ، ء هـ = ص سم

أوجد : طول كل من $\overline{أ ب}$ ، $\overline{هـ حـ}$ ، $\overline{ء هـ}$

« ٩ سم ، ٤ سم ، ٤ سم »

تطبيقات حياتية

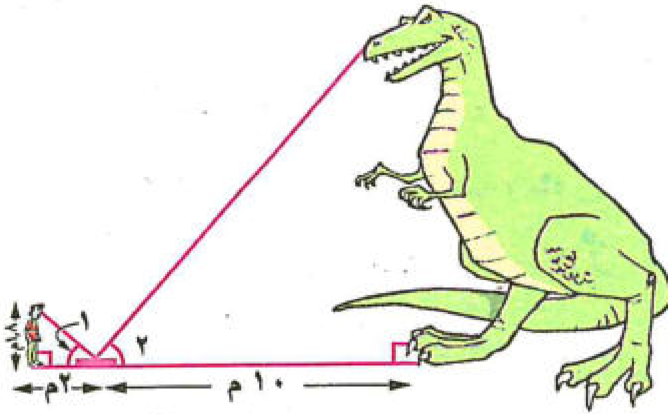


٢٢ رجل طوله ١,٨ متر يقف أمام عمود إنارة وعلى بُعد ٢ متر من قاعدته فإذا وُجد أن طول ظل الرجل الناتج عن إنارة العمود هو ٢,٤ متر

فأوجد ارتفاع العمود.

« ٣,٣ متر »

٢٣ أراد رجل معرفة طول ديناصور فى أحد المتاحف ، فوضع مرآة فى وضع أفقى على الأرض على بُعد ١٠ أمتار من قدم الديناصور ورجع إلى الخلف حتى استطاع مشاهدة رأس الديناصور فى المرآة فكانت المسافة التى رجعها للخلف ٢ متر فإذا كان طول الرجل ١,٨ متر وإذا علمت أن : ق (∠ ١) = ق (∠ ٢) فما ارتفاع الديناصور ؟



«٩ م»

للمتفوقين

٢٤ فى الشكل المقابل :

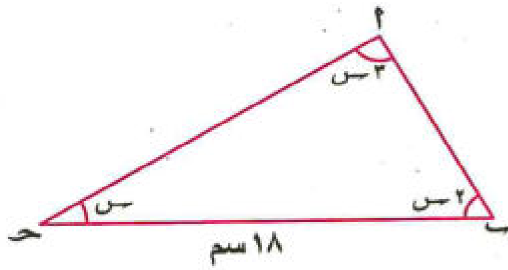
إذا كان :

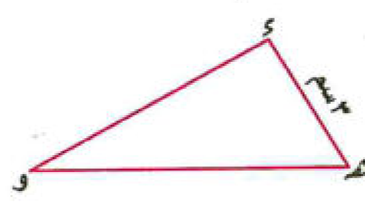
△ أ ب حـ ~ △ ء هـ و

، ب حـ = ١٨ سم

، ء هـ = ٣ سم

فأوجد : طول $\overline{\text{هـ و}}$





«٦ سم»

٢٥ فى الشكل المقابل :

أ ء = ٤٠ سم

، ء حـ = ٥٦ سم

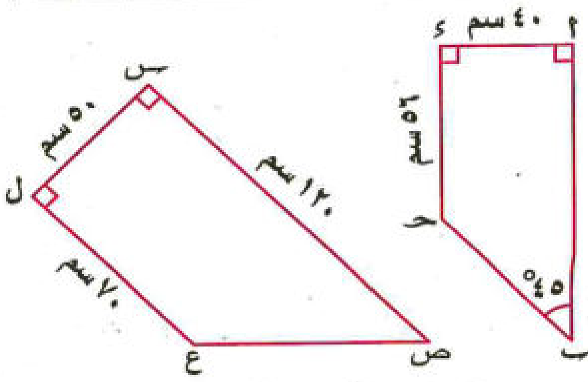
، س ص = ١٢٠ سم

، س ل = ٥٠ سم

، ل ع = ٧٠ سم

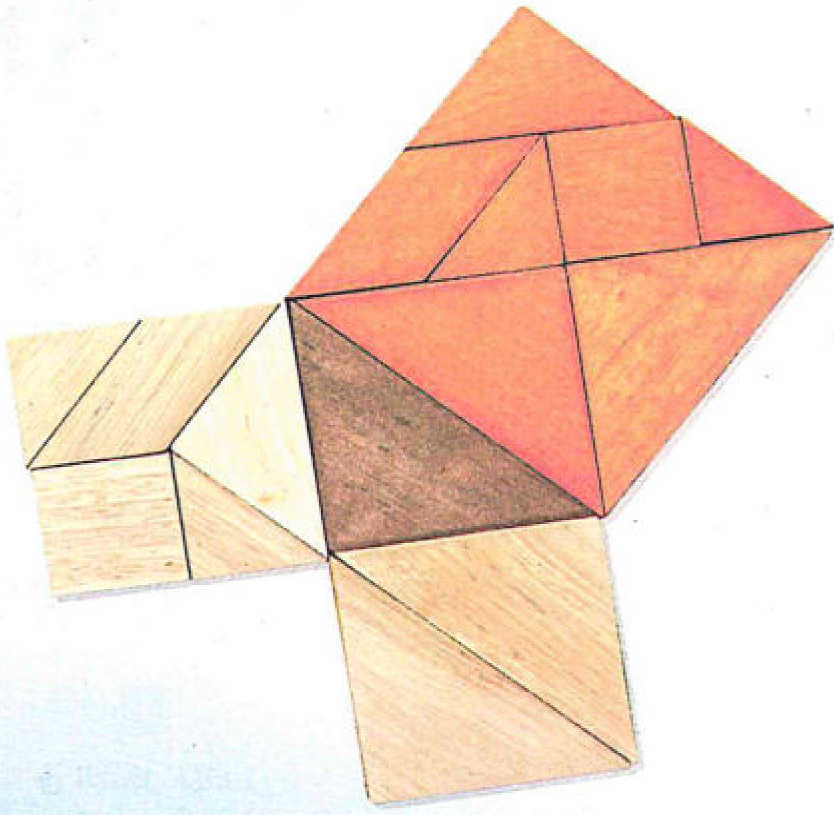
، ق (∠ ب) = ٤٥° ، ق (∠ أ) = ق (∠ ء) = ق (∠ س) = ق (∠ ل) = ٩٠°

أثبت أن : المضلع أ ب حـ ء ~ المضلع س ص ع ل



الدرس 2

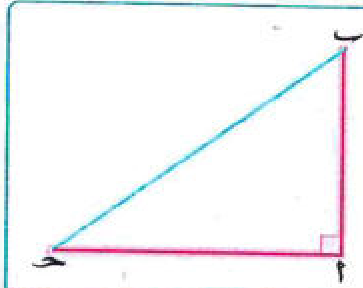
عكس نظرية فيثاغورث



درست فى العام الماضى كيفية إيجاد طول ضلع من أضلاع مثلث قائم الزاوية بمعلومية طولى الضلعين الآخرين ، وذلك عن طريق تطبيق نظرية فيثاغورث التى تعطى علاقة بين مربعات أطوال أضلاع المثلث القائم الزاوية الثلاثة.

إذا كان : أ ب حـ مثلثًا قائم الزاوية فى أ

فإن : $(ب حـ)^2 = (أ ب)^2 + (أ حـ)^2$



وفى هذا الدرس سوف نقدم كيفية تحديد ما إذا كان المثلث قائم الزاوية أم لا بتطبيق عكس نظرية فيثاغورث.

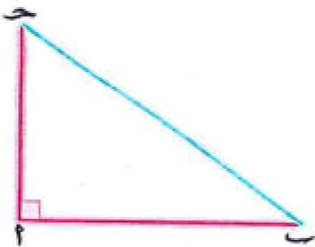
عكس نظرية فيثاغورث

إذا كان مجموع مساحتى المربعين المنشأين على ضلعين فى مثلث يساوى مساحة المربع المنشأ على الضلع الثالث كانت الزاوية المقابلة لهذا الضلع قائمة.

أى أن : إذا كان أ ب حـ مثلث فيه :

$(أ ب)^2 + (أ حـ)^2 = (ب حـ)^2$

فإن : $ق(\angle أ) = 90°$



ويمكن صياغة تلك النظرية كالتالى :

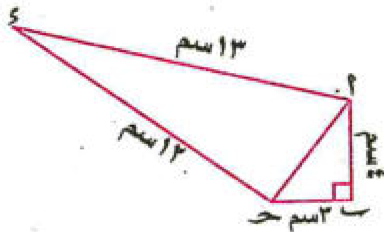
إذا كان مربع طول ضلع فى مثلث يساوى مجموع مربعى طولى الضلعين الآخرين كانت الزاوية المقابلة لهذا الضلع قائمة.

نتيجة

فى Δ ا ب حـ إذا كان $\overline{\text{ا حـ}}$ أكبر الأضلاع طولاً وكان (ا حـ)^2 ≠ (ا ب)^2 + (ب حـ)^2

فإن : ق (∠ ب) ≠ ٩٠° وبذلك لا يكون Δ ا ب حـ قائم الزاوية.

مثال ١



فى الشكل المقابل :

ا ب حـ ء شكل رباعى فيه : ق (∠ ب) = ٩٠° ، ا ب = ٤ سم

، ب حـ = ٣ سم ، حـ ء = ١٢ سم ، ء ا = ١٣ سم

أثبت أن : ق (∠ ا حـ ء) = ٩٠°

الحل

المعطيات	ق (∠ ب) = ٩٠° ، ا ب = ٤ سم ، ب حـ = ٣ سم ، حـ ء = ١٢ سم ، ء ا = ١٣ سم
المطلوب	إثبات أن : ق (∠ ا حـ ء) = ٩٠°
البرهان	∵ Δ ا ب حـ فيه : ق (∠ ب) = ٩٠° ∴ (ا حـ)^2 = (ا ب)^2 + (ب حـ)^2 (فيثاغورث) ∴ (ا حـ)^2 = ١٦ + ٩ = ٢٥ سم^2 ∴ ا حـ = ٥ سم ، فى Δ ا حـ ء : ∵ (ا ء)^2 = (١٣)^2 = ١٦٩ سم^2 ، (حـ ء)^2 = (١٢)^2 = ١٤٤ سم^2 ، (ا حـ)^2 = (٥)^2 = ٢٥ سم^2 ∴ (ا ء)^2 = (ا حـ)^2 + (حـ ء)^2 ∴ ق (∠ ا حـ ء) = ٩٠° (عكس فيثاغورث) (وهو المطلوب)

مثال ٢

فى الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث ، ء ∈ $\overline{\text{ب حـ}}$ بحيث : $\overline{\text{أ ء}} \perp \overline{\text{ب حـ}}$

، ب ء = ١ سم ، ء حـ = ٤ سم ، أ ء = ٢ سم

أثبت أن : ق (∠ ب أ حـ) = ٩٠°

الحل

المعطيات | Δ أ ب حـ فيه : $\overline{\text{أ ء}} \perp \overline{\text{ب حـ}}$ ، أ ء = ٢ سم ، ء ب = ١ سم ، ء حـ = ٤ سم

المطلوب | إثبات أن : ق (∠ ب أ حـ) = ٩٠°

البرهان | فى Δ أ ء ب : ∵ ق (∠ أ ء ب) = ٩٠° ∴ (أ ب)^2 = (أ ء)^2 + (ء ب)^2 (فيثاغورث)

∴ (أ ب)^2 = ٤ + ١ = ٥ سم^2 (١)

فى Δ أ ء حـ : ∵ ق (∠ أ ء حـ) = ٩٠° ∴ (أ حـ)^2 = (أ ء)^2 + (ء حـ)^2 (فيثاغورث)

∴ (أ حـ)^2 = ٤ + ١٦ = ٢٠ سم^2 (٢)

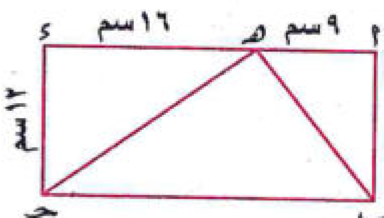
بجمع (١) ، (٢) : ∴ (أ ب)^2 + (أ حـ)^2 = ٥ + ٢٠ = ٢٥ سم^2

، ∵ ب حـ = ب ء + ء حـ = ١ + ٤ = ٥ سم ∴ (ب حـ)^2 = ٢٥ سم^2

∴ (أ ب)^2 + (أ حـ)^2 = (ب حـ)^2

∴ ق (∠ ب أ حـ) = ٩٠° (عكس فيثاغورث) (وهو المطلوب)

حاول بنفسك



فى الشكل المقابل :

أ ب حـ ء مستطيل فيه : ء حـ = ١٢ سم ، هـ ∈ $\overline{\text{أ ء}}$

بحيث أ هـ = ٩ سم ، هـ ء = ١٦ سم

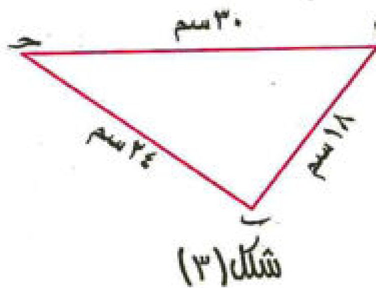
أثبت أن : ق (∠ ب هـ حـ) = ٩٠°



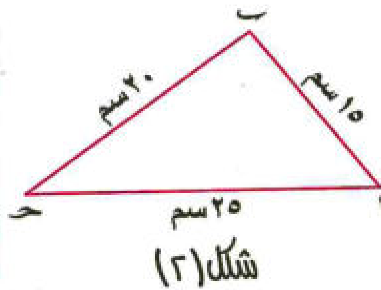
على عكس نظرية فيثاغورث

● تذكر ● فهم ● تطبيق ● حل مشكلات 📖 أسئلة كتاب الوزارة

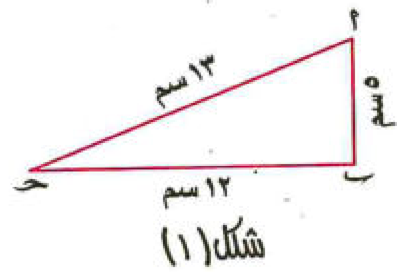
١ في كل من الأشكال التالية أثبت أن : ق (∠ب) = ٩٠°



شكل (٣)



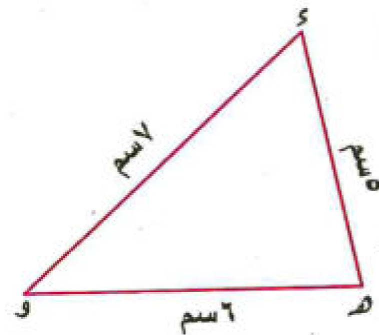
شكل (٢)



شكل (١)

٢ 📖 أكمل ووضح أى المثلثات التالية قائم الزاوية :

١

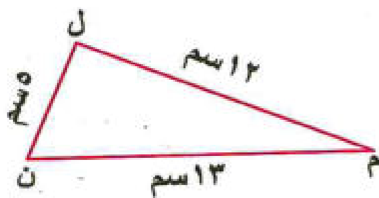


(ء و)^{٢} = ...

(ء هـ)^{٢} + (هـ و)^{٢} = ...

∴ المثلث ....

٢

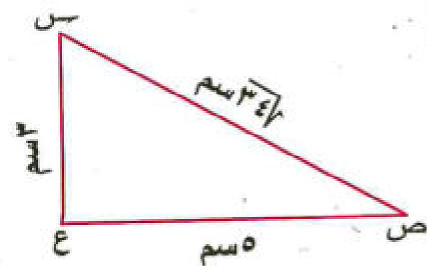


(م ن)^{٢} = ...

(م ل)^{٢} + (ن ل)^{٢} = ...

∴ المثلث ....

٣

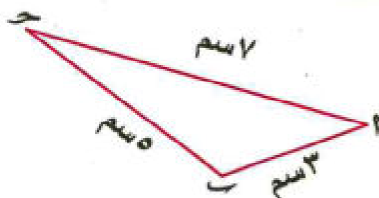


(س ص)^{٢} = ($\sqrt{٣٤}$)^{٢} = ...

(ص ع)^{٢} + (ع س)^{٢} = ...

∴ المثلث ....

٤



(أ جـ)^{٢} = ...

(أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢} = ...

∴ المثلث ....

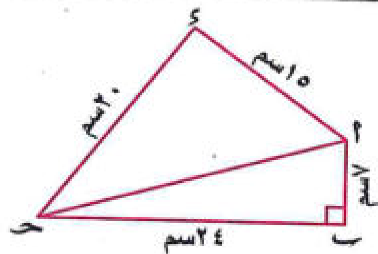


٣ ﺃﺏﺟ مثلث فيه : ﺃﺏ = ٤,٥ سم ، ﺏﺟ = ٧,٥ سم ، ﺃﺟ = ٦ سم

أثبت أن : Δ ﺃﺏﺟ قائم الزاوية.

---

٤ في الشكل المقابل :



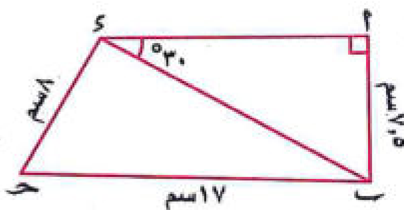
ﺃﺏﺟء شكل رباعى فيه : ق (∠ ﺃﺏﺟ) = ٩٠°

، ﺃﺏ = ٧ سم ، ﺏﺟ = ٢٤ سم ، ﺟء = ٢٠ سم

، ءﺃ = ١٥ سم أثبت أن : ق (∠ ﺃءﺟ) = ٩٠°

---

٥ في الشكل المقابل :



ﺃﺏﺟء شكل رباعى فيه : ق (∠ ﺏﺃء) = ٩٠°

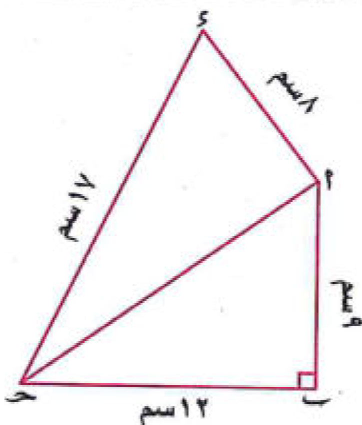
، ق (∠ ﺃءﺏ) = ٣٠° ، ﺃﺏ = ٧,٥ سم

، ﺏﺟ = ١٧ سم ، ﺟء = ٨ سم

أثبت أن : ق (∠ ﺏءﺟ) = ٩٠°

---

٦ في الشكل المقابل :



ﺃﺏﺟء شكل رباعى فيه : ق (∠ ﺏ) = ٩٠°

، ﺃﺏ = ٩ سم ، ﺏﺟ = ١٢ سم

، ﺟء = ١٧ سم ، ءﺃ = ٨ سم

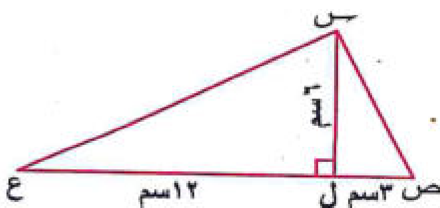
أثبت أن : ق (∠ ءﺃﺟ) = ٩٠°

ثم أوجد : مساحة الشكل ﺃﺏﺟء

«١١٤ سم^{٢}»

---

٧ في الشكل المقابل :

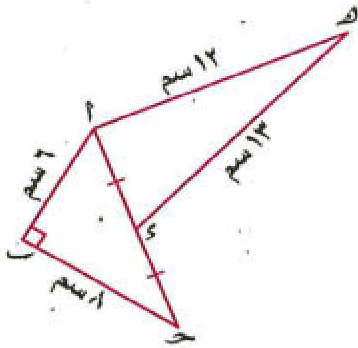


س ص ع مثلث ، $\overrightarrow{\text{س ل}} \perp \overline{\text{ص ع}}$ ، ل س = ٦ سم

، ل ص = ٣ سم ، ل ع = ١٢ سم

أثبت أن : ق (∠ ص س ع) = ٩٠°

٨ في الشكل المقابل :



ق (∠ب) = ٩٠° ، ء منتصف $\overline{أحـ}$

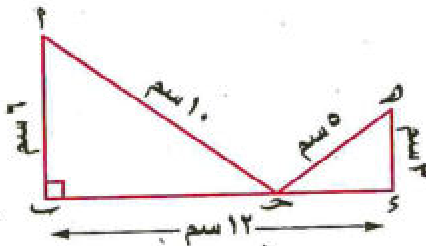
، أب = ٦ سم ، ب حـ = ٨ سم

، أ هـ = ١٢ سم ، ء هـ = ١٣ سم

[١] أوجد : طول $\overline{أحـ}$ [٢] أثبت أن : ق (∠ء أ هـ) = ٩٠° «١٠ سم»

---

٩ في الشكل المقابل :



ق (∠ب) = ٩٠° ، أب = ٦ سم ، ب ء = ١٢ سم

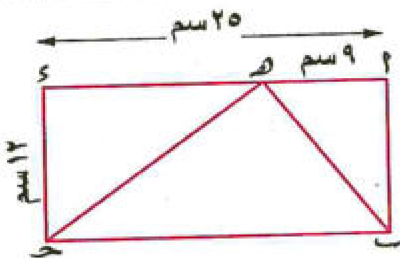
، أحـ = ١٠ سم ، حـ هـ = ٥ سم

، ء هـ = ٣ سم ، حـ ∈ $\overline{ءب}$

[١] أوجد : طول $\overline{بحـ}$ [٢] أثبت أن : ق (∠ء) = ٩٠° «٨ سم»

---

١٠ في الشكل المقابل :



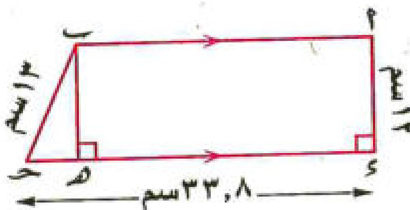
أب حـ ء مستطيل فيه : ء حـ = ١٢ سم ، أ ء = ٢٥ سم

، هـ ∈ $\overline{أء}$ بحيث أ هـ = ٩ سم

أثبت أن : $\overline{ب هـ}$ ⊥ $\overline{هـ حـ}$

---

١١ في الشكل المقابل :



أب حـ ء شبه منحرف فيه : $\overline{أب}$ // $\overline{ءحـ}$ ، $\overline{أء}$ ⊥ $\overline{ءحـ}$

، أ ء = ١٢ سم ، ب حـ = ١٣ سم ، ء حـ = ٣٣,٨ سم

، $\overline{ب هـ}$ ⊥ $\overline{ءحـ}$

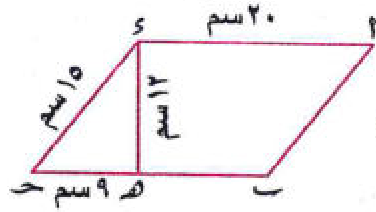
أولاً : أوجد : [١] طول كل من : $\overline{حـ هـ}$ ، $\overline{أب}$ [٢] طول $\overline{ءب}$

[٣] مساحة شبه المنحرف أب حـ ء

ثانيًا : أثبت أن : ق (∠ء ب حـ) = ٩٠°

«٥ سم ، ٢٨,٨ سم ، ٣١,٢ سم ، ٢٧٥,٦ سم^2»

١٢ في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء متوازى أضلاع فيه : أ ء = ٢٠ سم ، ء حـ = ١٥ سم

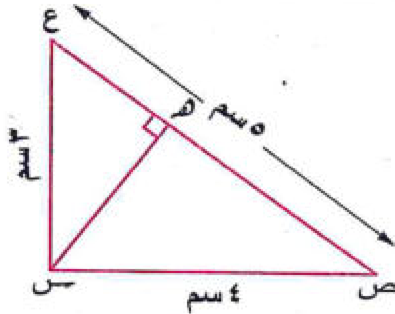
، هـ ∈ $\overline{\text{ب حـ}}$ بحيث هـ حـ = ٩ سم ، ء هـ = ١٢ سم

أوجد : مساحة ▱ أ ب حـ ء

«٢٤٠ سم^2»

---

١٣ في الشكل المقابل :



س ص ع مثلث فيه : $\overline{\text{س هـ}}$ ⊥ $\overline{\text{ص ع}}$ ، هـ ∈ $\overline{\text{ع ص}}$

، ص ع = ٥ سم ، س ع = ٣ سم ، س ص = ٤ سم

أوجد : مساحة Δ س ص ع

ومن ثم أوجد : طول $\overline{\text{س هـ}}$

«٦ سم^2 ، ٢,٤ سم»

---

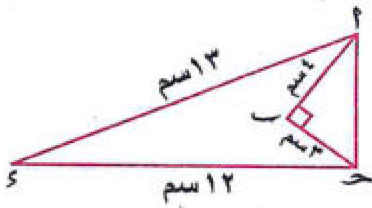
١٤ أ ب حـ مثلث ، رسم $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$ ⊥ $\overline{\text{ب حـ}}$ قطعها في ء فإذا كان :

أ حـ = ٢٠ سم ، أ ء = ١٢ سم ، ب ء = ٩ سم

أثبت أن : المثلث أ ب حـ قائم الزاوية في أ

---

١٥ في الشكل المقابل :



ق (∠ ب) = ٩٠° ، أ ب = ٤ سم

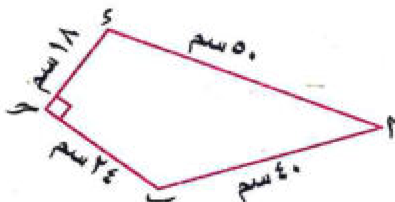
، ب حـ = ٣ سم ، أ ء = ١٣ سم ، ء حـ = ١٢ سم

أوجد : مساحة الشكل أ ب حـ ء

«٢٤ سم^2»

---

١٦ في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء شكل رباعى فيه : أ ب = ٤٠ سم ، ب حـ = ٢٤ سم

، حـ ء = ١٨ سم ، أ ء = ٥٠ سم ، ق (∠ حـ) = ٩٠°

أوجد : مساحة الشكل أ ب حـ ء

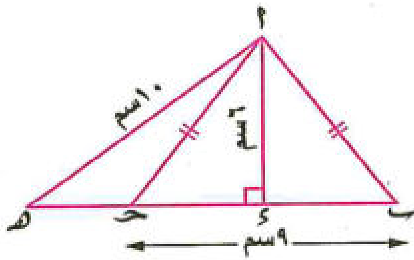
«٨١٦ سم^2»

---

١٧ أ ب حـ ء متوازى أضلاع فيه : أ ب = ٨ سم ، أ حـ = ٢٠ سم ، ب ء = ١٢ سم

أثبت أن : ق (∠ أ ب ء) = ٩٠° ثم أوجد : مساحة متوازى الأضلاع. «٩٦ سم^2»

١٨ في الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث متساوى الساقين فيه : أ ب = أ حـ

، $\overline{أء} \perp \overline{ب حـ}$ ، نقطة هـ ∈ $\overleftarrow{ب حـ}$ ، هـ ∉ $\overline{ب حـ}$

، أ ء = ٦ سم ، ب حـ = ٩ سم ، أ هـ = ١٠ سم

أثبت أن : ق (∠ ب أ هـ) = ٩٠°

للمتفوقين

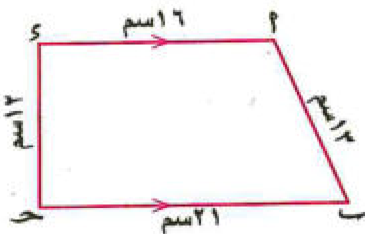
١٩ أ ب حـ مثلث فيه : أ ب = ٢٤ سم ، ب حـ = ٧٠ سم ، $\overline{ب ء}$ متوسط في المثلث حيث ب ء = ٣٧ سم.

أثبت أن : ق (∠ أ ب حـ) = ٩٠° ثم أوجد : طول $\overline{أ حـ}$

(إرشاد : ارسم $\overleftarrow{ء هـ}$ // $\overline{ب حـ}$ ويقطع $\overline{أ ب}$ في هـ) «٧٤ سم»

---

٢٠ في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء شبه منحرف فيه :

$\overline{أء}$ // $\overline{ب حـ}$ ، أ ب = ١٣ سم ، ب حـ = ٢١ سم

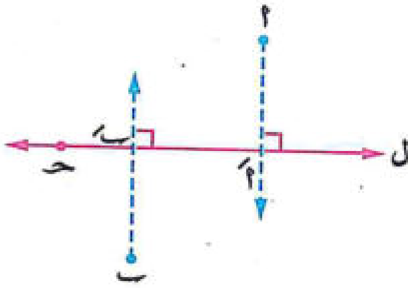
، حـ ء = ١٢ سم ، ء أ = ١٦ سم

أثبت أن : ق (∠ حـ) = ٩٠°

الدرس 3

المســاقط

١ مسقط نقطة على مستقيم



* في الشكل المقابل :

ل مستقيم ، النقطتان أ ، ب لا تنتميان إلى ل

، رُسم من أ الشعاع أأَ ⊥ ل يقطعه في أَ

، رُسم من ب الشعاع ببَ ⊥ ل يقطعه في بَ

النقطة أَ هي موقع العمود المرسوم من نقطة أ على المستقيم ل

وتُسمى **المسقط العمودي لنقطة أ على المستقيم ل**

أيضًا النقطة بَ هي موقع العمود المرسوم من نقطة ب على المستقيم ل

وتُسمى **المسقط العمودي لنقطة ب على المستقيم ل**

* **حالة خاصة :**

إذا كانت نقطة حـ ∈ المستقيم ل فإن مسقطها العمودي على المستقيم ل هو نفس النقطة حـ

وبصفة عامة فإن :

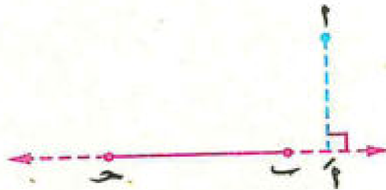
١ المسقط العمودي لنقطة ما على مستقيم هو موقع العمود المرسوم من هذه النقطة على المستقيم.

٢ إذا كانت النقطة تقع على المستقيم فإن مسقطها العمودي على هذا المستقيم هو نفس النقطة.

ملاحظتان

① حيث إننا لن نتناول فى دراستنا سوى المساقط العمودية لذلك فعندما نقول إن نقطة أَ مسقط نقطة أ على المستقيم ل فإننا نقصد أن نقطة أَ هى **المسقط العمودى** لنقطة أ على المستقيم ل

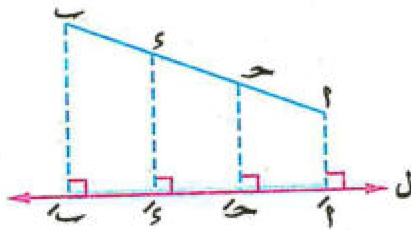
② فى الشكل المقابل :



النقطة أَ مسقط النقطة أ على المستقيم $\overleftrightarrow{بحـ}$

٢ مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم

* فى الشكل المقابل :



$\overline{أب}$ قطعة مستقيمة معلومة

، ل مستقيم معلوم فى نفس المستوى.

من خلال دراستنا لمسقط نقطة على مستقيم نستطيع

إيجاد مسقط أ على المستقيم ل وهو أَ ، وكذلك مسقط ب على المستقيم ل وهو بَ

وبالمثل يمكن إيجاد مسقط أى نقطة تنتمى إلى $\overline{أب}$ على المستقيم ل

فنجد أن هذا المسقط ينتمى إلى $\overline{أَبَ}$

فمثلًا : إذا كانت : حـ $\in$ $\overline{أب}$ فإن : حـَ «مسقط حـ» $\in$ $\overline{أَبَ}$

، إذا كانت : ء $\in$ $\overline{أب}$ فإن : ءَ «مسقط ء» $\in$ $\overline{أَبَ}$ ، وهكذا ...

وبالتالى تكون القطعة المستقيمة $\overline{أَبَ}$ هى مسقط القطعة المستقيمة $\overline{أب}$ على المستقيم ل

وبصفة عامة فإن :

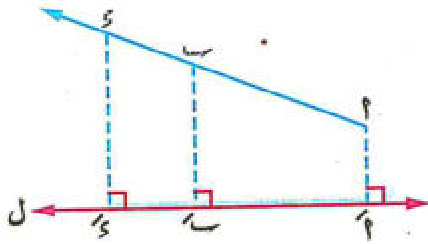
مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم هو القطعة المستقيمة التى طرفاها هما مسقطا طرفى القطعة المستقيمة الأصلية على هذا المستقيم.

* والجدول التالى يبين العلاقة بين طول القطعة المستقيمة وطول مسقطها على المستقيم ل :

الشكل	القطعة المستقيمة	مسقطها	العلاقة
	‾أ ب	‾أَ بَ	أَ بَ < أ ب
	‾أ ب	‾أَ بَ	أَ بَ < أ ب
	‾أ ب	‾أ بَ	أ بَ < أ ب
	‾أ ب	‾أَ بَ	أَ بَ = أ ب
	‾أ ب	النقطة حـ	طول المسقط أصغر من أ ب ويساوى صفر

من الجدول نلاحظ أن :

طول مسقط قطعة مستقيمة معلومة على مستقيم معلوم (≤) طول القطعة نفسها.



٣ مسقط شعاع على مستقيم

١ فى الشكل المقابل :

$\overrightarrow{\text{أب}}$ شعاع معلوم ، ل مستقيم معلوم فى نفس المستوى.

فإذا كان : أَ مسقط أ على المستقيم ل ، بَ مسقط ب على المستقيم ل

فإن : الشعاع $\overrightarrow{\text{أَبَ}}$ هو مسقط الشعاع $\overrightarrow{\text{أب}}$ على المستقيم ل

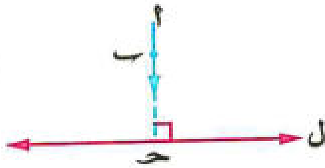
وإذا كانت : ء $\in \overrightarrow{\text{أب}}$ ، ء $\notin \overline{\text{أب}}$ وكانت ءَ مسقط ء على المستقيم ل

فإن : ءَ $\in \overrightarrow{\text{أَبَ}}$ ، ءَ $\notin \overline{\text{أَبَ}}$

وبصفة عامة :

> مسقط شعاع على مستقيم غير عمودى عليه هو شعاع $\subset$ المستقيم.

٢ فى الشكل المقابل :

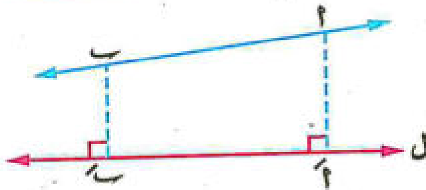


إذا كان : $\overrightarrow{\text{أب}} \perp$ المستقيم ل

فإن : مسقط $\overrightarrow{\text{أب}}$ على المستقيم ل هو النقطة حـ

وبصفة عامة :

> الشعاع العمودى على مستقيم يكون مسقطه على هذا المستقيم نقطة تنتمى إلى المستقيم.



٤ مسقط مستقيم على مستقيم

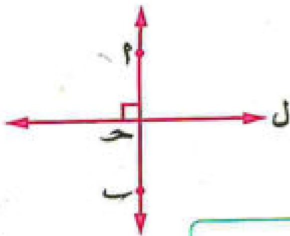
١ فى الشكل المقابل :

مسقط $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ على المستقيم ل هو المستقيم $\overleftrightarrow{\text{أَبَ}}$ الذى هو المستقيم ل نفسه

وبصفة عامة :

> مسقط مستقيم على مستقيم آخر غير عمودى عليه هو ذلك المستقيم الآخر.

٢ فى الشكل المقابل :

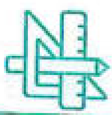


إذا كان : $\overleftrightarrow{\text{أب}} \perp$ المستقيم ل

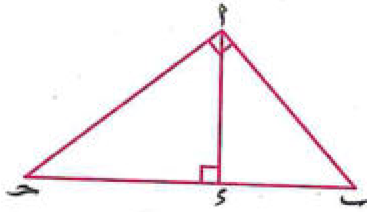
فإن : مسقط $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ على المستقيم ل هو النقطة حـ

وبصفة عامة :

> مسقط مستقيم على مستقيم آخر عمودى عليه هو نقطة تقاطع المستقيمين.



مثال ١



في الشكل المقابل :

أ ب ح مثلث قائم الزاوية في أ ، أ ء ⊥ ب ح

أكمل ما يأتي :

١ مسقط أ ب على ب ح هو ....

٢ مسقط أ ح على ب ح هو ....

٣ مسقط ب ح على أ ح هو ....

٤ مسقط ب ح على أ ب هو ....

٥ مسقط أ ح على أ ء هو ....

٦ مسقط أ ء على ب ح هو ....

٧ مسقط أ ب على أ ء هو ....

الحل

١ ء ب
٢ ء ح
٣ أ ح
٤ ب أ
٥ أ ء
٦ النقطة ء
٧ أ ء

مثال ٢

في الشكل المقابل :

ب ء ∩ أ هـ = {ح} ، ق (∠ ب) = ق (∠ ء) = ٩٠°

، أ ب = ٦ سم ، أ ح = ١٠ سم ، ء هـ = ٣ سم

أوجد : طول مسقط أ هـ على ب ء

الحل

∵ أ ب ⊥ ب ء ، هـ ء ⊥ ب ء ∴ ب ء مسقط أ هـ على المستقيم ب ء

، ∵ Δ أ ب ح فيه : ق (∠ ب) = ٩٠°

∴ $(\text{ب ح})^2 = (\text{أ ح})^2 - (\text{أ ب})^2 = (١٠)^2 - (٦)^2 = ٦٤$ ∴ ب ح = ٨ سم

، ∵ ΔΔ أ ب ح ، هـ ء ح فيهما :

ق (∠ ب) = ق (∠ ء) = ٩٠° ، ق (∠ أ ح ب) = ق (∠ هـ ح ء) (بالتقابل بالرأس)

∴ ق (∠ أ) = ق (∠ هـ)

∴ Δ أ ب حـ ~ Δ هـ ء حـ وينتج أن : $\frac{أب}{هء} = \frac{بحـ}{ءحـ} = \frac{أحـ}{هحـ}$

∴ $\frac{٦}{٣} = \frac{٨}{ءحـ} = \frac{١٠}{هحـ}$ ∴ ء حـ = $\frac{٨ \times ٣}{٦}$ = ٤ سم

∴ ب ء = ب حـ + ء حـ = ٨ + ٤ = ١٢ سم

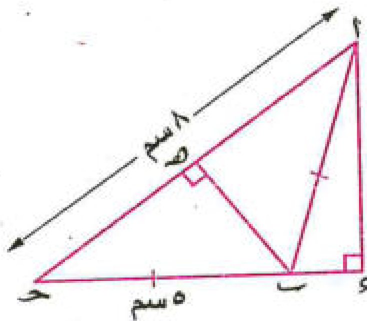
∴ طول مسقط $\overline{أهـ}$ على $\overleftrightarrow{بء}$ = ١٢ سم (وهو المطلوب)

حاول بنفسك

فى الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث فيه : أ ب = ب حـ = ٥ سم

، أ حـ = ٨ سم ، $\overleftrightarrow{أء} \perp \overleftrightarrow{حـب}$ ، $\overline{بهـ} \perp \overline{أحـ}$



أكمل ما يأتى :

١ مسقط $\overline{أب}$ على $\overleftrightarrow{بحـ}$ هو ....

٢ طول مسقط $\overline{أب}$ على $\overleftrightarrow{أحـ}$ يساوى ....

٣ مسقط $\overline{أب}$ على $\overleftrightarrow{أء}$ ≡ مسقط .... على $\overleftrightarrow{أء}$

٤ طول مسقط $\overline{بهـ}$ على $\overleftrightarrow{أحـ}$ يساوى ....

٥ مساحة Δ أ ب حـ = ...





على المساقط

اختبار تفاعلى

• تذكر • فهم • تطبيق • حل مشكلات • أسئلة كتاب الوزارة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مسقط نقطة على مستقيم معلوم هو ....

(أ) نقطة. (ب) قطعة مستقيمة. (جـ) شعاع. (د) مستقيم.

٢ مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم ليس عموديًا عليها هو ....

(أ) شعاع. (ب) نقطة. (جـ) قطعة مستقيمة. (د) مستقيم.

٣ مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم عمودى عليها هو ....

(أ) نقطة. (ب) قطعة مستقيمة. (جـ) شعاع. (د) مستقيم.

٤ مسقط شعاع على مستقيم غير عمودى عليه هو ....

(أ) نقطة. (ب) قطعة مستقيمة. (جـ) شعاع. (د) مستقيم.

٥ طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم .... طول القطعة المستقيمة نفسها.

(أ) $\geq$ (ب) $<$ (جـ) $\leq$ (د) $=$

٦ طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم عمودى عليها ....

(أ) أكبر من طول القطعة الأصلية. (ب) يساوى طول القطعة الأصلية.

(جـ) أكبر من أو يساوى طول القطعة الأصلية.

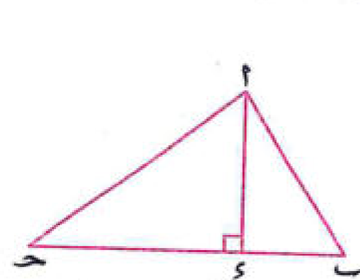
(د) يساوى صفر.

٧ طول مسقط قطعة مستقيمة موازية لمستقيم معلوم على هذا المستقيم .... طول القطعة الأصلية.

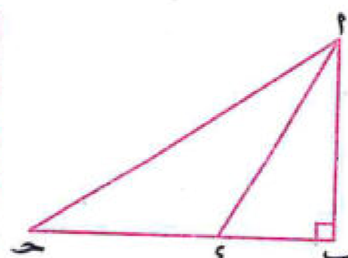
(أ) $>$ (ب) $<$ (جـ) $=$ (د) $\neq$

---

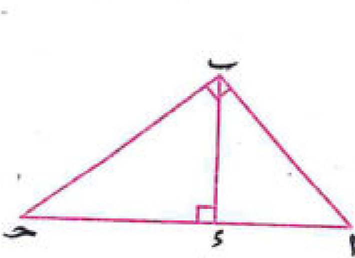
٢ فى كل من الأشكال الآتية أوجد : ١ مسقط أ على $\overleftrightarrow{ب جـ}$ ٢ مسقط $\overline{أ ب}$ على $\overleftrightarrow{ب جـ}$



شكل (١)



شكل (٢)

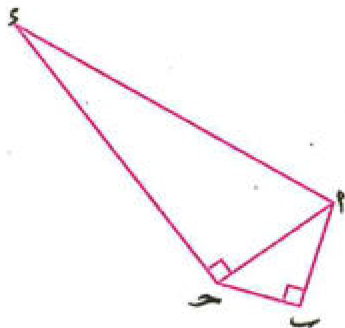


شكل (٣)

٣ أكمل الجدول الآتى :

المساقط \ الشكل	١	٢	٣
	أ، ب، حـ	أ، ء، حـ، ب	أ، س، ب، حـ، ص
مسقط $\overline{\text{أحـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{بحـ}}$	....	....	....
مسقط $\overline{\text{أب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{بحـ}}$	....	....	....
مسقط $\overline{\text{أحـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أب}}$	....	....	....
مسقط $\overline{\text{بحـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أب}}$	....	....	....

٤ فى الشكل المقابل :



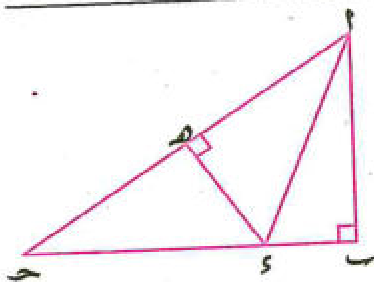
ق (∠ب) = ق (∠ أ حـ ء) = ٩٠° أكمل :

١ مسقط $\overline{\text{أء}}$ على $\overleftrightarrow{\text{حـء}}$ هو ....

٢ مسقط $\overline{\text{أحـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{حـء}}$ هو ....

٣ مسقط $\overline{\text{أحـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ هو ....

٥ فى الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب

، ء ∈ $\overline{\text{بحـ}}$ ، $\overline{\text{ءهـ}}$ ⊥ $\overline{\text{أحـ}}$

أكمل كلًا مما يأتى :

١ مسقط $\overline{\text{أء}}$ على $\overleftrightarrow{\text{بحـ}}$ = ...

٢ مسقط $\overline{\text{أء}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أحـ}}$ = ...

٣ مسقط $\overline{\text{ءهـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أحـ}}$ = ...

٤ مسقط نقطة حـ على $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ = ...

٥ مسقط نقطة أ على $\overleftrightarrow{\text{ءحـ}}$ = ...

٦ مسقط نقطة ء على $\overleftrightarrow{\text{أحـ}}$ = ...

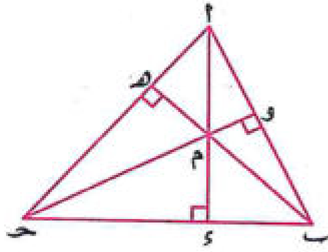
٧ مسقط $\overline{\text{أب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ءحـ}}$ = ...

٦ في الشكل المقابل :

أ ب ح مثلث ، $\overline{\text{أ ء}}$ ، $\overline{\text{ب هـ}}$ ، $\overline{\text{ح و}}$

هي القطع العمودية المرسومة من الرؤوس

إلى الأضلاع المقابلة ومتقاطعة في م أكمل ما يأتي :



١ مسقط $\overline{\text{أ ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب ح}}$ هو .... ، مسقط $\overline{\text{ب ح}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ هو ....

٢ مسقط $\overline{\text{أ ح}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب ح}}$ هو .... ، مسقط $\overline{\text{ب ح}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ ح}}$ هو ....

٣ مسقط $\overline{\text{أ ح}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ هو .... ، مسقط $\overline{\text{أ ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ ح}}$ هو ....

٤ مسقط $\overline{\text{أ م}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ هو .... ، مسقط $\overline{\text{ب م}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب ح}}$ هو ....

٥ مسقط $\overline{\text{ح م}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ هو .... ، مسقط $\overline{\text{ب م}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ ح}}$ هو ....

---

٧ أكمل ما يأتي :

١ إذا كانت : س $\in$ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ فإن مسقط س على $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ هو ....

٢ إذا كان : $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ $\perp$ $\overline{\text{ب ح}}$ فإن مسقط أ ب على $\overleftrightarrow{\text{ب ح}}$ هو ....

٣ في $\triangle$ أ ب ح إذا كان : ق(د ب) = 90° فإن مسقط ح على $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ هو ....

٤ في $\triangle$ أ ب ح القائم الزاوية في أ ، مسقط $\overline{\text{ب أ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ ح}}$ هو ....

---

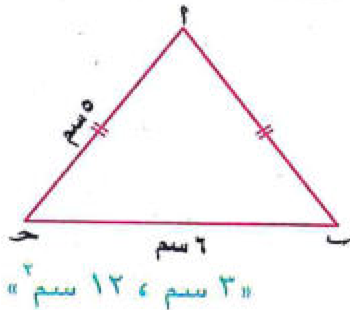
٨ في الشكل المقابل :

أ ب ح مثلث فيه : أ ب = أ ح = ٥ سم ، ب ح = ٦ سم

أوجد :

١ طول مسقط $\overline{\text{أ ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب ح}}$

٢ مساحة المثلث أ ب ح



«٣ سم ، ١٢ سم²»

---

٩ في الشكل المقابل :

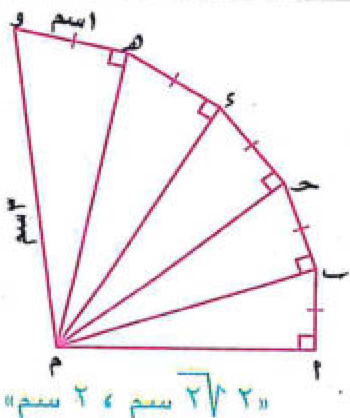
أ ب = ب ح = ح ء = ء هـ = هـ و = ١ سم

، م و = ٣ سم

أوجد :

١ طول مسقط $\overline{\text{و م}}$ على $\overleftrightarrow{\text{هـ م}}$

٢ طول مسقط $\overline{\text{ب م}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ م}}$



«$2\sqrt{2}$ سم ، ٢ سم»

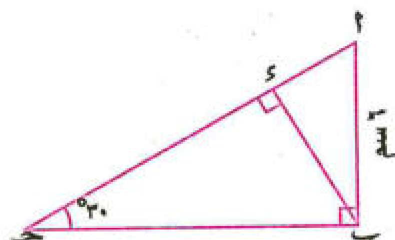
١٠ في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث فيه : ق (∠ ب) = ٩٠°

، ق (∠ حـ) = ٣٠° ، أ ب = ٦ سم ، $\overline{\text{ب ء}} \perp \overline{\text{أ حـ}}$

أوجد : [١] طول مسقط $\overline{\text{أ ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ حـ}}$

[٢] طول مسقط $\overline{\text{ب حـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ حـ}}$



«٣ سم ، ٩ سم»

---

١١ في الشكل المقابل :

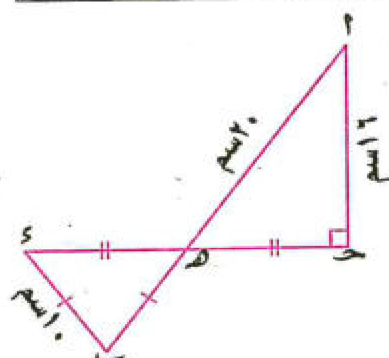
$\overline{\text{أ ب}} \cap \overline{\text{حـ ء}} = \{\text{هـ}\}$ ، هـ منتصف $\overline{\text{حـ ء}}$

، أ حـ = ١٦ سم ، أ هـ = ٢٠ سم

، ب ء = ب هـ = ١٠ سم

أوجد : [١] طول مسقط $\overline{\text{ب ء}}$ على $\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$

[٢] طول مسقط $\overline{\text{أ ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$



«٦ سم ، ١٨ سم»

---

١٢ في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء شبه منحرف فيه : $\overline{\text{أ ب}} \parallel \overline{\text{ء حـ}}$

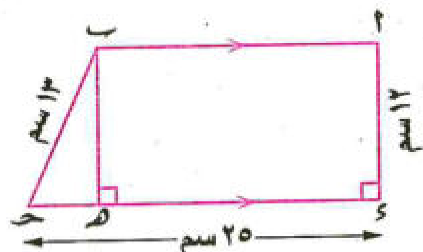
، ق (∠ ء) = ٩٠° ، أ ء = ١٢ سم ، ب حـ = ١٣ سم

، ء حـ = ٢٥ سم فإذا كان : $\overline{\text{ب هـ}} \perp \overline{\text{ء حـ}}$

فأوجد : [١] طول مسقط $\overline{\text{ب حـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ء حـ}}$ [٢] طول مسقط $\overline{\text{أ ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ء حـ}}$

[٣] طول مسقط $\overline{\text{ء حـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$

[٤] مساحة شبه المنحرف أ ب حـ ء



«٥ سم ، ٢٠ سم ، ٢٥ سم ، ٢٧٠ سم^2»

---

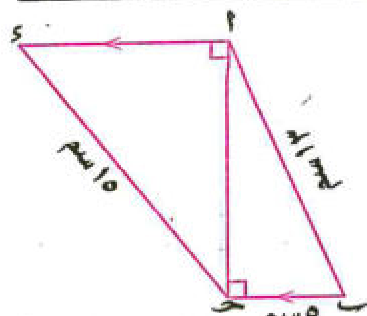
١٣ في الشكل المقابل :

$\overline{\text{أ ء}} \parallel \overline{\text{ب حـ}}$ ، أ ب = ١٣ سم ، ب حـ = ٥ سم

، حـ ء = ١٥ سم ، ق (∠ أ حـ ب) = ق (∠ ء أ حـ) = ٩٠°

أوجد : [١] طول مسقط $\overline{\text{أ ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ حـ}}$

[٢] طول مسقط $\overline{\text{حـ ء}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$



«١٢ سم ، ٩ سم»

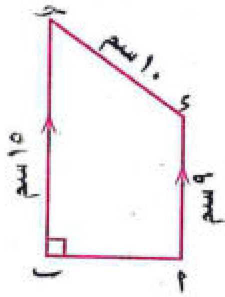
١٤ **في الشكل المقابل :**

أ ب جـ د شبه منحرف فيه : أد // بجـ ، ق (∠ أ ب جـ) = ٩٠°

، فإذا كان : أد = ٩ سم ، د جـ = ١٠ سم ، جـ ب = ١٥ سم

أوجد : [١] طول مسقط د جـ على ب جـ

[٢] طول مسقط د جـ على أ ب



«٦ سم ، ٨ سم»

---

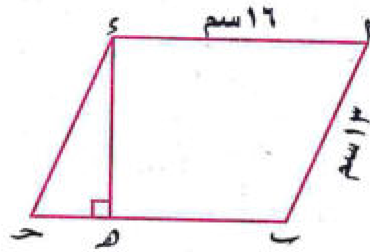
١٥ **في الشكل المقابل :**

أ ب جـ د متوازي أضلاع فيه : أد = ١٦ سم

، أ ب = ١٣ سم فإذا كان : د هـ ⊥ ب جـ

، مساحة متوازي الأضلاع أ ب جـ د تساوي ١٩٢ سم^2

فأوجد : طول مسقط د جـ على ب جـ



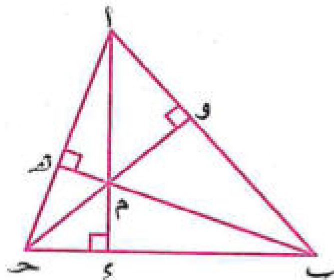
«٥ سم»

---

١٦ **في الشكل المقابل :**

أ ب جـ مثلث فيه : أد ⊥ ب جـ ، جـ و ⊥ أ ب

، ب هـ ⊥ أ جـ ، أد ∩ جـ و ∩ ب هـ = {م}



[١] اذكر ما يلي :

(أ) مسقط أد على ب جـ

(ب) مسقط ب هـ على أ جـ

(جـ) مسقط أ هـ على أ جـ

(د) مسقط أ ب على أد

[٢] إذا كان : أ جـ = ٢٦ سم ، أ ب = ٣٠ سم ، ب جـ = ٢٨ سم

، مساحة △ أ ب جـ = ٣٣٦ سم^2 فأوجد : طول مسقط أ ب على ب جـ «١٨ سم»

للمتفوقين

١٧ أ ب جـ مثلث فيه : ق (∠ أ ب جـ) = ١٢٠° ، أ ب = ١٢ سم

احسب : طول مسقط أ ب على ب جـ «٦ سم»



الدرس 4

نظرية إقليدس

نظرية إقليدس

مساحة المربع المنشأ على أحد ضلعى القائمة فى المثلث القائم الزاوية تساوى مساحة المستطيل الذى بعداه طول مسقط هذا الضلع على الوتر ، وطول الوتر.

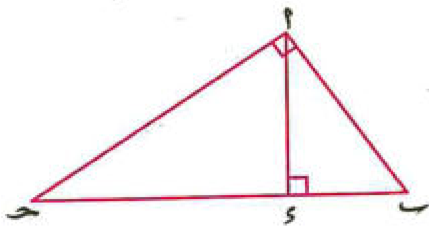
أى أن : إذا كان أ ب ح مثلثًا قائم الزاوية فى أ

، د $\in$ $\overline{\text{ب ح}}$ بحيث $\overline{\text{أ د}} \perp \overline{\text{ب ح}}$

فإن :

$(\text{أ ب})^2 = \text{ب د} \times \text{ب ح}$

، $(\text{أ ح})^2 = \text{ح د} \times \text{ح ب}$



لاحظ أن :

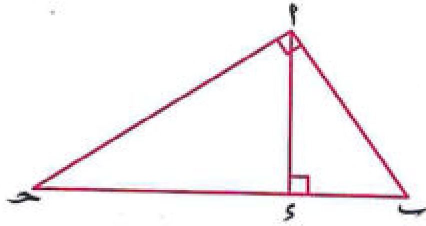
ب د هو طول مسقط $\overline{\text{أ ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب ح}}$

، ح د هو طول مسقط $\overline{\text{أ ح}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب ح}}$

نتيجة

إذا كان Δ أ ب ح قائم الزاوية فى أ ، د $\in$ $\overline{\text{ب ح}}$ بحيث $\overline{\text{أ د}} \perp \overline{\text{ب ح}}$

فإن : $(\text{أ د})^2 = \text{ب د} \times \text{د ح}$



يمكن استنتاج النتيجة السابقة كما يلى :

$\because$ Δ أ ب ء قائم الزاوية فى ء

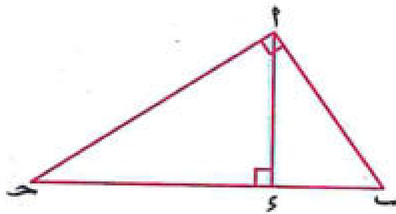
$\therefore$ (أ ب)^{٢} = (أ ء)^{٢} + (ب ء)^{٢} (فيثاغورث)

$\therefore$ (أ ء)^{٢} = (أ ب)^{٢} − (ب ء)^{٢}

ولكن (أ ب)^{٢} = ب ء × ب حـ (إقليدس)

$\therefore$ (أ ء)^{٢} = ب ء × ب حـ − (ب ء)^{٢} = ب ء (ب حـ − ب ء) = ب ء × ء حـ

! ملاحظة



إذا كان Δ أ ب حـ قائم الزاوية فى أ ، ء $\in$ $\overline{\text{ب حـ}}$

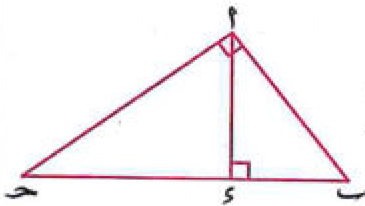
بحيث $\overline{\text{أ ء}}$ $\perp$ $\overline{\text{ب حـ}}$ فإن : أ ء = $\frac{\text{أ ب} \times \text{أ حـ}}{\text{ب حـ}}$

وذلك لأن : مساحة Δ أ ب حـ = $\frac{١}{٢}$ ب حـ × أ ء = $\frac{١}{٢}$ أ ب × أ حـ

$\therefore$ $\frac{١}{٢}$ ب حـ × أ ء = $\frac{١}{٢}$ أ ب × أ حـ $\therefore$ ب حـ × أ ء = أ ب × أ حـ

$\therefore$ أ ء = $\frac{\text{أ ب} \times \text{أ حـ}}{\text{ب حـ}}$

يمكن استنتاج نظرية إقليدس ونتائجها باستخدام تشابه المثلثات كما يلى :



فى الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى أ ، ء $\in$ $\overline{\text{ب حـ}}$ بحيث $\overline{\text{أ ء}}$ $\perp$ $\overline{\text{ب حـ}}$

فى $\Delta\Delta$ أ ب حـ ، ء ب أ :

$\because$ ق(∠ب أ حـ) = ق(∠ب ء أ) = ٩٠° ، ∠ب مشتركة

$\therefore$ ق(∠حـ) = ق(∠ب أ ء) $\therefore$ Δ أ ب حـ ~ Δ ء ب أ   (١)

بالمثل فى $\Delta\Delta$ أ ب جـ ، ء أ حـ : $\because$ ق(∠ب أ حـ) = ق(∠أ ء حـ) = ٩٠° ، ∠حـ مشتركة

$\therefore$ ق(∠ب) = ق(∠ء أ حـ) $\therefore$ Δ أ ب حـ ~ Δ ء أ حـ   (٢)

من (١) ، (٢) : $\therefore$ Δ أ ب جـ ~ Δ ء ب أ ~ Δ ء أ جـ

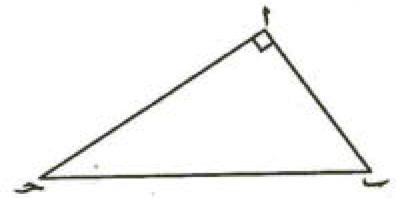
$\because$ Δ أ ب جـ ~ Δ ء ب أ $\quad \therefore \frac{\text{أ ب}}{\text{ء ب}} = \frac{\text{ب جـ}}{\text{أ ب}} \quad \therefore (\text{أ ب})^2 = \text{ء ب} \times \text{ب جـ}$

$\because$ Δ أ ب جـ ~ Δ ء أ جـ $\quad \therefore \frac{\text{أ جـ}}{\text{ء جـ}} = \frac{\text{ب جـ}}{\text{أ جـ}} \quad \therefore (\text{أ جـ})^2 = \text{ء جـ} \times \text{ب جـ}$

$\because$ Δ ء ب أ ~ Δ ء أ جـ $\quad \therefore \frac{\text{ء ب}}{\text{أ ء}} = \frac{\text{أ ء}}{\text{ء جـ}} \quad \therefore (\text{ء أ})^2 = \text{ء ب} \times \text{ء جـ}$

$\because$ Δ أ ب جـ ~ Δ ء ب أ $\quad \therefore \frac{\text{ب جـ}}{\text{ب أ}} = \frac{\text{أ جـ}}{\text{ء أ}} \quad \therefore \text{ء أ} = \frac{\text{ب أ} \times \text{أ جـ}}{\text{ب جـ}}$

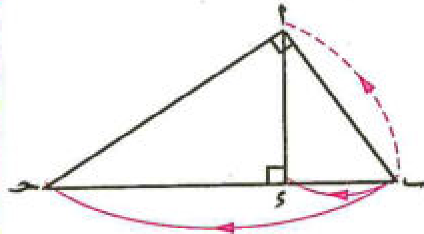
وفيما يلى ملخص لعلاقات نظرية فيثاغورث وإقليدس :



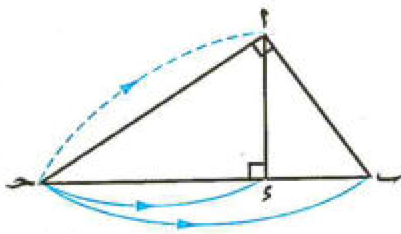
$(\text{ب جـ})^2 = (\text{أ ب})^2 + (\text{أ جـ})^2$

$(\text{أ ب})^2 = (\text{ب جـ})^2 - (\text{أ جـ})^2$

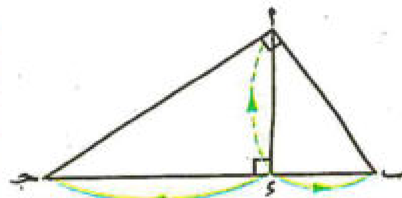
$(\text{أ جـ})^2 = (\text{ب جـ})^2 - (\text{أ ب})^2$



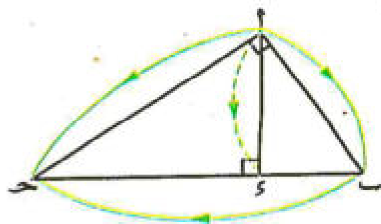
$(\text{ب أ})^2 = \text{ب ء} \times \text{ب جـ}$



$(\text{جـ أ})^2 = \text{جـ ء} \times \text{جـ ب}$

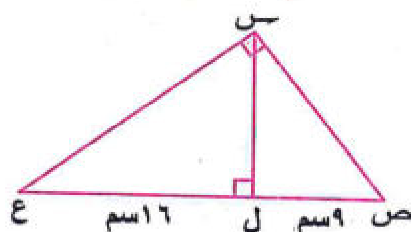


$(\text{ء أ})^2 = \text{ء ب} \times \text{ء جـ}$



$\text{أ ء} = \frac{\text{أ ب} \times \text{أ جـ}}{\text{ب جـ}}$

مثال ١



في الشكل المقابل :

س ص ع مثلث قائم الزاوية في س ، $\overline{\text{س ل}} \perp \overline{\text{ص ع}}$

حيث ل $\in \overline{\text{ص ع}}$ ، ص ل = ٩ سم ، ل ع = ١٦ سم

أوجد : ١ طول $\overline{\text{س ص}}$ ٢ طول $\overline{\text{س ع}}$ ٣ طول $\overline{\text{س ل}}$

الحل

المعطيات ق (∠ ص س ع) = ق (∠ س ل ع) = ٩٠° ، ص ل = ٩ سم ، ل ع = ١٦ سم

المطلوب إيجاد كل من :

١ طول $\overline{\text{س ص}}$ ٢ طول $\overline{\text{س ع}}$ ٣ طول $\overline{\text{س ل}}$

البرهان ∵ Δ س ص ع قائم الزاوية في س ، $\overline{\text{س ل}} \perp \overline{\text{ص ع}}$

∴ (س ص)^{٢} = ص ل × ص ع (إقليدس)

∴ (س ص)^{٢} = ٩ × ٢٥ = ٢٢٥ ∴ س ص = ١٥ سم (المطلوب أولاً)

، بالمثل : (س ع)^{٢} = ع ل × ع ص (إقليدس)

∴ (س ع)^{٢} = ١٦ × ٢٥ = ٤٠٠ ∴ س ع = ٢٠ سم (المطلوب ثانيًا)

، ∵ (س ل)^{٢} = ل ص × ل ع (نتيجة)

∴ (س ل)^{٢} = ٩ × ١٦ = ١٤٤ ∴ س ل = ١٢ سم (المطلوب ثالثًا)

حل آخر لإيجاد طول $\overline{\text{س ل}}$:

$$\text{س ل} = \frac{\text{س ص} \times \text{س ع}}{\text{ص ع}} = \frac{١٥ \times ٢٠}{٢٥} = ١٢ \text{ سم}$$

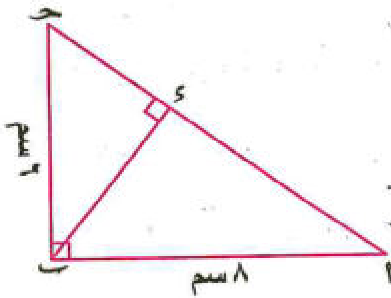
• كما يمكن إيجاد طول $\overline{\text{س ل}}$ من أي من المثلثين القائمين س ل ع ، س ل ص باستخدام نظرية فيثاغورث كالتالي :

في Δ س ل ص : (س ل)^{٢} = (س ص)^{٢} − (ص ل)^{٢}

= (١٥)^{٢} − (٩)^{٢} = ٢٢٥ − ٨١ = ١٤٤

∴ س ل = ١٢ سم

مثال ٢



في الشكل المقابل :

$\overline{أ ب حـ}$ مثلث قائم الزاوية في ب ، ء ∈ $\overline{أ حـ}$ بحيث $\overline{ب ء} \perp \overline{أ حـ}$

، أ ب = ٨ سم ، حـ ب = ٦ سم أوجد :

١ أ حـ
٢ ء ب
٣ طول مسقط $\overline{ب حـ}$ على $\overleftrightarrow{أ حـ}$
٤ طول مسقط $\overline{أ ب}$ على $\overleftrightarrow{أ حـ}$

الحل

المعطيات أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في ب ، $\overline{ب ء} \perp \overline{أ حـ}$ ، أ ب = ٨ سم ، حـ ب = ٦ سم

المطلوب إيجاد : ١ أ حـ ٢ ء ب ٣ طول مسقط $\overline{ب حـ}$ على $\overleftrightarrow{أ حـ}$ ٤ طول مسقط $\overline{أ ب}$ على $\overleftrightarrow{أ حـ}$

البرهان

∵ Δ أ ب حـ قائم الزاوية في ب

∴ $(أ حـ)^2 = (أ ب)^2 + (ب حـ)^2$ (فيثاغورث)

∴ $(أ حـ)^2 = ٦٤ + ٣٦ = ١٠٠$ ∴ أ حـ = ١٠ سم (المطلوب أولاً)

، ∵ $\overline{ب ء} \perp \overline{أ حـ}$ ، ق (∠ أ ب حـ) = ٩٠°

∴ ء ب = $\frac{أ ب \times ب حـ}{أ حـ} = \frac{٨ \times ٦}{١٠}$ = ٤,٨ سم (المطلوب ثانيًا)

، ∵ مسقط $\overline{ب حـ}$ على $\overleftrightarrow{أ حـ}$ هو $\overline{ء حـ}$

، ∵ $(ب حـ)^2$ = حـ ء × حـ أ (إقليدس) ∴ ٣٦ = حـ ء × ١٠

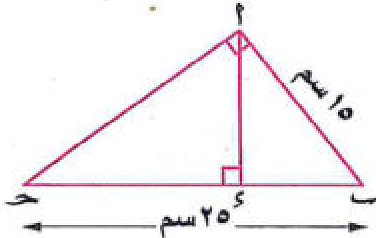
∴ حـ ء = $\frac{٣٦}{١٠}$ = ٣,٦ سم (المطلوب ثالثًا)

، ∵ مسقط $\overline{أب}$ على $\overleftrightarrow{أحـ}$ هو $\overline{أ ء}$

، ∵ $(أب)^2 = أ ء \times أحـ$ (إقليدس) ∴ $٦٤ = أ ء \times ١٠$

∴ $أ ء = \frac{٦٤}{١٠} = ٦,٤$ سم (المطلوب رابعًا)

حاول بنفسك



فى الشكل المقابل : أ ب حـ مثلث فيه : ق (∠ ب أ حـ) = ٩٠°

، ء ∈ $\overline{ب حـ}$ بحيث $\overline{أ ء} \perp \overline{ب حـ}$

، أ ب = ١٥ سم ، ب حـ = ٢٥ سم أكمل ما يأتى :

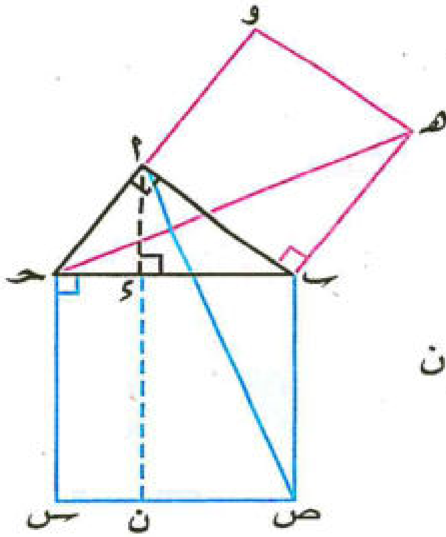
١ $(أحـ)^2 = (ب حـ)^2 - (\cdots\cdots\cdots)^2$ ∴ أ حـ = ... سم

٢ $(أب)^2 =$ ب ء × .... ∴ ب ء = ... سم

٣ $(أحـ)^2 =$ .... × حـ ب ∴ حـ ء = ... سم

٤ $(أ ء)^2 =$ ب ء × .... ∴ أ ء = ... سم

إثبات نظرية إقليدس



* في الشكل المقابل : أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في أ

، المربع أ ب هـ و منشأ على أحد ضلعي القائمة $\overline{\text{أ ب}}$

، المربع ب جـ س ص منشأ على الوتر $\overline{\text{ب جـ}}$

فإذا رسم $\overrightarrow{\text{أ ء}} \perp \overline{\text{ب جـ}}$ ليقطع $\overline{\text{ب جـ}}$ في ء ويقطع $\overline{\text{س ص}}$ في ن

، ورسم $\overline{\text{هـ جـ}}$ ، $\overline{\text{أ ص}}$

فإن : ق (∠ هـ ب جـ) = ٩٠° + ق (∠ أ ب جـ)

، ق (∠ أ ب ص) = ٩٠° + ق (∠ أ ب جـ) ∴ ق (∠ هـ ب جـ) = ق (∠ أ ب ص)

، ∵ △△ هـ ب جـ ، أ ب ص فيهما :
- هـ ب = أ ب (ضلعان في المربع أ ب هـ و)
- ب جـ = ب ص (ضلعان في المربع ب جـ س ص)
- ق (∠ هـ ب جـ) = ق (∠ أ ب ص) (إثباتًا)

∴ △ هـ ب جـ ≡ △ أ ب ص

∴ مساحة △ هـ ب جـ = مساحة △ أ ب ص

، ∵ مساحة △ هـ ب جـ = $\frac{1}{2}$ مساحة المربع أ ب هـ و

، مساحة △ أ ب ص = $\frac{1}{2}$ مساحة المستطيل ب ء ن ص

∴ مساحة المربع أ ب هـ و = مساحة المستطيل ب ء ن ص

، ∵ مساحة المربع أ ب هـ و = (أ ب)^{2}

، مساحة المستطيل ب ء ن ص = ب ء × ب ص = ب ء × ب جـ (لاحظ أن : ب ص = ب جـ)

∴ **(أ ب)^{2} = ب ء × ب جـ**

أي أن : مساحة المربع المنشأ على $\overline{\text{أ ب}}$ (أحد ضلعي القائمة) = مساحة المستطيل الذي بعداه طول $\overline{\text{ب ء}}$ (مسقط $\overline{\text{أ ب}}$ على الوتر $\overline{\text{ب جـ}}$) و طول الوتر $\overline{\text{ب جـ}}$

وبالمثل يمكن إثبات أن : **(أ جـ)^{2} = جـ ء × ب جـ**

أي أن : مساحة المربع المنشأ على $\overline{\text{أ جـ}}$ = مساحة المستطيل الذي بعداه طول $\overline{\text{جـ ء}}$ (مسقط $\overline{\text{أ جـ}}$ على الوتر $\overline{\text{ب جـ}}$) وطول الوتر $\overline{\text{ب جـ}}$

١ في الشكل المقابل :

ا ب ح مثلث قائم الزاوية فى ا ، $\overline{اء} \perp \overline{ب ح}$

أكمل كلًا مما يأتى :

١ (ا ح)^2 = ... + ...

٢ (ا ح)^2 = ... − ....

٣ (ا ح)^2 = ... × ....

٤ (اء)^2 = ... × ....

٥ ا ح × ا ب = ... × ....

٦ Δ ا ب ح ~ Δ .... ~ Δ ....

---

٢ في الشكل المقابل :

Δ ا ب ح فيه : ق (∠ ا ب ح) = ٩٠°

، ا ب = ٤ سم ، ا ح = ٥ سم ، $\overline{ب ء} \perp \overline{ا ح}$ أكمل :

١ ب ح = ... سم

٢ ا ء = ... سم

٣ ب ء = ... سم

٤ مساحة Δ ء ب ح = ... سم^2

---

٣ في الشكل المقابل :

س ص ع مثلث فيه : ق (∠ س ص ع) = ٩٠°

، ل ∈ $\overline{س ع}$ بحيث $\overline{ص ل} \perp \overline{س ع}$

، س ل = ٩ سم ، ص ل = ١٢ سم أوجد :

١ طول $\overline{س ص}$ ٢ طول $\overline{ل ع}$ ٣ طول $\overline{ع ص}$ «١٥ سم ، ١٦ سم ، ٢٠ سم»

---

٤ في الشكل المقابل :

ا ب ح ء مستطيل فيه : ا ب = ٦ سم ، ب ح = ٨ سم

، هـ ∈ $\overline{ا ح}$ بحيث $\overline{ب هـ} \perp \overline{ا ح}$

أوجد طول كل من : ١ $\overline{ب هـ}$ ٢ $\overline{ح هـ}$

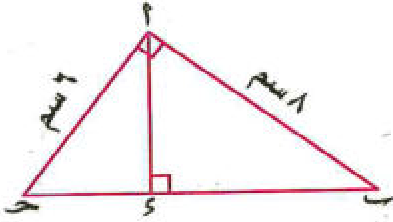
«٤,٨ سم ، ٦,٤ سم»

٥ في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث فيه : ق (∠ ب أ حـ) = ٩٠°

، أ ء ⊥ ب حـ ، أ ب = ٨ سم ، أ حـ = ٦ سم

أوجد كلاً من : ب ء ، حـ ء ، أ ء



«٦,٤ سم ، ٣,٦ سم ، ٤,٨ سم»

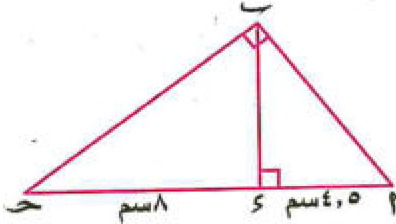
٦ في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في ب

، ب ء ⊥ أ حـ

فإذا كان : أ ء = ٤,٥ سم ، ء حـ = ٨ سم

فأوجد : طول كل من أ ب ، ب حـ ، ب ء



«٧,٥ سم ، ١٠ سم ، ٦ سم»

٧ في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء شكل رباعي فيه : ق (∠ ب حـ ء) = ق (∠ ب أ ء) = ٩٠°

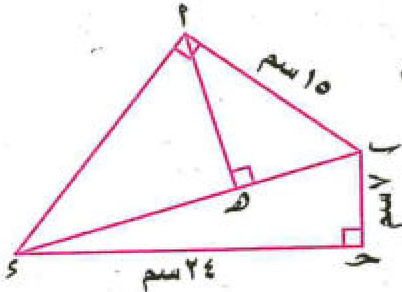
، أ هـ ⊥ ب ء ، ب حـ = ٧ سم ، حـ ء = ٢٤ سم

، أ ب = ١٥ سم

أوجد : [١] طول كل من : ب ء ، أ ء

[٢] طول مسقط أ ب على ب ء

[٣] طول مسقط أ ء على أ هـ



«٢٥ سم ، ٢٠ سم ، ٩ سم ، ١٢ سم»

٨ في الشكل المقابل :

أ س هـ مثلث قائم الزاوية في س ، س و ⊥ أ ص

حيث ص ∈ س هـ ، و ∈ أ ص ، أ س = ٨ سم

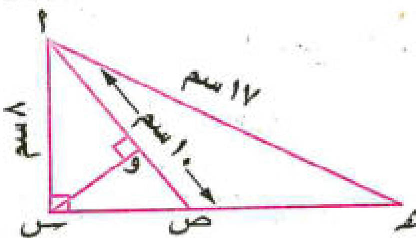
، أ ص = ١٠ سم ، أ هـ = ١٧ سم

أوجد : [١] طول مسقط أ ص على س هـ

[٢] طول س و

[٣] طول أ و

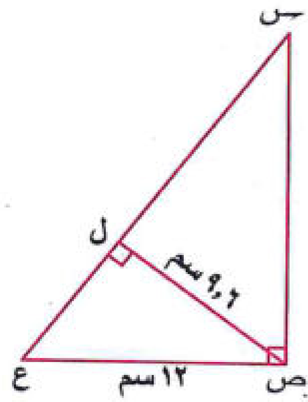
[٤] مساحة Δ أ س هـ



«٦ سم ، ٤,٨ سم ، ٦,٤ سم ، ٦٠ سم^2»



٩ **فى الشكل المقابل :**



س ص ع مثلث فيه : ق (∠ ص) = ٩٠°

، $\overleftrightarrow{\text{ص ل}}$ ⊥ $\overline{\text{س ع}}$ حيث ل ∈ $\overline{\text{س ع}}$

فإذا كان : ص ع = ١٢ سم ، ص ل = ٩,٦ سم فأوجد :

١ طول مسقط $\overline{\text{ص ع}}$ على $\overleftrightarrow{\text{س ع}}$

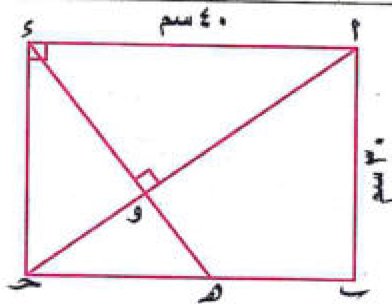
٢ طول مسقط $\overline{\text{س ص}}$ على $\overleftrightarrow{\text{س ع}}$

٣ طول مسقط $\overline{\text{س ع}}$ على $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$

«٧,٢ سم ، ١٢,٨ سم ، ١٦ سم»

---

١٠ **فى الشكل المقابل :**



أ ب حـ ء مستطيل فيه : أ ب = ٣٠ سم ، أ ء = ٤٠ سم

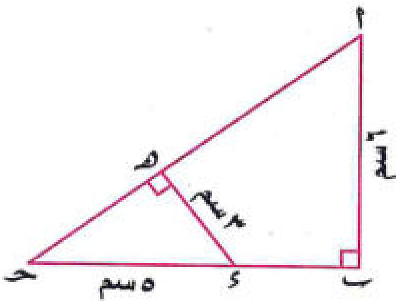
، $\overline{\text{ء هـ}}$ ⊥ $\overline{\text{أ حـ}}$ يقطع $\overline{\text{أ حـ}}$ فى و ، يقطع $\overline{\text{ب حـ}}$ فى هـ

أوجد : طول كل من $\overline{\text{أ و}}$ ، $\overline{\text{ء و}}$ ، $\overline{\text{هـ حـ}}$

«٣٢ سم ، ٢٤ سم ، ٢٢,٥ سم»

---

١١ **فى الشكل المقابل :**



المثلث أ ب حـ قائم الزاوية فى ب

، $\overline{\text{ء هـ}}$ ⊥ $\overline{\text{أ حـ}}$ ، أ ب = ٦ سم

، هـ ء = ٣ سم ، حـ ء = ٥ سم

أثبت أن : △ حـ هـ ء ~ △ حـ ب أ

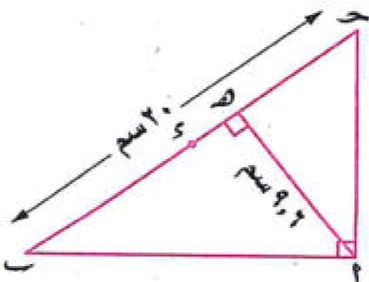
وأوجد : طول $\overline{\text{أ حـ}}$

ثم أوجد : طول مسقط $\overline{\text{أ ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ حـ}}$

«١٠ سم ، ٣,٦ سم»

---

١٢ **فى الشكل المقابل :**



حـ أ ب مثلث قائم الزاوية فى أ

، هـ ∈ $\overline{\text{ب حـ}}$ بحيث $\overline{\text{أ هـ}}$ ⊥ $\overline{\text{ب حـ}}$

، ء منتصف $\overline{\text{ب حـ}}$ ، أ هـ = ٩,٦ سم ، ب حـ = ٢٠ سم

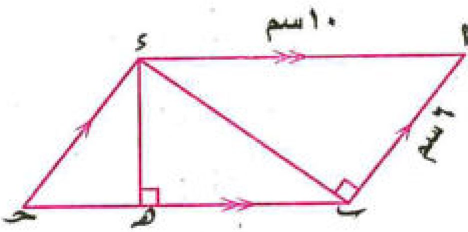
أوجد : طول كل من $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ حـ}}$

«١٦ سم ، ١٢ سم»

١٣ في الشكل المقابل : أ ب حـ ء متوازي أضلاع فيه :

أ ب = ٦ سم ، أ ء = ١٠ سم ، $\overline{\text{ب ء}} \perp \overline{\text{أ ب}}$

، رسم $\overline{\text{ء هـ}} \perp \overline{\text{ب حـ}}$ أوجد :



[١] مساحة متوازي الأضلاع أ ب حـ ء   [٢] طول مسقط $\overline{\text{ء ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$

[٣] طول $\overline{\text{ء هـ}}$

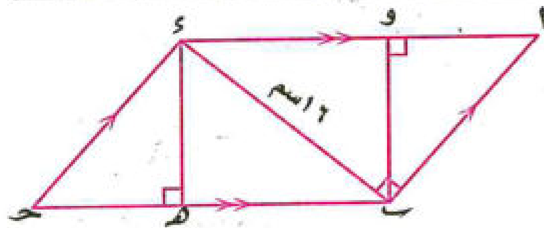
«٤٨ سم^{٢} ، ٦٫٤ سم ، ٤٫٨ سم»

---

١٤ في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء متوازي أضلاع ، ق (∠ أ ب ء) = ٩٠°

، $\overline{\text{ء هـ}} \perp \overline{\text{حـ ب}}$ ، $\overline{\text{ب و}} \perp \overline{\text{أ ء}}$



فإذا كانت مساحة متوازي الأضلاع تساوي ١٩٢ سم^{٢} ، وكان ب ء = ١٦ سم

فأوجد : مساحة المستطيل ب هـ ء و

«١٢٢٫٨٨ سم^{٢}»

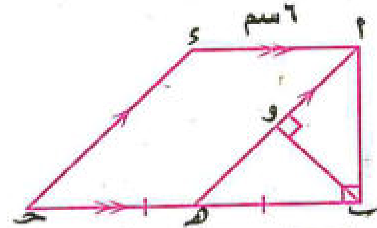
---

١٥ في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء شبه منحرف مساحته ٧٢ سم^{٢} فيه :

$\overline{\text{أ ء}} \parallel \overline{\text{ب حـ}}$ ، ق (∠ أ ب حـ) = ٩٠° ، أ ء = ٦ سم

، هـ منتصف $\overline{\text{ب حـ}}$ ، و ∈ $\overline{\text{أ هـ}}$ بحيث $\overline{\text{ب و}} \perp \overline{\text{أ هـ}}$ ، $\overline{\text{أ هـ}} \parallel \overline{\text{ء حـ}}$



أوجد : طول $\overline{\text{ب و}}$

«٤٫٨ سم»

---

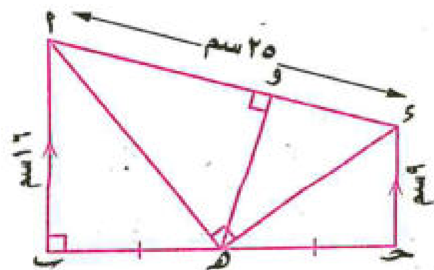
١٦ في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء شبه منحرف فيه : $\overline{\text{أ ب}} \parallel \overline{\text{ء حـ}}$

، ق (∠ أ ب حـ) = ٩٠° ، هـ منتصف $\overline{\text{ب حـ}}$

، أ ب = ١٦ سم ، أ ء = ٢٥ سم ، ء حـ = ٩ سم

، $\overline{\text{أ هـ}} \perp \overline{\text{هـ ء}}$ ، $\overline{\text{هـ و}} \perp \overline{\text{أ ء}}$

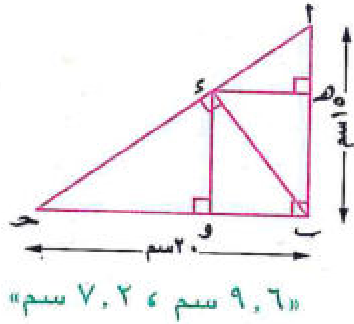


أوجد : [١] مساحة شبه المنحرف أ ب حـ ء

[٢] طول مسقط $\overline{\text{أ هـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$

«٣٠٠ سم^{٢} ، ١٦ سم»

١٧ في الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في ب

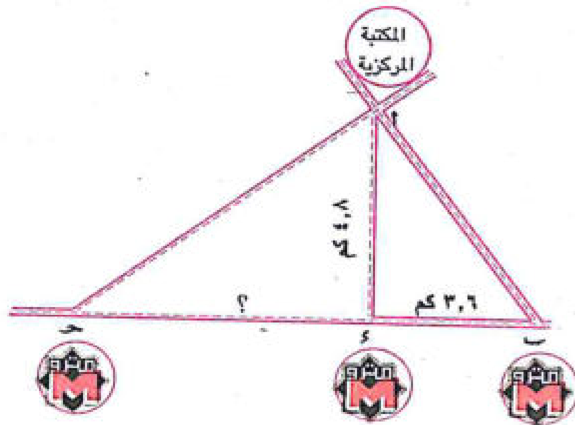
، $\overline{\text{ب ء}} \perp \overline{\text{أ حـ}}$ ، $\overline{\text{ء هـ}} \perp \overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{ء و}} \perp \overline{\text{ب حـ}}$

فإذا كان : أ ب = ١٥ سم ، ب حـ = ٢٠ سم

فأوجد : طول كل من $\overline{\text{ء و}}$ ، $\overline{\text{ء هـ}}$

«٩,٦ سم ، ٧,٢ سم»

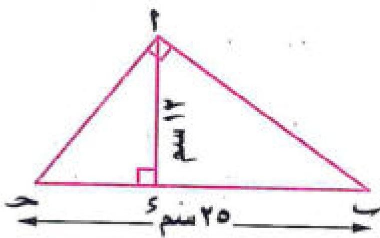
تطبيق حياتي



١٨ يراد إنشاء محطة مترو في إحدى المحافظات بين محطتين بحيث تبعد عن إحداهما مسافة ٣,٦ كم ، وتكون أقصر مسافة بينها وبين المكتبة المركزية بالمحافظة ٤,٨ كم فإذا علمت أن الطريقين بين المكتبة المركزية ومحطتي المترو ب ، حـ متعامدان ، فأوجد بطريقتين مختلفتين المسافة بين محطة المترو المراد إنشاءها ومحطة المترو حـ «٦,٤ كم»

للمتفوقين

١٩ في الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في أ

، $\overline{\text{أ ء}} \perp \overline{\text{ب حـ}}$ بحيث ء $\in \overline{\text{ب حـ}}$

إذا كان : أ ء = ١٢ سم ، ب حـ = ٢٥ سم ، حـ ء < ب ء

احسب طول كل من :

[١] $\overline{\text{أ ب}}$ ومسقطه على $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ «٢٠ سم ، ١٦ سم»

[٢] $\overline{\text{أ حـ}}$ ومسقطه على $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ «١٥ سم ، ٩ سم»

«إرشاد : افرض أن حـ ء = س سم»

الدرس 5

التعرف على نـوع المثلث بالنسبة لزواياه

* سبقَ أن درست أن نوع المثلث بالنسبة لزواياه يتحدد بنوع أكبر زواياه قياسًا.

فإذا كان : Δ أ ب ح فيه : ∠ب أكبر زواياه قياسًا فإن :

1. إذا كان : ق (∠ب) = ٩٠°

(أى أن : ∠ب قائمة)

كان : المثلث أ ب ح **قائم الزاوية**.

2. إذا كان : ق (∠ب) > ٩٠°

(أى أن : ∠ب منفرجة)

كان : المثلث أ ب ح **منفرج الزاوية**.

3. إذا كان : ق (∠ب) < ٩٠°

(أى أن : ∠ب حادة)

كان : المثلث أ ب ح **حاد الزوايا**.

قائمة

منفرجة

حادة

ملاحظة

فى أى مثلث (قائم أو حاد أو منفرج) يكون :

طول أى ضلع أكبر من الفرق بين طولى الضلعين الآخرين وأقل من مجموع طوليهما.

أى أنه إذا كان : أ ب ح مثلثًا فإن :

- ب ح - أ ح < أ ب < ب ح + أ ح
- أ ب - أ ح < ب ح < أ ب + أ ح
- أ ب - ب ح < أ ح < أ ب + ب ح

التعرف على نوع المثلث بالنسبة لزواياه متى علمت أطوال أضلاعه

لتحديد نوع المثلث بالنسبة لزواياه متى علمت أطوال أضلاعه نقارن بين مربع طول الضلع الأكبر في المثلث ومجموع مربعى طولى الضلعين الآخرين ومن خلال هذه المقارنة يمكن تحديد نوع المثلث كما يلى :



تذكر أن

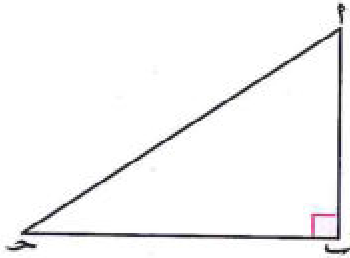
من نظرية فيثاغورث إذا كان Δ أ ب حـ فيه : ق(∠ب) = ٩٠°

فإن : $(\text{أ حـ})^2 = (\text{أ ب})^2 + (\text{ب حـ})^2$

* **نفرض أن :**

أ ب حـ مثلث فيه :

$\overline{\text{أ حـ}}$ أكبر الأضلاع طولاً فإذا كان :



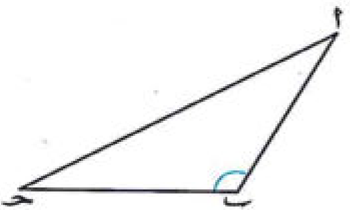
[١] $(\text{أ حـ})^2 = (\text{أ ب})^2 + (\text{ب حـ})^2$

فإن : ق(∠ أ ب حـ) = ٩٠°

ويكون : Δ أ ب حـ قائم الزاوية فى ب

أى أنه :

إذا كان مربع طول الضلع الأكبر يساوى مجموع مربعى طولى الضلعين الآخرين فإن المثلث قائم الزاوية.



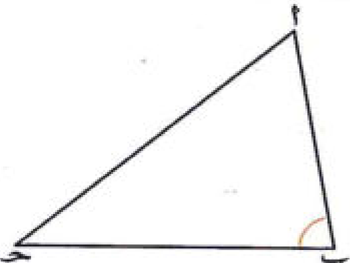
[٢] $(\text{أ حـ})^2 > (\text{أ ب})^2 + (\text{ب حـ})^2$

فإن : ق(∠ أ ب حـ) > ٩٠°

ويكون : Δ أ ب حـ منفرج الزاوية فى ب

أى أنه :

إذا كان مربع طول الضلع الأكبر أكبر من مجموع مربعى طولى الضلعين الآخرين فإن المثلث منفرج الزاوية.



[٣] $(\text{أ حـ})^2 < (\text{أ ب})^2 + (\text{ب حـ})^2$

فإن : ق(∠ أ ب حـ) < ٩٠°

ويكون : Δ أ ب حـ حاد الزوايا.

أى أنه :

إذا كان مربع طول الضلع الأكبر أقل من مجموع مربعى طولى الضلعين الآخرين فإن المثلث حاد الزوايا.

مثال ١

في كل مما يأتي حدد نوع المثلث أ ب جـ بالنسبة لزواياه إذا كان :

١ أ ب = ٤ سم ، ب جـ = ٥ سم ، أ جـ = ٧ سم

٢ أ ب = ٥ سم ، ب جـ = ١٣ سم ، أ جـ = ١٢ سم

٣ أ ب = ١١ سم ، ب جـ = ٨ سم ، أ جـ = ٩ سم

الحل

١ ∵ $\overline{\text{أ جـ}}$ أكبر الأضلاع طولاً ∴ $(\text{أ جـ})^2 = (٧)^2 = ٤٩$

، $(\text{أ ب})^2 + (\text{ب جـ})^2 = (٤)^2 + (٥)^2 = ١٦ + ٢٥ = ٤١$

∴ $(\text{أ جـ})^2 > (\text{أ ب})^2 + (\text{ب جـ})^2$ ∴ Δ أ ب جـ منفرج الزاوية في ب

٢ ∵ $\overline{\text{ب جـ}}$ أكبر الأضلاع طولاً ∴ $(\text{ب جـ})^2 = (١٣)^2 = ١٦٩$

، $(\text{أ ب})^2 + (\text{أ جـ})^2 = (٥)^2 + (١٢)^2 = ٢٥ + ١٤٤ = ١٦٩$

∴ $(\text{ب جـ})^2 = (\text{أ ب})^2 + (\text{أ جـ})^2$ ∴ Δ أ ب جـ قائم الزاوية في أ

٣ ∵ $\overline{\text{أ ب}}$ أكبر الأضلاع طولاً ∴ $(\text{أ ب})^2 = (١١)^2 = ١٢١$

، $(\text{ب جـ})^2 + (\text{أ جـ})^2 = (٨)^2 + (٩)^2 = ٦٤ + ٨١ = ١٤٥$

∴ $(\text{أ ب})^2 < (\text{ب جـ})^2 + (\text{أ جـ})^2$ ∴ Δ أ ب جـ حاد الزوايا.

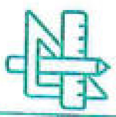
حاول بنفسك ١

في كل مما يأتي حدد نوع المثلث س ص ع بالنسبة لزواياه :

١ س ص = ٣ سم ، ص ع = ٥ سم ، ع س = ٤ سم

٢ س ص = ٩ سم ، ص ع = ٨ سم ، ع س = ٦ سم

٣ س ص = ١٣ سم ، ص ع = ٧ سم ، ع س = ٩ سم



ملاحظات

1. لتحديد نوع زاوية فى مثلث نقارن بين مربع طول الضلع المقابل للزاوية المراد تحديد نوعها ومجموع مربعى طولى الضلعين الآخرين.
2. أكبر زوايا المثلث قياسًا تقابل أكبر أضلاع المثلث طولاً.
3. فى أى مثلث توجد زاويتان حادتان على الأقل.

مثال 2

فى كل مما يأتى حدد نوع ∠ أ فى Δ أ ب حـ إذا كان :

1. أ ب = ٦ سم ، ب حـ = ٧ سم ، أ حـ = ٨ سم
2. أ ب = ١٢ سم ، ب حـ = ١٥ سم ، أ حـ = ٩ سم
3. أ ب = ١٢ سم ، ب حـ = ٢٠ سم ، أ حـ = ١٥ سم

الحل

لاحظ أن : ∠ أ تقابل الضلع $\overline{\text{ب حـ}}$ فى Δ أ ب حـ

1. ∵ (ب حـ)^2 = (٧)^2 = ٤٩

، (أ ب)^2 + (أ حـ)^2 = (٦)^2 + (٨)^2

= ٣٦ + ٦٤ = ١٠٠

∴ (ب حـ)^2 < (أ ب)^2 + (أ حـ)^2 ∴ ق(∠ أ) < ٩٠° ∴ ∠ أ حادة.

2. ∵ (ب حـ)^2 = (١٥)^2 = ٢٢٥

، (أ ب)^2 + (أ حـ)^2 = (١٢)^2 + (٩)^2 = ١٤٤ + ٨١ = ٢٢٥

∴ (ب حـ)^2 = (أ ب)^2 + (أ حـ)^2 ∴ ق(∠ أ) = ٩٠° ∴ ∠ أ قائمة.

3. ∵ (ب حـ)^2 = (٢٠)^2 = ٤٠٠

، (أ ب)^2 + (أ حـ)^2 = (١٢)^2 + (١٥)^2 = ١٤٤ + ٢٢٥ = ٣٦٩

∴ (ب حـ)^2 > (أ ب)^2 + (أ حـ)^2 ∴ ق(∠ أ) > ٩٠° ∴ ∠ أ منفرجة.

مثال ٣

في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء شكل رباعي فيه : ق (∠ب) = ٩٠° ، أ ب = ٦ سم

، ب حـ = ٨ سم ، أ ء = ٧ سم ، ء حـ = ٥ سم

حدد نوع الزاوية التي لها أكبر قياس في المثلث أ حـ ء

ب ، ٦ سم ، أ ، ٨ سم ، ٧ سم ، حـ ، ٥ سم ، ء

الحل

المعطيات | ق (∠ب) = ٩٠° ، أ ب = ٦ سم ، ب حـ = ٨ سم ، أ ء = ٧ سم ، ء حـ = ٥ سم

المطلوب | تحديد نوع الزاوية التي لها أكبر قياس في المثلث أ حـ ء

البرهان | ∵ Δ أ ب حـ فيه : ق (∠ب) = ٩٠°

∴ $(\text{أ حـ})^2 = (\text{ب حـ})^2 + (\text{أ ب})^2$ = ٦٤ + ٣٦ = ١٠٠ (١)

∴ أ حـ = ١٠ سم ، ∵ أ ء = ٧ سم ، ء حـ = ٥ سم

∴ $\overline{\text{أ حـ}}$ أكبر أضلاع Δ أ حـ ء طولاً.

∴ ∠ء أكبر زوايا Δ أ حـ ء قياسًا.

، ∵ $(\text{أ ء})^2 + (\text{ء حـ})^2$ = ٤٩ + ٢٥ = ٧٤ (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ $(\text{أ حـ})^2 > (\text{أ ء})^2 + (\text{ء حـ})^2$

∴ ∠ء منفرجة. (وهو المطلوب)

حاول بنفسك ٢

حدد نوع الزاوية التي لها أكبر قياس في المثلث أ ب حـ إذا كان :

أ ب = ٤ سم ، ب حـ = ٧ سم ، أ حـ = ٥ سم

● تذكر ● فهم ○ تطبيق ● حل مشكلات 📖 أسئلة كتاب الوزارة

١ في كل مما يأتى حدد نوع المثلث أ ب حـ بالنسبة لزواياه إذا كان :

١ أ ب = ١٢ سم ، ب حـ = ١٤ سم ، أ حـ = ١٥ سم

٢ أ ب = ٨ سم ، ب حـ = ٧ سم ، أ حـ = ٣ سم

٣ أ ب = ٢٥ سم ، ب حـ = ١٥ سم ، أ حـ = ٢٠ سم

---

٢ حدد نوع ∠ ص فى Δ س ص ع إذا كان :

س ص = ٤ سم ، ص ع = ٥ سم ، س ع = ٧ سم

---

٣ حدد نوع ∠ أ فى Δ أ ب حـ إذا كان : أ ب = ٦ سم ، ب حـ = ١٠ سم ، أ حـ = ٨ سم

---

٤ حدد نوع ∠ ب فى Δ أ ب حـ إذا كان : أ ب = ١٠ سم ، ب حـ = ١٢ سم ، أ حـ = ١٥ سم

---

٥ 📖 حدد نوع الزاوية التى لها أكبر قياس فى Δ أ ب حـ حيث :

١ أ ب = ٩ سم ، ب حـ = ١٠ سم ، أ حـ = ١٢ سم

٢ أ ب = ٥ سم ، ب حـ = ١٢ سم ، أ حـ = ١٣ سم

٣ أ ب = ٧ سم ، ب حـ = ١٦ سم ، أ حـ = ١٤ سم

وبيِّن نوع المثلث بالنسبة لزواياه.

---

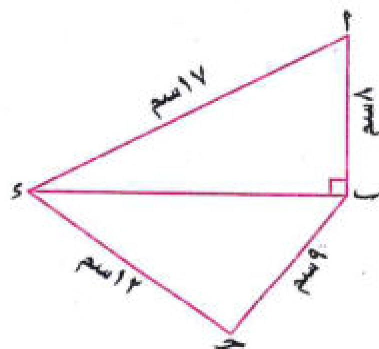
٦ 📖 فى الشكل المقابل :

أ ب حـ ء شكل رباعى فيه : أ ب = ٨ سم ، ب حـ = ٩ سم

، حـ ء = ١٢ سم ، أ ء = ١٧ سم ، $\overline{ءب} \perp \overline{أب}$

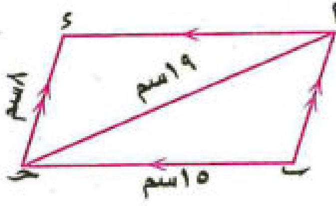
١ أوجد طول مسقط $\overline{أء}$ على $\overleftrightarrow{بء}$

٢ بيِّن نوع Δ ب حـ ء بالنسبة لزواياه.



«١٥ سم»

٧ **فى الشكل المقابل :**



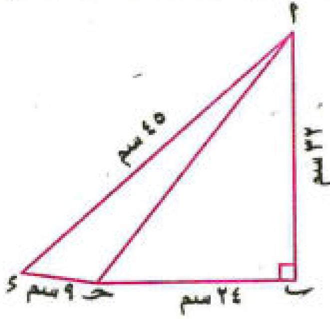
أ ب حـ ء متوازى أضلاع فيه : ب حـ = ١٥ سم

، حـ ء = ٨ سم ، أ حـ = ١٩ سم

أثبت أن : ∠ أ ب حـ منفرجة.

---

٨ **فى الشكل المقابل :**



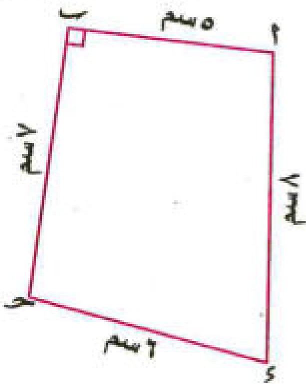
أ ب حـ ء شكل رباعى فيه : ق (∠ ب) = ٩٠° ، أ ب = ٣٢ سم

، ب حـ = ٢٤ سم ، حـ ء = ٩ سم ، أ ء = ٤٥ سم

أثبت أن : المثلث أ حـ ء منفرج الزاوية.

---

٩ **فى الشكل المقابل :**



أ ب حـ ء شكل رباعى فيه : ق (∠ ب) = ٩٠°

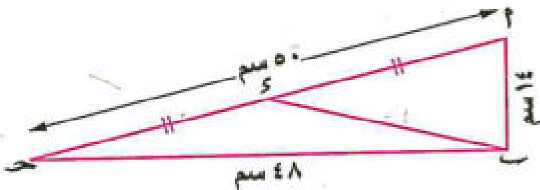
، أ ب = ٥ سم ، ب حـ = ٧ سم

، أ ء = ٨ سم ، ء حـ = ٦ سم

أثبت أن : ∠ ء حادة.

---

١٠ **فى الشكل المقابل :**



$\overline{\text{ب ء}}$ متوسط فى المثلث أ ب حـ

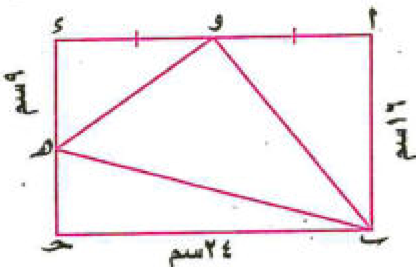
، أ ب = ١٤ سم ، ب حـ = ٤٨ سم

، أ حـ = ٥٠ سم

أثبت أن : ∠ ب ء حـ منفرجة.

---

١١ **فى الشكل المقابل :**



أ ب حـ ء مستطيل فيه : أ ب = ١٦ سم

، ب حـ = ٢٤ سم ، هـ ∈ $\overline{\text{حـ ء}}$ بحيث ء هـ = ٩ سم

بيِّن نوع Δ ب و هـ بالنسبة لزواياه.

١٢ أ ب حـ ء معين فيه : أ حـ = ١٦ سم ، ب ء = ١٢ سم أثبت أن : Δ أ ب ء حاد الزوايا.

---

١٣ أ ب حـ ء شكل رباعي فيه : أ ب = ٨ سم ، ب حـ = ٩ سم ، حـ ء = ١٢ سم

، أ ء = ١٧ سم فإذا كان : ق (∠ أ ب ء) = °٩٠

أوجد : طول مسقط $\overline{أء}$ على $\overleftrightarrow{ب ء}$ وحدد نوع المثلث ب حـ ء

بالنسبة لقياسات زواياه. «١٥ سم»

---

١٤ في المثلث أ ب حـ : $(أ ب)^٢ > (أ حـ)^٢ + (ب حـ)^٢$ ، أ ب = ١٥ سم ، أ حـ = ١٣ سم

، رُسمت $\overline{أء}$ ⊥ $\overleftrightarrow{ب حـ}$ تقطعه في ء وكان أ ء = ١٢ سم أوجد : طول $\overline{ب حـ}$ «٤ سم»

---

١٥ **اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :**

١ مثلث أطوال أضلاعه ٥ سم ، ١٢ سم ، ١٣ سم تكون مساحته .... سم^٢

(أ) ٣٠ (ب) ٣٢,٥ (جـ) ٧٨ (د) ٦٠

٢ أ ب حـ مثلث منفرج الزاوية في أ فيه : أ ب = ٤ سم ، ب حـ = ٧ سم

فإن : أ حـ يمكن أن يكون .... سم

(أ) ٥ (ب) ٦ (جـ) ٧ (د) ٨

٣ أ ب حـ مثلث منفرج الزاوية في ب فيه : أ ب = ٥ سم ، ب حـ = ٣ سم

فإن : أ حـ يمكن أن يكون .... سم

(أ) ٤ (ب) ٥ (جـ) ٧ (د) ٨

٤ أ ب حـ مثلث حاد الزوايا فيه : أ ب = ٦ سم ، ب حـ = ٨ سم

فإن : طول $\overline{أ حـ}$ يمكن أن يكون .... سم

(أ) ٢ (ب) ٦ (جـ) ١٠ (د) ١٤

٥ أ ب حـ مثلث فيه : $(ب حـ)^2 = (أ ب)^2 + (أ حـ)^2$ ، ق (∠ ب) = ٤٠°

فإن : ق (∠ حـ) = ...

(أ) ٤٠° (ب) ٥٠° (جـ) ٩٠° (د) ١٤٠°

٦ المثلث المتساوى الساقين الذى طولا ضلعين فيه ٣ سم ، ٤ سم

تكون أكبر زواياه ....

(أ) حادة. (ب) قائمة. (جـ) منفرجة. (د) مستقيمة.

---

١٦ أكمل ما يأتى :

١ فى Δ أ ب حـ إذا كان : $(أ ب)^2 = (ب حـ)^2 + (أ حـ)^2$ فإن : ق (∠ ....) = ٩٠°

٢ فى Δ أ ب حـ إذا كان : $(أ ب)^2 < (أ حـ)^2 + (ب حـ)^2$ فإن : ∠ حـ تكون ....

٣ فى Δ أ ب حـ إذا كان : $(أ ب)^2 + (ب حـ)^2 < (أ حـ)^2$ فإن : ∠ ب تكون ....

٤ فى Δ س ص ع إذا كان : $(س ص)^2 = (ص ع)^2 + (ع س)^2$ فإن : ∠ ع تكون ....

٥ فى Δ س ص ع إذا كان : $(ص ع)^2 < (س ع)^2 - (س ص)^2$ فإن : ∠ ص تكون ....

٦ فى Δ أ ب حـ إذا كان : $(أ ب)^2 = (أ حـ)^2 - (ب حـ)^2$ فإن : ∠ حـ تكون ....

٧ فى Δ أ ب حـ إذا كان : $(أ حـ)^2 + (ب حـ)^2 = (أ ب)^2 - ٥$ فإن : ∠ حـ تكون ....

٨ فى Δ أ ب حـ إذا كان : $(أ حـ)^2 - (أ ب)^2 = (ب حـ)^2 - ٣$ فإن : ∠ ب تكون ....

٩ فى Δ أ ب حـ إذا كان : $(أ ب)^2 + (ب حـ)^2 = ٤٨$ سم^2

، أ حـ = ٧ سم فإن : ∠ ب تكون ....

١٠ فى المثلث س ص ع إذا كان : ٩٠° < ق (∠ ص) < ١٨٠°

يكون $(س ع)^2$ .... $(س ص)^2 + (ص ع)^2$

١١ إذا كانت : ∠ أ تتمم ∠ ب فى المثلث أ ب حـ فإن : $(أ ب)^2$ .... $(أ حـ)^2 + (ب حـ)^2$

١٢ إذا كان طولا ضلعين فى مثلث ٣ سم ، ٥ سم فإن طول الضلع الثالث تنحصر قيمته

بين .... ، ....

١٣ المثلث أ ب حـ الذى أطوال أضلاعه ٦ ، ٨ ، ١١ يشابه المثلث س ص ع

فإن المثلث س ص ع يكون .... (بالنسبة لزواياه)

١٤ فى Δ س ص ع إذا كان : (س ع − س ص) (س ع + س ص) < (ع ص)^2

فإن : ∠ ص تكون ....

للمتفوقين

١٧ أ ب حـ مثلث فيه : أ ب = ١٣ سم ، ب حـ = ١١ سم ، أ حـ = ٢٠ سم

١ أثبت أن : Δ أ ب حـ منفرج الزاوية فى ب

٢ أوجد : طول مسقط $\overline{أ ب}$ على $\overleftrightarrow{ب حـ}$ «٥ سم»

٣ أوجد : مساحة Δ أ ب حـ «٦٦ سم^2»

---

١٨ احسب قياس أكبر زاوية فى Δ أ ب حـ إذا كان :

أ ب = ٧ سم ، ب حـ = ٣ سم ، أ حـ = ٥ سم «١٢٠°»



مفاهيم ومهارات أساسية تراكمية

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان طول ضلع مربع $2\sqrt{2}$ سم فإن مساحته تساوى ....

(أ) ٤ سم^2 (ب) ٨ سم^2 (جـ) $4\sqrt{2}$ سم^2 (د) $8\sqrt{2}$ سم^2

٢ إذا كان طولا ضلعى مثلث ٣ سم ، ٧ سم ، فأى مما يأتى لا يصلح أن يكون طول الضلع الثالث ؟

(أ) ٧ سم (ب) ٨ سم (جـ) ٩ سم (د) ٣ سم

٣ دائرة مساحتها ٦٤ π سم^2 فإن محيطها يساوى ....

(أ) ٨ سم (ب) ٨ π سم (جـ) ١٦ π سم (د) ٣٢ π سم

٤ إذا كان ٩ ب حـ مثلثًا فيه : ق (∠ ٩) = ٣ س° ، ق (∠ ب) = ٥ س° ، ق (∠ حـ) = ٤ س° فإن : ق (∠ ب) = ...

(أ) ١٥° (ب) ٤٥° (جـ) ٧٥° (د) ٦٠°

٥ إذا كان مجموع قياسات الزوايا الداخلة لمضلع منتظم ٧٢٠° ، وكان طول أحد أضلاعه ٣ سم فإن محيط هذا المضلع = ...

(أ) ٩ سم (ب) ١٢ سم (جـ) ١٥ سم (د) ١٨ سم

٦ إذا كان ارتفاع مثلث يساوى نصف طول قاعدته ، وكان طول قاعدة المثلث ل سم فإن مساحة هذا المثلث = ...

(أ) $\frac{1}{2}$ ل سم^2 (ب) $\frac{1}{2}$ ل^2 سم^2 (جـ) $\frac{1}{4}$ ل سم^2 (د) $\frac{1}{4}$ ل^2 سم^2

٧ إذا كان محيط مربع يساوى (٣ س − ٤) سم وكانت مساحة هذا المربع تساوى ٢٥ سم٢ فإن : س = ...

(أ) ٥ (ب) ٦ (جـ) ٨ (د) ٢٠

٨ إذا كانت مساحة وجه واحد من أوجه مكعب تساوى ٩ سم٢ فإن حجم هذا المكعب يساوى ....

(أ) ٩ سم٣ (ب) ٢٧ سم٣ (جـ) ٣٦ سم٣ (د) ٨١ سم٣

٩ فى متوازى الأضلاع أ ب حـ ء إذا كانت زاوية أ حادة فإن زاوية حـ تكون ....

(أ) حادة. (ب) منفرجة. (جـ) قائمة. (د) منعكسة.

١٠ عدد أقطار الشكل الخماسى يساوى ....

(أ) ٣ (ب) ٥ (جـ) ٧ (د) ٩

١١ صورة النقطة (−١ ، ٣) بالانتقال (٤ ، −٢) هى ....

(أ) (٣ ، −١) (ب) (٣ ، ١) (جـ) (٥ ، ١) (د) (٥ ، −٥)

١٢ قياس زاوية الثمانى المنتظم يساوى ....

(أ) ١٠٨° (ب) ١٢٠° (جـ) ١٣٥° (د) ١٤٤°

١٣ مستطيل طوله ٤ سم وعرضه ٣ سم يكون طول قطره ....

(أ) ١٤ سم (ب) ١٢ سم (جـ) ٧ سم (د) ٥ سم

١٤ أنسب وحدة لقياس طول ملعب كرة قدم هى ....

(أ) المتر. (ب) المتر المربع. (جـ) السنتيمتر. (د) الكيلو متر.

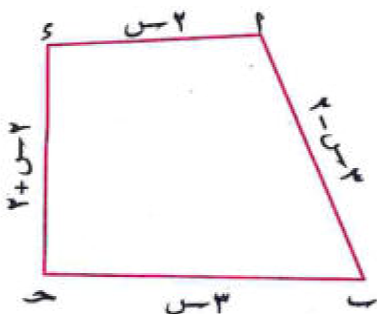
١٥ النسبة بين طول ضلع المعين ومحيطه ....

(أ) ١ : ١ (ب) ١ : ٢ (جـ) ١ : ٤ (د) ٤ : ١

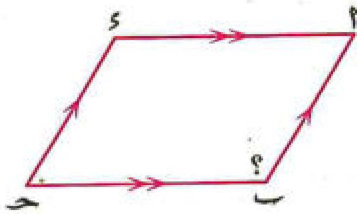
---

٢ أكمل ما يأتى :

١ إذا كان محيط الشكل المقابل = ٦٠ سم فإن طول $\overline{أب}$ = ... سم



٢ فى الشكل المقابل :

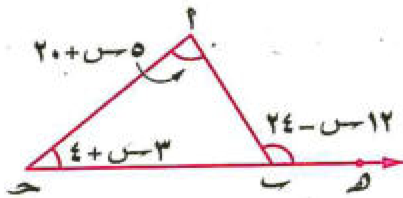


إذا كان : أ ب حـ ء متوازى أضلاع

، ق (∠ أ) المنعكسة = ٣٠٠°

فإن : ق (∠ ب) = ...°

٣ فى الشكل المقابل :



إذا كانت : هـ ∈ $\overleftarrow{\text{حـ ب}}$

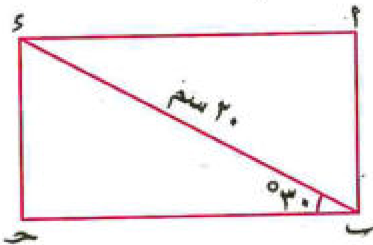
وكان : ق (∠ أ) = (٥ س + ٢٠)°

، ق (∠ حـ) = (٣ س + ٤)°

، ق (∠ أ ب هـ) = (١٢ س − ٢٤)°

فإن قيمة س = ...

٤ فى الشكل المقابل :

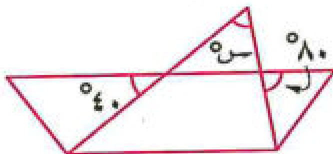


أ ب حـ ء مستطيل طول قطره $\overline{\text{ب ء}}$ يساوى ٢٠ سم

، ق (∠ ء ب حـ) = ٣٠°

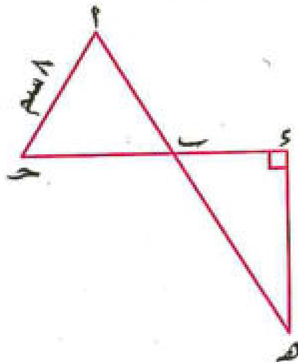
فإن محيط المستطيل أ ب حـ ء = ... سم

٥ فى الشكل المقابل :



قيمة س = ...°

٦ فى الشكل المقابل :



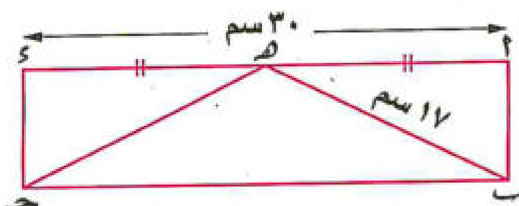
إذا كان : أ ب حـ مثلث متساوى الأضلاع فيه :

أ حـ = ٨ سم ، $\overline{\text{أ هـ}}$ ∩ $\overline{\text{ء حـ}}$ = {ب}

، ق (∠ ء) = ٩٠° ، وإذا كان : طول $\overline{\text{أ هـ}}$ = ٢٠ سم

فإن طول $\overline{\text{حـ ء}}$ = ... سم

٧ فى الشكل المقابل :

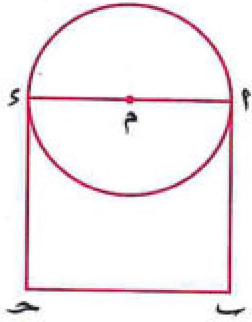


إذا كان : أ ب حـ ء مستطيل فيه :

أ ء = ٣٠ سم ، هـ ∈ $\overline{\text{أ ء}}$ بحيث أ هـ = ء هـ

فإذا كان : ب هـ = ١٧ سم

فإن مساحة △ هـ ب حـ = ... سم²

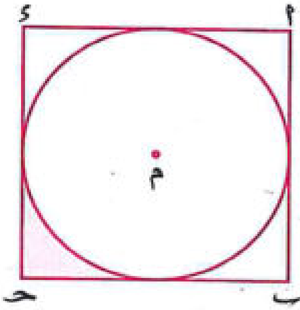


٨ في الشكل المقابل :

أ ب جـ ء مربع ، م دائرة بحيث $\overline{أء}$ قطر في الدائرة م

فإذا كانت مساحة الدائرة م تساوى ٤٩ π سم^٢

فإن محيط المربع يساوى .... سم



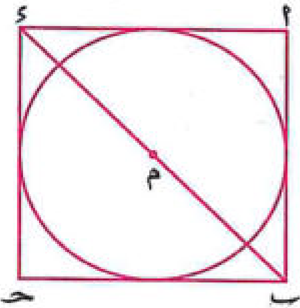
٩ في الشكل المقابل :

إذا كانت م دائرة تمس أضلاع المربع أ ب جـ ء

فإذا كان طول نصف قطر الدائرة يساوى ١٤ سم

فإن مساحة الجزء المظلل تساوى .... سم^٢

(متخذًا π = $\frac{٢٢}{٧}$)

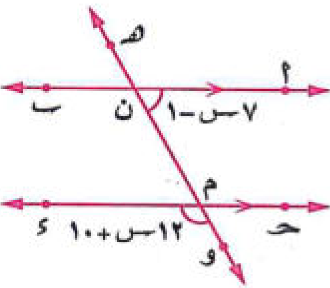


١٠ في الشكل المقابل :

دائرة م مرسومة داخل المربع أ ب جـ ء

فإذا كانت مساحة الدائرة م تساوى ٢٥ π سم^٢

فإن طول قطر المربع $\overline{ب ء}$ يساوى .... سم



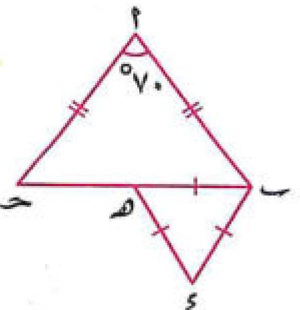
١١ في الشكل المقابل :

إذا كان : $\overleftrightarrow{أب}$ // $\overleftrightarrow{جـء}$ ، $\overleftrightarrow{هـو}$ قاطع لهما

وكان : ق (∠ أ ن م) = (٧ س − ١)°

، ق (∠ ء م و) = (١٢ س + ١٠)°

فإن : ق (∠ أ ن هـ) = ...°



١٢ في الشكل المقابل :

△ ب ء هـ متساوى الأضلاع

، أ ب = أ جـ ، ق (∠ أ) = ٧٠°

فإن : ق (∠ أ ب ء) = ...°

المعاصر

إعداد نخبة من خبراء التعليم

الجزء الخاص بالتقويم المستمر

- اختبارات تراكمية
- اختبارات شهرية
- الأسئلة الهامة
- امتحانات نهائية

الصف الثانى الإعدادى

الفصل الدراسى الثانى

الرياضيات





مكتبة الطلبة
للطبع والنشر والتوزيع
٣ شارع كامل صدقى - الفجالة
تليفون: ٢٥٩٠٢٩٩٧ - ٢٥٩٣٧٧٩١ - ٢٥٩٣٤٠١٣ / ٠٢
e-mail: info@elmoasserbooks.com
www.elmoasserbooks.com
الخط الساخن ١٥٠١٤

/ElMoasser.eg

بسم الله الرحمن الرحيم

تقديــم

فى إطار خطتنا الطموحة لتطوير مؤلفاتنا فى مادة الرياضيات للمرحلة الإعدادية - فى ضوء ما يرد إلينا من آراء ومقترحات - تحقيقًا للمستوى الأمثل الذى نرجوه جميعًا ، وانطلاقًا من إيماننا الكامل بأهمية التقويم المستمر فى نجاح العملية التعليمية للوقوف على مستوى التلاميذ أولاً بأول وصولاً للهدف المنشود ؛ نضع بين أيديكم :

«الجزء الخاص بالتقويم المستمر»

والذى يحتوى على :

- اختبارات تراكمية على كل درس من امتحانات الإدارات التعليمية.
- اختبارات شهرية على كل شهر.
- الأسئلة الهامة الواردة بامتحانات الإدارات التعليمية فى سنوات مختلفة.
- امتحانات نهائية تشمل نماذج امتحانات الكتاب المدرسى ومجموعة مختارة من امتحانات مدارس المحافظات.

وكلنا أمل فى أن تحظى مؤلفاتنا بثقتكم الغالية التى نعتز بها دائمًا.

والله لا يضيع أجر من أحسن عملًا وهو ولى التوفيق،

« المؤلفون »

محتويات الكتاب

أولاً الجبــر والإحصــاء

- الاختبارات التراكمية (عدد ١٣ اختبارًا).
- الاختبارات الشهرية (عدد ٢ نموذج على كل شهر).
- الأسئلة الهامة فى الجبر والإحصاء.
- الامتحانات النهائية :
  - نماذج امتحانات الكتاب المدرسى (عدد ٢ نموذج + نموذج للطلاب المدمجين)
  - امتحانات بعض مدارس المحافظات (عدد ١٢ امتحانًا)

ثانيًا الهندســـة

- الاختبارات التراكمية (عدد ١٠ اختبارات).
- الاختبارات الشهرية (عدد ٢ نموذج على كل شهر).
- الأسئلة الهامة فى الهندسة.
- الامتحانات النهائية :
  - نماذج امتحانات الكتاب المدرسى (عدد ٢ نموذج + نموذج للطلاب المدمجين)
  - امتحانات بعض مدارس المحافظات (عدد ١٢ امتحانًا)

اختبار تراكمي ١ على الدرس الأول الوحدة الأولى

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان المقدار : س^{2} + ك س + ٢ قابلًا للتحليل فإن : ك = ...

(كفر الزيات - الغربية - ١٥)

(أ) -٢ (ب) ٢ (جـ) ٥ (د) ٣

٢ المقدار : س^{2} + ٤ س + ك يكون قابلًا للتحليل إذا كانت : ك = ...

(ملوى - المنيا - ١٩)

(أ) ٥ (ب) ٦ (جـ) ٢ (د) ٣

٣ إذا كان المقدار : س^{2} - حـ س + ١٢ قابلًا للتحليل

فإن : حـ يمكن أن تساوى ....

(مشتول السوق - الشرقية - ١٩)

(أ) -١ (ب) ٤ (جـ) ٧ (د) ١٠

٤ إذا كان : س^{2} + ك س - ٦ = (س + ٣) (س - ٢)

فإن : ك = ...

(ميت سلسيل - الدقهلية - ١٩)

(أ) -١ (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

٢ أكمل ما يأتى :

١ إذا كان : (س - ١) أحد عاملى المقدار : س^{2} - ٥ س + ٤ فإن العامل الآخر هو ....

(شرق الزقازيق - الشرقية - ٢١)

٢ إذا كان : (س - ٣) أحد عاملى المقدار : س^{2} - ٤ س + ٣ فإن العامل الآخر هو ....

(المرج - القاهرة - ٢٣)

٣ المقدار : س^{2} + ٢ س + أ يكون قابلًا للتحليل عندما أ = ... (المنتزة - الإسكندرية - ٢٢)

٤ إذا كان : س + ٣ أحد عاملى المقدار : س^{2} + س - ٦ فإن العامل الآخر هو ....

(المعادى - القاهرة - ٢٣)

٣ حلل ما يأتى تحليلًا كاملًا :

١ س^{2} - ٥ س - ٣٦ (غرب شبرا الخيمة - القليوبية - ١٥)

٢ س^{2} + ٢ س - ٣٥ (دمياط - دمياط - ١٨)

٣ س^{2} + ٤ س - ٢١ (سوهاج - سوهاج - ١٨)

٤ س^{2} + ٨ س + ١٢ (كفر صقر - الشرقية - ١٩)

٥ ٣ س^{2} - ١٥ س + ١٢ (قويسنا - المنوفية - ١٩)

٦ (حـ + ء)^{2} + ٥ (حـ + ء) + ٦ (تلا - المنوفية - ١٩)

اختبار تراكمي ٢ حتى الدرس الثاني الوحدة الأولى

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان المقدار : س^{2} + أ س - ٥ قابلًا للتحليل

فإن : أ = ...

(دمياط - دمياط - ١٨)

(أ) ١ (ب) ٤ (جـ) ٥ (د) ٦

٢ إذا كان : (٢ أ - ٥) (٣ أ - ٢) = ٦ أ^{2} + ك أ + ١٠

فإن : ك = ...

(أجا - الدقهلية - ١٨)

(أ) ١٥ (ب) ١٩ (جـ) -١٩ (د) ٤

٣ المقدار : س^{2} + ٧ س + ب يكون قابلًا للتحليل إذا كانت :

ب = ...

(شرق المحلة - الغربية - ١٨)

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ٧

٤ إذا كان : س^{2} + ك س - ٢١ = (س - ٣) (س + ٧)

فإن : ك = ...

(قنا - قنا - ١٩)

(أ) -٤ (ب) ٤ (جـ) ٨ (د) ٢٠

٢ أكمل ما يأتى :

١ إذا كان : (٣ س + ٤) أحد عاملى المقدار : ١٥ س^{2} + ١٧ س - ٤

فإن العامل الآخر هو ....

(بندر دمنهور - البحيرة - ٢١)

٢ ٢ س^{2} - ٥ س + ٣ = (٢ س - ٣) (س - ....) (شرق مدينة نصر - القاهرة - ٢٣)

٣ إذا كان : ٢ س^{٢} − ٧ س + حـ = (٢ س − ٣) (س − ٢)

فإن : حـ = ... (طوخ - القليوبية - ٢٣)

٤ إذا كان : (س + ٢) أحد عاملى المقدار: س^{٢} + ٥ س + ٦

فإن العامل الآخر .... (قليوب - القليوبية - ٢٣)

٣ حلل ما يأتى تحليلًا كاملًا :

١ ٢ س^{٢} + ٣ س + ١ (إبشواى - الفيوم - ١٥)

٢ ١٢ س^{٢} − ٧ س + ١ (كوم حمادة - البحيرة - ١٥)

٣ ٦ س^{٢} + ٢٠ س + ١٦ (بسيون - الغربية - ١٩)

٤ ٨ س^{٢} − ٢ س ص − ص^{٢} (شبين الكوم - المنوفية - ١٥)

٥ س^{٢} + س − ١٢ (العاشر - الشرقية - ١٥)

٦ ٢ س^{٣} − ٥ س^{٢} + ٢ س (منية النصر - الدقهلية - ١٩)

اختبـار تراكمـى ٣ حتى الدرس الثالث الوحدة الأولى

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : س^{٢} + ٤ س + ك مربعًا كاملًا

فإن : ك = ... (شرق كفر الشيخ - كفر الشيخ - ١٥)

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

٢ المقدار : ك س^{٢} + ١٢ س + ٩ يكون مربعًا كاملًا إذا كانت :

ك = ... (شرق شبرا الخيمة - القليوبية - ١٦)

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٩ (د) ١٦

٣ إذا كان : أ^{٢} + ب^{٢} = ١١ ، أ ب = ٥

فإن : أ − ب = ... (السنطة - الغربية - ١٩)

(أ) ١ (ب) −١ (جـ) ± ١ (د) ± ٤

٤ المقدار : س^{٢} − ٢ س + حـ يقبل التحليل عندما حـ = ... (توجيه - دمياط - ١٩)

(أ) −٣ (ب) ٤ (جـ) ٥ (د) ٦

٢ أكمل ما يأتى :

١ إذا كان : س^{٢} + ص^{٢} = ٥ ، س ص = ٢

فإن : (س + ص)^{٢} = ... (جرجا - سوهاج - ٢١)

٢ المقدار : س^{٢} + ك س + ٢٥ يكون مربعًا كاملًا عندما

ك = ... (غرب القاهرة - القاهرة - ٢٣)

٣ إذا كان : س^{٢} + ص^{٢} = ٣ ، س ص = ١

فإن : (س − ص)^{٢} = ... (شرق شبرا الخيمة - القليوبية - ٢٣)

٤ إذا كان : أ^{٢} + ٢ أ ب + ب^{٢} = ٢٥ فإن : أ + ب = ... (ببا - بنى سويف - ٢٢)

٣ حلل ما يأتى تحليلًا كاملًا :

١ س^{٢} + ٤ س ص + ٤ ص^{٢} (غرب المنصورة - الدقهلية - ١٩)

٢ ٣ ص^{٢} + ٧ ص − ٦ (شرق المنصورة - الدقهلية - ١٩)

٣ ٢٥ أ^{٤} − ١٠ أ^{٢} + ١ (شرق طنطا - الغربية - ١٧)

٤ استخدم التحليل فى تسهيل إيجاد قيمة : (٩٩)^{٢} + ٢ × ٩٩ + ١ (إطسا - الفيوم - ١٩)

اختبـار تراكمـى ٤ حتى الدرس الرابع الوحدة الأولى

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : س − ص = ٤ ، س + ص = ٥

فإن : ص^{٢} − س^{٢} = ... (أبو المطامير - البحيرة - ١٩)

(أ) ٩ (ب) −١ (جـ) −٢٠ (د) ٢٠

٢ إذا كان : س + ٢ ص = ٣ ، س^{٢} − ٤ ص^{٢} = ٢١

فإن : س − ٢ ص = ... (المنيا - المنيا - ١٩)

(أ) ١٤ (ب) ٩ (جـ) ٧ (د) ٦

٣ المقدار : س^{٢} + ٥ س + م يقبل التحليل إذا كانت :

م = ... (ديرب نجم - الشرقية - ١٨)

(أ) ١٢ (ب) ٧ (جـ) −١٤ (د) −٢

٤ $(س + ٢)^{٢}$ = ... (طلخا - الدقهلية - ١٩)

(أ) $س^{٢} + ٤$ (ب) $س^{٢} - ٤$ (ج) $س^{٢} + ٢س + ٤$ (د) $س^{٢} + ٤س + ٤$

٢ أكمل ما يأتي :

١ إذا كانت : $(س + ص)^{٢} = ٦٤$ ، $س ص = ١٥$
فإن : $س^{٢} + ص^{٢}$ = ... (بندر دمنهور - البحيرة - ٢١)

٢ إذا كانت : $س + ص = ٣$ ، $س - ص = ١$
فإن : $س^{٢} - ص^{٢}$ = ... (البساتين ودار السلام - القاهرة - ٢١)

٣ إذا كان المقدار : $٤ ص^{٢} + ٣٦ ص + أ$ مربعًا كاملًا
فإن : أ = ... (٦ أكتوبر - الجيزة - ٢٣)

٤ إذا كان : $أ^{٢} - ب^{٢} = ١٦$ ، $أ - ب = ٢$
فإن : $أ + ب$ = ... (العبور - القليوبية - ٢٣)

٣ حلل ما يأتي تحليلًا كاملًا :

١ $١٦ س^{٢} - ٤٩$ (كوم حمادة - البحيرة - ١٥)

٢ $٤ س^{٢} - ٩$ (مطوبس - كفر الشيخ - ١٩)

٣ $٣ س^{٢} + ٧ س - ٦$ (يوسف الصديق - الفيوم - ١٩)

٤ $س^{٣} - س$ (إيتاي البارود - البحيرة - ١٩)

٥ $(س + ٣)^{٢} - ٢٥$ (أجا - الدقهلية - ١٩)

٦ $٨ س^{٢} - ٢ س ص - ص^{٢}$ (شبين الكوم - المنوفية - ١٩)

اختبار تراكمي ٥ حتى الدرس الخامس الوحدة الأولى

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ $(س + ١)(س^{٢} - س + ١)$ = ... (الإسماعيلية - الإسماعيلية - ١٨)

(أ) $س^{٣} - ١$ (ب) $س^{٣} + ١$ (ج) $(س - ١)^{٣}$ (د) $(س + ١)^{٣}$

٢ إذا كان المقدار : $س^{٢} - ٦ س - م$ مربعًا كاملًا
فإن : م = ... (شرق المحلة - الغربية - ١٨)

(أ) −٩ (ب) ١ (ج) ٣ (د) ٧

٣ إذا كان : $س^{٣} + ٢٧ = (س + ك)(س^{٢} - ٣ س + م)$
فإن : ك × م = ... (عين شمس - القاهرة - ١٨)

(أ) ٢٧ (ب) ٣ (ج) ٩ (د) −٩

٤ إذا كان : $(٢ أ - ٥)(٣ أ - ٢) = ٦ أ^{٢} + ك أ + ١٠$
فإن : ك = ... (أجا - الدقهلية - ١٩)

(أ) ١٥ (ب) ١٩ (ج) −١٩ (د) ٤

٢ أكمل ما يأتي :

١ إذا كان : $س - ص = ٦$ ، $س + ص = ٢$
فإن : $س^{٢} - ص^{٢}$ = ... (دسوق - كفر الشيخ - ٢١)

٢ المقدار : $س^{٢} - ح س + ٣$ يكون قابلًا للتحليل إذا كانت :
ح = ... (شرق المحلة - الغربية - ٢٣)

٣ إذا كان : $أ^{٣} + ب^{٣} = ٢١$ ، $أ^{٢} - أ ب + ب^{٢} = ٧$
فإن : $أ + ب$ = ... (توجيه - بورسعيد - ٢٢)

٤ إذا كان : $أ - ب = ٥$ ، $أ^{٢} + أ ب + ب^{٢} = ٧$
فإن : $أ^{٣} - ب^{٣}$ = ... (أهناسيا - بني سويف - ٢١)

٣ حلل ما يأتي تحليلًا كاملًا :

١ $س^{٤} + ٨ س$ (شرق كفر الشيخ - كفر الشيخ - ١٥)

٢ $٢ س^{٥} - ٥٤ س^{٢}$ (شبين الكوم - المنوفية - ١٥)

٣ $٢٧ س^{٣} + ١٢٥$ (شرق - الإسكندرية - ١٨)

٤ $س^{٣} + ٨ ص^{٣}$ (إيتاي البارود - البحيرة - ١٩)

٥ $س^{٢} + ٧ س - ٨$ (توجيه - بورسعيد - ١٩)

٦ $٢ س^{٢} - ٣ س - ٢$ (تمى الأمديد - الدقهلية - ١٩)

اختبـار تراكمي ٦ حتى الدرس السادس الوحدة الأولى

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان المقدار : $س^{٢} + ك س + \frac{١}{٤}$ مربعًا كاملًا
فإن : ك = ... (تلا - المنوفية - ١٩)

(أ) ±٢ (ب) -٢ (جـ) ١ (د) ±١

٢ إذا كان : أ (جـ + ء) - ب (جـ + ء) = ١٢ وكان : جـ + ء = ٤
فإن : أ - ب = ... (جنوب الجيزة - الجيزة - ١٩)

(أ) ٣ (ب) ٨ (جـ) ١٢ (د) ٤٨

٣ إذا كان : $س^{٢} + ص^{٢} = ٧$ ، س ص = ٣
فإن : س - ص = ... (مغاغة - المنيا - ١٩)

(أ) ١ (ب) -١ (جـ) ٤ (د) ±١

٤ إذا كان : أ (س + ص) - ب (س + ص) = ١٥ وكان : س + ص = ٥
فإن : أ - ب = ... (غرب الفيوم - الفيوم - ١٦)

(أ) ٣ (ب) ١٠ (جـ) ٢٠ (د) ٧٥

٢ أكمل ما يأتي :

١ $س^{٢} + ٧ س + ١٠$ = (س + ٢) (س + ...) (دسوق - كفر الشيخ - ٢١)

٢ إذا كان : $س^{٢} - ص^{٢} = ١٥$ ، س + ص = ٥
فإن : س - ص = ... (توجيه - سوهاج - ٢١)

٣ إذا كان : أ + ب = ٢ ، جـ + ٢ = ٨
فإن : أ جـ + أ ء + ب جـ + ب ء = ... (الهرم - الجيزة - ٢٣)

٤ ن أ - ن ب + م أ - م ب = (أ - ب) (..............) (توجيه - البحيرة - ٢٣)

٣ حلل ما يأتي تحليلًا كاملًا :

١ $٨ س^{٤} + ٢٧ س ص^{٣}$ (ميت سلسيل - الدقهلية - ١٩)

٢ $س^{٣} - س^{٢} + س - ١$ (العاشر - الشرقية - ١٥)

٣ $أ^{٢} + ٤ أ ب + ٤ ب^{٢} - ٩ جـ^{٢}$ (شرق - الإسكندرية - ١٨)

٤ $س^{٢} - ص^{٢} - ٢ س + ٢ ص$ (شرق - الإسكندرية - ١٦)

٤ استخدم التحليل لإيجاد قيمة كل من :

١ $(٧,٣)^{٢} + ٢ × ٧,٣ × ٢,٧ + (٢,٧)^{٢}$ ٢ $(٩٩)^{٢} - ١$ (سمسطا - بني سويف - ١٩)

اختبـار تراكمي ٧ حتى الدرس السابع الوحدة الأولى

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : $س^{٢} + ل - ٤$ = (س - ٢) (س + ٢)
فإن : ل = ... (مشتول السوق - الشرقية - ١٩)

(أ) صفر (ب) ٢ (جـ) ٤ (د) ٨

٢ إذا كان : $س^{٢} - ص^{٢} = ٢٤$ ، س + ص = ٨
فإن : ٣ س - ٣ ص = ... (الوايلي - القاهرة - ١٥)

(أ) ٣ (ب) ٩ (جـ) ١٢ (د) ٦

٣ إذا كان : $س^{٢} + ك = (س + ١٠) (س^{٢} - ١٠ س + ١٠٠)$
فإن : ك - ١ = ... (تمي الأمديد - الدقهلية - ١٩)

(أ) ٩ (ب) ٩٩ (جـ) ٩٩٩ (د) ١٠٠٠

٤ إذا كان : $س^{٤} + ٤ ص^{٤} = ١٢$ ، $س^{٢} + ٢ ص^{٢} - ٢ س ص = ٣$
فإن : $س^{٢} + ٢ ص^{٢} + ٢ س ص$ = ...

(أ) ٤ (ب) ٣٦ (جـ) ٩ (د) ١٥

٢ أكمل ما يأتي :

١ المقدار : $س^{٢} + ك س + ٩$ مربعًا كاملًا فإن : ك = ± .... (دار السلام - القاهرة - ٢٣)

٢ $٢ س^{٢} - ٥ س + ٣$ = (٢ س - ٣) (س - ....) (طوخ - القليوبية - ٢٢)

٣ إذا كان : $س + \frac{١}{س} = \sqrt{٥}$ فإن : $س^{٢} + \frac{١}{س^{٢}}$ = ... (توجيه - البحيرة - ٢٣)

٤ المقدار : $س^{٤} + ٤ ص^{٤}$ قابلًا للتحليل بإكمال مربع بإضافة الحد .... ومعكوسه الجمعي. (الحسينية - الشرقية - ٢٣)

٣ حلل ما يأتي تحليلًا كاملًا :

١ $٩ س^{٤} - ٢٥ س^{٢} + ١٦$ (ديرب نجم - الشرقية - ١٦) ٢ $س^{٤} + ٤ ص^{٤}$ (أجا - الدقهلية - ١٨)

٣ $\frac{١}{٨} أ^{٣} - ٨ ب^{٣}$ (طلخا - الدقهلية - ١٩) ٤ $س^{٨} - ١٦$ (شرق الزقازيق - الشرقية - ١٩)

٤ (أ) باستخدام التحليل أوجد قيمة : ٣١ × ٢٩ (نقادة - قنا - ١٩)

(ب) إذا كان : $س^{٢} - ص^{٢} = ٢٠$ ، س - ص = ٢ ، $س^{٢} - س ص + ص^{٢} = ٢٨$
أوجد قيمة : $س^{٣} + ص^{٣}$ (أبوتشت - قنا - ١٩)

اختبار تراكمى ٨ حتى الدرس الثامن الوحدة الأولى

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مجموعة حل المعادلة : $س^{٢}$ = س فى ح هى .... (أبو حماد - الشرقية - ١٩)

(أ) {٠} (ب) ∅ (جـ) {٠ ، ١} (د) {١}

٢ مجموعة حل المعادلة : $(س - ١)^{٢}$ = صفر فى ح هى .... (قويسنا - المنوفية - ١٩)

(أ) {١} (ب) {١ ، −١} (جـ) {−١} (د) ∅

٣ مجموعة حل المعادلة : $\frac{١}{٢}$ س (س − ٥) = صفر فى ح هى .... (منوف - المنوفية - ١٨)

(أ) {٠} (ب) {٥} (جـ) ∅ (د) {٠ ، ٥}

٤ إذا كان : $أ^{٢} - ب^{٢}$ = ٢٠ ، أ + ب = ٥

فإن : $أ^{٢} - ٢ أ ب + ب^{٢}$ = ... (شبرا - القاهرة - ١٥)

(أ) ٤ (ب) ٥ (جـ) ٢٠ (د) ١٦

٢ أكمل ما يأتى :

١ إذا كان : س + ص = ٦ ، ص − س = ٤

فإن : $س^{٢} - ص^{٢}$ = ... (بنها - القليوبية - ٢٣)

٢ $س^{٣} + ٨$ = (س + ٢) ($س^{٢}$ − .... + ...) (الساحل - القاهرة - ٢٣)

٣ مجموعة حل المعادلة : $س^{٢} + ٢٥$ = صفر فى ح هى .... (مشتول السوق - الشرقية - ٢٢)

٤ إذا كان : س = −١ حلًا للمعادلة : $س^{٢}$ − ٢ س + م = ٠

فإن : م = ... (شمال - الجيزة - ٢٣)

٣ حلل ما يأتى تحليلًا كاملًا :

١ ٤ $س^{٢}$ − ١٢ س ص + ٩ $ص^{٢}$ (مشتول السوق - الشرقية - ١٩)

٢ ٤ $أ^{٤}$ + ٨١ $ب^{٤}$ (دسوق - كفر الشيخ - ١٦)

٣ $س^{٣} - ١$ (المنيا - المنيا - ١٨)

٤ أوجد مجموعة الحل فى ح :

١ $س^{٢}$ − ٨ س + ١٥ = صفر (عين شمس - القاهرة - ١٦)

٢ $(س - ٢)^{٢}$ + ٨ س = ١٦ (دسوق - كفر الشيخ - ١٦)

اختبار تراكمى ٩ حتى الدرس التاسع الوحدة الأولى

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ المقدار : ٩ $س^{٢}$ + ك س + ٢٥ يكون مربعًا كاملًا إذا كانت :

ك = ... (ميت سلسيل - الدقهلية - ١٩)

(أ) ٣٠ (ب) −٣٠ (جـ) ± ٣٠ (د) ١٥

٢ إذا كان ٢ أحد جذرى المعادلة : $س^{٢}$ + ك س = ٦

فإن : ك = ... (منية النصر - الدقهلية - ١٩)

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٨ (د) ١

٣ إذا كان : س − ص = ٥ ، $س^{٢}$ + س ص + $ص^{٢}$ = ٧

فإن : $س^{٣} - ص^{٣}$ = ... (أسوان - أسوان - ١٥)

(أ) ٢ (ب) ٧ (جـ) ١٢ (د) ٣٥

٤ مجموعة حل المعادلة : $س^{٢}$ − ٥ س + ٦ = ٠ فى ح هى .... (قنا - قنا - ١٦)

(أ) {٢ ، ٣} (ب) {−٢ ، −٣} (جـ) {−٢ ، ٣} (د) {٦ ، ١}

٢ أكمل ما يأتى :

١ إذا كان عمر رجل الآن ٣ س فإن عمره بعد ٧ سنوات هو .... (المنتزة أول - الإسكندرية - ٢٣)

٢ مجموعة حل المعادلة : س (س + ٥) = ٠ فى ح هى .... (العمرانية - الجيزة - ٢٣)

٣ المقدار : $س^{٢}$ + ٣ س + ك يكون قابل للتحليل عندما ك = ... (دار السلام - القاهرة - ٢٣)

٤ إذا كان عمر رجل الآن س فإن عمره منذ ٥ سنوات هو .... (المنتزة أول - الإسكندرية - ٢٣)

٣ حلل ما يأتى تحليلًا كاملًا :

١ $\frac{١}{٣}$ $س^{٢}$ − ٣ (أسوان - أسوان - ١٥)

٢ أ س − ٣ س + ٥ أ − ١٥ (شبراخيت - البحيرة - ١٩)

٤ (أ) مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٢ سم ومساحته ٣٥ $سم^{٢}$ أوجد محيطه. (المنزلة - الدقهلية - ١٩)

(ب) أوجد عددًا موجبًا إذا أضيف مربعه إلى ثلاثة أمثاله كان الناتج يساوى ٢٨ (شرق مدينة نصر - القاهرة - ١٨)

اختبار تراكمي ١٠ حتى الدرس الأول الوحدة الثانية

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١) إذا كان : $٢^{س} = ٣$ فإن : $٨^{س} = ...$ (توجيه - السويس - ١٦)

(أ) ١٢ (ب) ٢٧ (ج) ٩ (د) ٦

٢) إذا كانت : $(س - ٣)^{صفر} = ١$ فإن : س ∈ ...... (شرق الزقازيق - الشرقية - ١٩)

(أ) ح (ب) ح - {-٣} (ج) ح - {٣} (د) {٣}

٣) إذا كان : $٣^{س} = ٥$ فإن : $٣^{٢س} = ...$ (منيا القمح - الشرقية - ١٩)

(أ) ٩ (ب) ٦ (ج) ٢٥ (د) ١٠

٤) إذا كان : $س^{٢} + ١٤ س + ك$ مربعًا كاملًا فإن : ك = ... (شمال - السويس - ١٨)

(أ) ٢ (ب) ٧ (ج) ١٤ (د) ٤٩

٢ أكمل ما يأتي :

١) إذا كان : $٢^{س} = ٣$ ، $٢^{ص} = ٥$ فإن : $٢^{س+ص} = ...$ (الوراق - الجيزة - ٢١)

٢) إذا كان : $٦^{س} = ٧$ فإن : $٦^{س+١} = ...$ (غرب شبرا الخيمة - القليوبية - ٢١)

٣) إذا كان : $٢^{س} = ٣$ فإن : $٨^{-س} = ...$ (شرق شبرا الخيمة - القليوبية - ٢٣)

٤) إذا كان : $س^{٢} - أ = (س - ٣)(س + ٣)$
فإن : أ = ... (الشيخ زايد - الجيزة - ٢٣)

٣ اختصر لأبسط صورة :

١) $\frac{(\sqrt{٣})^{-٥} \times (\sqrt{٣})^{-٤}}{(\sqrt{٣})^{-١٠}}$ (المنيا - المنيا - ١٦)

٢) $\frac{٩^{س} \times ٢٥^{س+١}}{١٥^{٢س}}$ (المرج - القاهرة - ١٩)

٤ (أ) أوجد العدد الحقيقي الذي ضعفه يزيد عن معكوسه الضربي بمقدار الواحد الصحيح.
(توجيه - بورسعيد - ١٥)

(ب) حلل تحليلاً كاملاً : $س^{٤} + ٨ س$ (شرق كفر الشيخ - كفر الشيخ - ١٥)

اختبار تراكمي ١١ حتى الدرس الثاني الوحدة الثانية

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١) إذا كان : $٣^{س-٢} = ١$ فإن : س = ... (شرق مدينة نصر - القاهرة - ١٨)

(أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣

٢) إذا كان : $٢^{س+٢} = \frac{١}{١٦}$ فإن : س = ... (شبين الكوم - المنوفية - ١٩)

(أ) ٢ (ب) -٢ (ج) ٦ (د) -٦

٣) إذا كان : $٢^{٣س} + ٢^{٣س} = \frac{١}{٤}$ فإن : س = ... (قويسنا - المنوفية - ١٩)

(أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) -١

٤) مجموعة حل المعادلة : $٢ س^{٣} = ١٨ س$ في ح هي ...... (أسيوط - أسيوط - ١٩)

(أ) {-٣ ، ٣} (ب) {٣ ، -٣ ، ٠} (ج) {-٣} (د) {٣}

٢ أكمل ما يأتي :

١) $٥^{س+٢} = ٧^{س+٢}$ فإن : س = ... (الوراق - الجيزة - ٢٢)

٢) $٤^{٣} + ٤^{٣} + ٤^{٣} + ٤^{٣} = ...$ (الوراق - الجيزة - ٢١)

٣) إذا كان : $س^{٣} ص^{-٣} = ٨$ فإن : $\frac{س}{ص} = ...$ (العجمي - الإسكندرية - ٢٣)

٤) إذا كان : $٥^{س} = ٤$ فإن : $٥^{س+١} = ...$ (السلام - القاهرة - ٢٣)

٣ (أ) إذا كان : $\frac{٤^{س+١} \times ٩^{٢-س}}{٦^{٢س+٢}} = ٨١$ أوجد قيمة : س (دسوق - كفر الشيخ - ١٦)

(ب) أوجد مجموعة الحل في ح للمعادلة : $س^{٢} - ٥ س = ٢٤$ (العاشر - الشرقية - ١٥)

٤ (أ) أوجد مجموعة الحل في ح للمعادلة : $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{٢س+١} = \frac{١٢٥}{٢٧}$ (كفر صقر - الشرقية - ١٩)

(ب) حلل تحليلًا تامًا : $س ص + ٥ س + ٤ ص + ٢٠$ (شرق شبرا الخيمة - القليوبية - ١٦)

اختبــار تراكمــي ١٢ حتى الدرس الثالث الوحدة الثانية

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١) $٤^{٢} - (\sqrt{٨})^{٢} + ١٦ \times (-٢)^{-٤}$ = ... (شرق مدينة نصر - القاهرة - ١٨)

(أ) ٨ (ب) ٩ (ج) ١ (د) صفر

٢) $(٥^{س} + ٥^{س}) \div ٥^{س}$ = ... (تمى الأمديد - الدقهلية - ١٩)

(أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٥ (د) ٥ س

٣) $(\sqrt{٣} + \sqrt{٢})^{٩} (\sqrt{٣} - \sqrt{٢})^{٩}$ = ... (أرمنت - الأقصر - ١٩)

(أ) ١ (ب) $\sqrt{٥}$ (ج) $\sqrt{٦}$ (د) ٥

٤) مجموعة حل المعادلة : $س^{س-١} = ٤^{س-١}$ في ح هي .... (شمال الجيزة - الجيزة - ١٦)

(أ) {٠} (ب) {١ ، ٤} (ج) {٤} (د) {-١ ، ٤}

٢ أكمل ما يأتي :

١) إذا كان : $٢^{س-٣} = ٥^{س-٣}$ فإن : س = ... (جرجا - سوهاج - ٢٢)

٢) ثلث العدد $٣^{٧}$ = ... (المنتزة - الإسكندرية - ٢٢)

٣) أبسط صورة للمقدار : $٣^{صفر} + ٣^{-١} - \left(\frac{١}{\sqrt{٣}}\right)^{٢}$ هي .... (شرق الزقازيق - الشرقية - ٢١)

٤) إذا كان : $س^{٢} + ك س + ٤٩$ مربعًا كاملًا

فإن : ك = ... (روض الفرج - القاهرة - ٢٣)

٣ (أ) إذا كان : س = $\sqrt{٥}$ ، ص = $\sqrt{٣}$ أوجد قيمة : $\frac{س^{٤} - ص^{٤}}{س^{٢} - ص^{٢}}$ (غرب الفيوم - الفيوم - ١٦)

(ب) احسب قيمة : $\frac{٢^{٢ن+١} \times ٥^{٢ن+١}}{١٠^{٢ن}}$ (إطسا - الفيوم - ١٨)

٤ (أ) أوجد مجموعة حل المعادلة الآتية في ح :

$٢٥ \times ٣^{س-١} = ٩ \times ٥^{س-١}$ (ميت سلسيل - الدقهلية - ١٩)

(ب) اختصر : $\frac{(١٥)^{-٢} \times (\sqrt{٥})^{٣} \times (٣)^{٢}}{٩ \times (\sqrt{٥})^{-٣}}$ (توجيه - بورسعيد - ١٥)

اختبــار تراكمــي ١٣ حتى الدرس الأول الوحدة الثالثة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١) إذا كان احتمال نجاح طالب هو ٦٠٪ فإن احتمال عدم نجاحه هو .... (عين شمس - القاهرة - ١٦)

(أ) ٠,٤ (ب) ٠,٠٤ (ج) ٠,٠٦ (د) ٠,٦

٢) فصل به ٢٤ تلميذًا. أُختير تلميذًا عشوائيًا ، فإذا كان احتمال أن يكون التلميذ المختار بنتًا هو $\frac{١}{٦}$ فإن عدد الأولاد يساوى .... ولدًا. (الداخلة - الوادى الجديد - ١٦)

(أ) ٢٢ (ب) ٢٠ (ج) ١٨ (د) ١٦

٣) قيمة ح التى تجعل المقدار : $س^{٢} + ح س + ٧$ قابلًا للتحليل هى .... (كوم حمادة - البحيرة - ١٩)

(أ) ٦ (ب) ٧ (ج) ٥ (د) -٨

٤) إذا كان عمر سهام الآن (س + ٥) سنة فإن عمرها منذ خمس سنوات .... سنة. (العمرانية - الجيزة - ١٨)

(أ) س (ب) س + ٥ (ج) ٥ - س (د) ٥ س

٢ أكمل ما يأتى :

١) فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة احتمال ظهور العدد ٥ يساوى .... (ملوى - المنيا - ٢١)

٢) دخل ٢٠ تلميذًا امتحانًا وكان احتمال أن يكون التلميذ ناجحًا هو ٠,٨ فإن عدد الناجحين يساوى .... (القوصية - أسيوط - ٢١)

٣) كيس به ٩ بطاقات مرقمة من ١ إلى ٩ ، سحبت منه بطاقة واحدة عشوائيًا فإن احتمال أن تكون هذه البطاقة تحمل عددًا فرديًا .... (شبين القناطر - القليوبية - ٢٣)

٤) احتمال الحدث المؤكد = ... (أوسيم - الجيزة - ٢٣)

٣ (أ) كيس به مجموعة من البطاقات مرقمة من ١ إلى ٢٤ فإذا سحبت منه بطاقة واحدة عشوائيًا. **أوجد احتمال أن تكون البطاقة المسحوبة تحمل :**

[١] عاملًا من عوامل العدد ٢٤ [٢] عددًا مربعًا كاملًا. (مشتول السوق - الشرقية - ١٩)

(ب) إذا كان : $\frac{٤٩^{ن} \times ٢٥^{٢ن} \times ٣^{٤ن}}{٧^{-ن} \times ١٥^{٤ن}} = ٣٤٣$ **فأوجد قيمة :** $٦^{٢ن}$ (رأس سدر - جنوب سيناء - ١٩)

---

٤ (أ) فى عملية إنتاج ٣٠٠ مصباح كهربائى كان عدد الوحدات المعيبة ١٨ وحدة.

[١] أوجد احتمال أن تكون الوحدة معيبة.

[٢] أوجد احتمال أن تكون الوحدة صالحة.

[٣] إذا كان الإنتاج اليومى ١٦٠٠ وحدة. كم عدد الصالح فى هذا اليوم ؟

(ساقلتة - سوهاج - ١٩)

(ب) كيس يحتوى على عدد من الكرات المتماثلة منها ٥ كرات بيضاء والباقى من اللون الأحمر فإذا كان احتمال سحب كرة حمراء هو $\frac{٢}{٣}$ فأوجد العدد الكلى للكرات.

(المنتزه - الإسكندرية - ١٦)

الاختبـارات الشهريـة

فى الجبـر والإحصـاء

محتوى امتحان شهر مارس

الوحدة الأولى : التحليل :

- تحليل المقدار الثلاثى.
- تحليل المقدار الثلاثى على صورة المربع الكامل.
- تحليل الفرق بين المربعين.
- تحليل مجموع المكعبين والفرق بينهما.
- التحليل بالتقسيم.
- التحليل بإكمال المربع.
- حل المعادلة من الدرجة الثانية فى متغير واحد جبريًا.

محتوى امتحان شهر أبريل

الوحدة الثانية : القوى الصحيحة غير السالبة والسالبة فى ح :

- القوى الصحيحة غير السالبة والسالبة فى ح
- قوانين القوى الصحيحة غير السالبة فى ح
- قوانين القوى الصحيحة السالبة فى ح
- العمليات الحسابية باستخدام القوى الصحيحة.

الدرجة ١٠

اختبار ١

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة : ٣ درجات

١ إذا كان : س − ص = ٥ ، س + ص = ٣ فإن : س^{٢} − ص^{٢} = ...

(أ) ٨ (ب) ١٥ (جـ) ٢ (د) $\frac{٥}{٣}$

٢ ضعف مربع العدد س هو ....

(أ) (٢ س)^{٢} (ب) ٤ س^{٢} (جـ) ٢ س^{٢} (د) ٢ س

٣ المقدار : س^{٢} − ٥ س + حـ يقبل التحليل عندما حـ = ...

(أ) ٧ (ب) ٨ (جـ) −٣ (د) ٦

٢ أكمل ما يأتي : ٣ درجات

١ إذا كان : (س + ٥) أحد عاملي المقدار : ٢ س^{٢} + ١٣ س + ١٥ فإن العامل الآخر هو ....

٢ إذا كان المقدار : ٩ س^{٢} + ك س + ٢٥ مربعًا كاملًا فإن : ك = ...

٣ مجموعة حل المعادلة : س (س + ١) = صفر في ح هي ....

٣ حلل ما يأتي تحليلًا كاملًا : درجتان

١ س^{٣} − ٨

٢ أ س − ٥ س + ٣ أ − ١٥

٤ عدد حقيقي إذا أضيف إليه مربعه كان الناتج ١٢ فما العدد ؟ درجتان

الدرجة ١٠

اختبار ٢

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة : ٣ درجات

١ إذا كان المقدار : أ س^{٢} + ٢٤ س + ٩ مربعًا كاملًا فإن : أ = ...

(أ) ٢٥ (ب) ٨ (جـ) ١٦ (د) ٤

٢ مجموعة حل المعادلة : س^{٢} + ٩ = صفر في ح هي ....

(أ) {٣} (ب) {−٣} (جـ) {٣ ، −٣} (د) $\emptyset$

٣ إذا كان عُمر سامح منذ ٥ سنوات هو س سنة فإن عمره الآن يكون .... سنة.

(أ) س − ٥ (ب) س + ٥ (جـ) ٥ − س (د) ٥ س

٢ أكمل ما يأتي : ٣ درجات

١ إذا كان : س^{٢} + ل − ٩ = (س − ٣) (س + ٣) فإن : ل = ...

٢ إذا كان : س = ١ جذرًا للمعادلة : س^{٢} − ٥ س + ٤ = ٠ فإن الجذر الآخر هو ....

٣ إذا كان : أ^{٣} + ب^{٣} = ٩ ، أ^{٢} − أ ب + ب^{٢} = ٣ فإن : أ + ب = ...

٣ استخدم التحليل لحساب قيمة : (٩٨)^{٢} − ٤ درجتان

٤ حلل ما يأتي تحليلًا كاملًا : درجتان

١ ٣ س^{٢} + ٧ س + ٢

٢ س^{٤} + ٤ ص^{٤}

اختبـار ١

الدرجة
١٠

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة : ٣ درجـات

١ المعكوس الجمعي للعدد $(\sqrt{٣})^{-٤}$ هو ....

(أ) $\frac{١}{٩}$ (ب) $-\frac{١}{٩}$ (جـ) $(\sqrt{٣})^{٤}$ (د) $(-\sqrt{٣})^{٤}$

٢ $٥ أ^{صفر} =$ .... حيث أ ≠ صفر

(أ) ٥ (ب) ١ (جـ) أ (د) ٥ أ

٣ إذا كان : $٢^{س} = ٧$ ، $٢^{ص} = ٥$ فإن : $٢^{س - ص} =$ ....

(أ) ٣٥ (ب) $\frac{٧}{٥}$ (جـ) ٢ (د) ١٢

---

٢ أكمل ما يأتى : ٣ درجـات

١ إذا كان : $٣^{س + ٢} = ١$ فإن : ٢ س = ...

٢ $(\sqrt{٧})^{٣} \times (\sqrt{٧})^{٥} = ٧$.......

٣ أربعة أمثال العدد $٢^{٨}$ هو ....

---

٣ اختصر لأبسط صورة : $\frac{٤^{ن} \times ٦^{٢ن}}{٣^{٢ن} \times ٢^{٤ن}}$ درجتـان

---

٤ إذا كان : $٣^{س} = ٢٧$ ، $٤^{س + ص} = ١$ **فأوجد قيمتى : س ، ص** درجتـان

اختبـار ٢

الدرجة
١٠

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة : ٣ درجـات

١ إذا كان : $٢^{س} = ١١$ فإن : $٢^{س + ١} =$ ....

(أ) ٢٢ (ب) ١٢ (جـ) ١١٢ (د) ٢١٢

٢ $٠{,}٠٠٤ \times ٠{,}٠٠٠٢٥ = ١٠$.......

(أ) ٦ (ب) ١٠٠ (جـ) ٥ (د) -٦

٣ إذا كان : $٣^{س} + ٣^{س} + ٣^{س} = ١$ فإن : س = ...

(أ) ٣ (ب) -١ (جـ) -٣ (د) ١

---

٢ أكمل ما يأتى : ٣ درجـات

١ $(\sqrt{٣} + \sqrt{٢})^{١٠} (\sqrt{٣} - \sqrt{٢})^{١٠} =$ ....

٢ المعكوس الضربى للعدد $\left|\left(\frac{٢}{٥}\right)^{-٣}\right|$ هو ....

٣ إذا كانت : $٧^{س - ٢} = ٥^{س - ٢}$ فإن : س = ...

---

٣ أوجد مجموعة الحل فى ح للمعادلة : $(س - ٢)^{٥} = ٣٢$ درجتـان

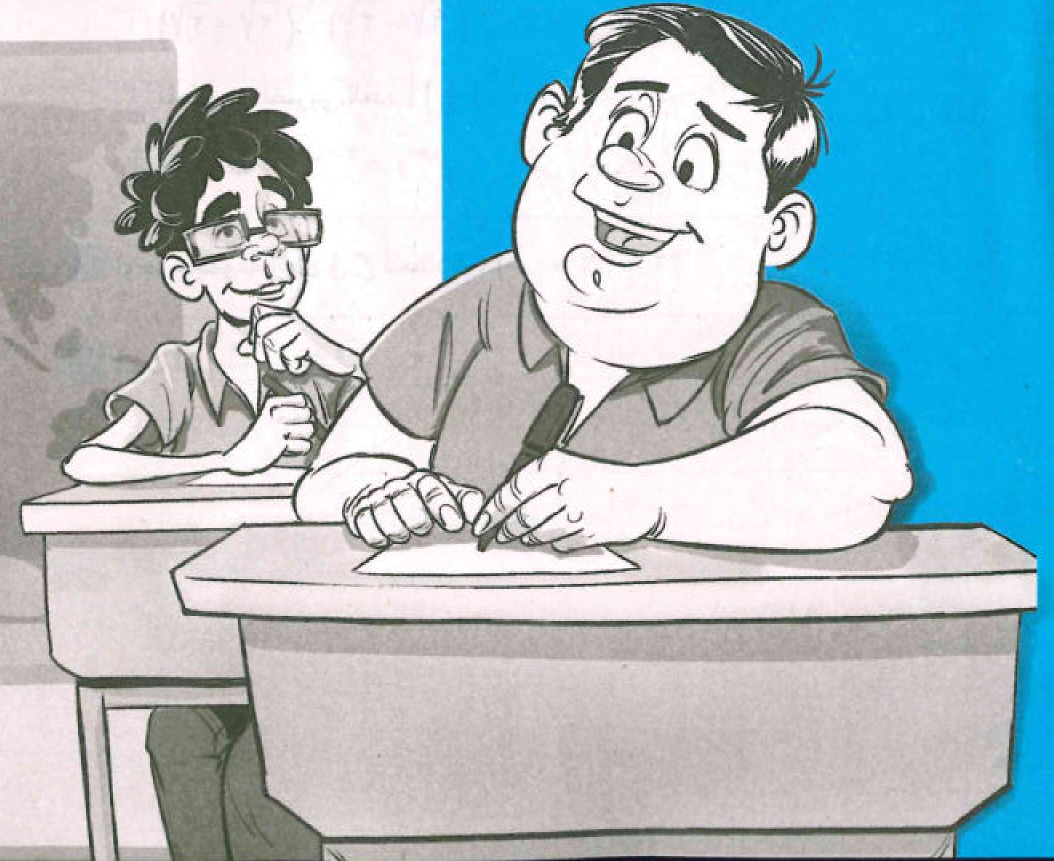
---

٤ أثبت أن : $\frac{٩^{س + ١} \times ٤^{س}}{٦^{٢س}} = ٩$ درجتـان

الأسئلة الهامة

فى الجبر والإحصاء

من امتحانات الإدارات التعليمية



أولاً أسئلة الاختيار من متعدد

١ إذا كان : (س − ١) أحد عاملى المقدار : س^{٢} − ٤ س + ٣ فإن العامل الآخر هو .... (٦ أكتوبر - الجيزة - ٢٣)

(أ) س + ٣ (ب) س − ٤ (جـ) س + ١ (د) س − ٣

٢ إذا كان أحد عاملى المقدار : س^{٢} + س − ٦ هو س + ٣ فإن العامل الآخر هو .... (شرق طنطا - الغربية - ١٧)

(أ) س − ٢ (ب) س − ٣ (جـ) س + ٢ (د) س + ٦

٣ إذا كان المقدار : س^{٢} − حـ س + ١٢ قابلاً للتحليل فإن : حـ يمكن أن تساوى .... (مصر القديمة - القاهرة - ١٧)

(أ) −١ (ب) ٤ (جـ) ٧ (د) ١

٤ إذا كان المقدار : س^{٢} + أ س − ١٢ قابلاً للتحليل فإن : أ يمكن أن تساوى .... (توجيه - المنوفية - ١٧)

(أ) ١٢ (ب) −٨ (جـ) ٨ (د) −١

٥ المقدار : س^{٢} + ٧ س + ب قابل للتحليل إذا كانت : ب = ... (شرق المحلة - الغربية - ١٨)

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ٧

٦ المقدار : س^{٢} + ٥ س + م يقبل التحليل إذا كانت : م = ... (ديرب نجم - الشرقية - ١٨)

(أ) ١٢ (ب) ٧ (جـ) −١٤ (د) −٢

٧ أى عدد من الأعداد الآتية يمكن إضافته إلى المقدار : س^{٢} − ٨ س + ٥ حتى يكون قابلاً للتحليل ؟ (غرب شبرا الخيمة - القليوبية - ١٧)

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٤ (د) ٥

٨ العدد الذى يمكن إضافته إلى المقدار : ٢ س^{٢} + ٥ س − ١٠ ليكون قابلاً للتحليل هو .... (أسوان - أسوان - ١٧)

(أ) −١ (ب) −٢ (جـ) −٣ (د) −٤

٩ ٥ س^{٢} − ٧ س − ٦ = (٥ س + ٣) (س − ……) (الشيخ زايد - الجيزة - ١٩)

(أ) ٣ (ب) ٢ (ج) −٣ (د) −٢

١٠ إذا كان: (٢ أ − ٥) (٣ أ − ٢) = ٦ أ^{٢} + ك أ + ١٠

فإن: ك = …………… (أجا - الدقهلية - ١٩)

(أ) ١٥ (ب) ١٩ (ج) −١٩ (د) ٤

١١ إذا كان: س^{٢} − ٢ س ص + ص^{٢} = ٢٥ فإن: س − ص = …………… (المرج - القاهرة - ١٧)

(أ) ٢٥ (ب) −٥ (ج) ٥ (د) ± ٥

١٢ إذا كان: س^{٢} + ص^{٢} = ٩ ، س ص = ٤

فإن: (س − ص)^{٢} = …………… (شربين - الدقهلية - ٢٣)

(أ) ± ١ (ب) ١ (ج) −١ (د) ١٤

١٣ إذا كان: س^{٢} + ك س + ٣٦ مربعًا كاملًا فإن: ك = …………… (توجيه - بورسعيد - ٢٢)

(أ) ± ٦ (ب) ± ٨ (ج) ± ١٢ (د) ± ١٨

١٤ الحد الناقص في المقدار: ٩ س^{٢} + …… + ١٦ ص^{٢} ليكون مربعًا كاملًا

هو …………… (حدائق القبة - القاهرة - ١٩)

(أ) ١٢ س ص (ب) ٢٤ س

(ج) ٢٤ س ص (د) ١٢ س^{٢} ص^{٢}

١٥ المقدار: ك س^{٢} + ١٢ س + ٩ يكون مربعًا كاملًا

إذا كانت: ك = …………… (شرق شبرا الخيمة - القليوبية - ١٦)

(أ) ٣ (ب) ٤ (ج) ٩ (د) ١٦

١٦ المقدار: ص^{٢} + ١٢ ص + م يكون مربعًا كاملًا إذا كان: م = …………… (عين شمس - القاهرة - ١٨)

(أ) ٢٥ (ب) ٣٦ (ج) −٣٦ (د) ١٠٠

١٧ إذا كان: س^{٢} − أ = (س − ٤) (س + ٤) فإن: أ = …………… (ببا - بني سويف - ٢٢)

(أ) ٢ (ب) ١٦ (ج) ٤ (د) −١٦

١٨ إذا كان: س − ص = ٣ ، س + ص = ٦

فإن: س^{٢} − ص^{٢} = …………… (عين شمس - القاهرة - ١٨)

(أ) ١٢ (ب) ٩ (ج) ٣ (د) ١٨

١٩ إذا كان: س^{٢} − ص^{٢} = ١٦ ، س + ص = ٨

فإن: س − ص = …………… (الطور - جنوب سيناء - ٢٣)

(أ) ٢ (ب) ١ (ج) ١٢٨ (د) ٦٤

٢٠ (٧٥)^{٢} − (٢٥)^{٢} = ١٠٠ × …………… (٦ أكتوبر - الجيزة - ١٩)

(أ) ٧٥ (ب) ٥٠ (ج) ١٠٠ (د) ٢٥

٢١ (س + ١) (س^{٢} − س + ١) = …………… (الإسماعيلية - الإسماعيلية - ١٨)

(أ) س^{٣} − ١ (ب) س^{٣} + ١

(ج) (س − ١)^{٣} (د) (س + ١)^{٣}

٢٢ إذا كان: س + ص = ٣ ، س^{٢} − س ص + ص^{٢} = ٥

فإن: س^{٣} + ص^{٣} = …………… (الهرم - الجيزة - ١٧)

(أ) ١٥ (ب) ٢٥ (ج) ٨ (د) ٧

٢٣ إذا كان: أ^{٣} − ب^{٣} = ٦٤ ، أ^{٢} + أ ب + ب^{٢} = ١٦

فإن: أ − ب = …………… (غرب شبرا الخيمة - القليوبية - ١٧)

(أ) ٨ (ب) −٤ (ج) ٤ (د) ٤٨

٢٤ س^{٣} + ص^{٣} = ٢٨ ، س + ص = ٢

فإن: س^{٢} − س ص + ص^{٢} = …………… (غرب الفيوم - الفيوم - ١٩)

(أ) ٤٨ (ب) ١٤ (ج) ٢ (د) ٧

٢٥ إذا كان: س^{٣} − أ = (س − ٥) (س^{٢} + ٥ س + ٢٥)

فإن: أ = …………… (الجمرك - الإسكندرية - ٢٣)

(أ) ١٢٥ (ب) ٢٥ (ج) ٥ (د) ١٥

٢٦ إذا كان : س^{٣} + ٨ = (س + ٢) (س^{٢} + ك + ٤)
فإن : ك = ...
(مصر الجديدة - القاهرة - ٢٣)

(أ) ٤ س (ب) −٢ س (ج) ٢ س (د) −٤ س

---

٢٧ يمكن تحليل المقدار : س^{٤} + ٤ بإكمال المربع بإضافة الحد .... ومعكوسه الجمعي.
(الساحل - القاهرة - ١٦)

(أ) ٤ س^{٢} (ب) ٢ س^{٢} (ج) ٨ س^{٢} (د) ٤ س^{٤}

---

٢٨ إذا كان : س = ٢ هو أحد جذري المعادلة : س^{٢} + ٣ س + ك = ٠
فإن : ك = ...
(توجيه - الإسماعيلية - ١٦)

(أ) ٢ (ب) ٥ (ج) ١٠ (د) −١٠

---

٢٩ إذا كان ٢ حلًا للمعادلة : س^{٢} − ٥ س + أ = ٠ فإن : أ = ... (أسيوط - أسيوط - ١٦)

(أ) −٣ (ب) −٦ (ج) ٣ (د) ٦

---

٣٠ مجموعة حل المعادلة : س^{٢} − ٩ = صفر في ح هي .... (أوسيم - الجيزة - ٢٢)

(أ) {٣} (ب) {−٣ ، ٣} (ج) {٩} (د) ∅

---

٣١ مجموعة حل المعادلة : س^{٢} + ١ = ٠ في ح هي .... (الروضة - دمياط - ٢٢)

(أ) {١} (ب) {−١} (ج) ∅ (د) {١ ، −١}

---

٣٢ مجموعة حل المعادلة : س^{٢} − ٣ = ١ في ح هي .... (إطسا - الفيوم - ١٨)

(أ) ∅ (ب) {٤} (ج) {−٢ ، ٢} (د) {−٤}

---

٣٣ مجموعة حل المعادلة : س^{٢} − س = صفر في ح هي .... (قليوب - القليوبية - ٢٣)

(أ) {٠ ، ١} (ب) ∅ (ج) {١} (د) {٠}

---

٣٤ مجموعة حل المعادلة : س^{٢} − ٦ س = ٠ في ح هي .... (شرق شبرا الخيمة - القليوبية - ١٦)

(أ) {٦} (ب) {٠} (ج) {٠ ، ٦} (د) {−٦}

٣٥ إذا كان عُمر أحمد الآن س سنة فإن عُمره منذ ٣ سنوات = ... سنة.
(عين شمس - القاهرة - ١٦)

(أ) ٣ س (ب) س − ٣ (ج) ٣ − س (د) س + ٣

---

٣٦ إذا كان عُمر سهام الآن (س + ٥) سنة فإن عمرها منذ خمس سنوات = ... سنة.
(العامرية - الإسكندرية - ١٧)

(أ) س (ب) س + ٥ (ج) ٥ − س (د) ٥ س

---

٣٧ إذا كان عُمر خالد بعد ٤ سنوات هو س سنة فإن عمره الآن هو .... سنة.
(دمياط - دمياط - ١٧)

(أ) س + ٤ (ب) س − ٤ (ج) ٤ − س (د) ٤ س

---

٣٨ إذا كان عُمر أحمد منذ ٥ سنوات هو س فإن عمره الآن هو .... سنة.
(دمياط - دمياط - ١٨)

(أ) س + ٥ (ب) ٥ س (ج) س − ٥ (د) س^{٥}

---

٣٩ إذا كان مجموع عمري أحمد ومحمد ١٠ سنوات فإن مجموع عمريهما بعد ٥ سنوات يساوي .... سنة.
(السنبلاوين - الدقهلية - ١٩)

(أ) ١٥ (ب) ٥٠ (ج) ٢٠ (د) ٢٥

---

٤٠ ثلاثة أمثال مربع العدد س هو .... (صدفا - أسيوط - ١٩)

(أ) (٣ س)^{٢} (ب) س^{٢} + ٣ (ج) ٣ س^{٢} (د) $\frac{س^{٢}}{٣}$

ثانيًا أسئلة الإكمال

١ إذا كان : (س + ٣) أحد عاملي المقدار : س^{٢} + ٧ س + ١٢
فإن العامل الآخر هو .... (كوم حمادة - البحيرة - ١٧)

---

٢ إذا كان : (س + ٤) أحد عاملي المقدار : س^{٢} − ٣ س − ٢٨
فإن العامل الآخر هو .... (المعادي - القاهرة - ٢٣)

---

٣ إذا كان : (س − ٥) هو أحد عاملي المقدار : س^{٢} − ١٠ س + ٢٥
فإن العامل الآخر هو .... (غرب شبرا الخيمة - القليوبية - ١٧)

٤ إذا كان : (٢ س − ١) أحد عاملى المقدار : ٢ س^{٢} + ٩ س − ٥
فإن العامل الآخر هو .... (بيلا - كفر الشيخ - ١٧)

٥ إذا كان : (س + ٢) (س + ٣) = س^{٢} + أ س + ٦
فإن : أ = ... (الهرم - الجيزة - ١٧)

٦ إذا كان : أ^{٢} + ك + ٦ = (أ − ٣) (أ − ٢) فإن : ك = ... (إسنا - الأقصر - ١٧)

٧ ٢ س^{٢} + س − ٦ = (..... − .....) (س + ...) (سنورس - الفيوم - ١٧)

٨ ٥ س^{٢} − ٢ س − ٧ = (٥ س − .....) (س + ...) (عين شمس - القاهرة - ١٩)

٩ ٣ س^{٢} + ٧ س − ٦ = (٣ س − .....) (..... + ٣) (زفتى - الغربية - ١٩)

١٠ المقدار : س^{٢} + ٢ س + أ يكون قابلًا للتحليل عندما أ = ... (المنتزة - الإسكندرية - ٢٢)

١١ إذا كان : س + ص = ٥ ، ص − س = ٣
فإن : س^{٢} − ص^{٢} = ... (إطسا - الفيوم - ٢٢)

١٢ إذا كان : ك س^{٢} − ١٠ س + ١ مربعًا كاملًا
فإن : ك = ... (إيتاى البارود - البحيرة - ١٩)

١٣ إذا كان المقدار : ٩ س^{٢} + ك س + ٢٥ مربعًا كاملًا
فإن : ك = ... (الدلنجات - البحيرة - ١٨)

١٤ إذا كان المقدار : س^{٢} + ٦ س − ك مربعًا كاملًا
فإن : ك = ... (الهرم - الجيزة - ١٥)

١٥ س^{٣} − ٨ = (س − ٢) (..... + ... + ٤) (العمرانية - الجيزة - ١٩)

١٦ إذا كان : س^{٣} + حـ = (س + ٢) (س^{٢} − ٢ س + ٤)
فإن : حـ = ... (المطرية - القاهرة - ١٨)

١٧ إذا كان : ٤ أ^{٢} − ٢ أ + ١ أحد عاملى المقدار : ٨ أ^{٣} + ١
فإن العامل الآخر هو .... (أسوان - أسوان - ١٧)

١٨ إذا كان : (س − ١) أحد عاملى المقدار : س^{٣} − ١ فإن العامل الآخر
هو .... (مشتول السوق - الشرقية - ٢٢)

١٩ خارج قسمة : س^{٣} − ٨ على س − ٢ هو .... (حيث س ≠ ٢) (منوف - المنوفية - ١٨)

٢٠ (أ + ب) س + (أ + ب) ص = (أ + ...) (..... + ...) (قليوب - القليوبية - ١٩)

٢١ إذا كان المقدار : س ص + ٣ س + ص ع + ٣ ع = ١٥ ، ص + ٣ = ٥
فإن : س + ع = ... (أسوان - أسوان - ١٦)

٢٢ يمكن تحليل المقدار : س^{٤} + ٦٤ بإكمال المربع بإضافة الحد ....
ومعكوسه الجمعى. (العامرية - الإسكندرية - ١٧)

٢٣ مجموعة حل المعادلة : س^{٢} + ٢٥ = ٠ فى ح هى .... (دمنهور - البحيرة - ٢٣)

٢٤ مجموعة حل المعادلة : س (س − ٢) = صفر فى ح هى .... (الباجور - المنوفية - ٢٣)

٢٥ مجموعة حل المعادلة : ٣ س^{٢} − س = صفر فى ح هى .... (سنورس - الفيوم - ١٧)

٢٦ مجموعة حل المعادلة : $\frac{\text{س}}{٢} = \frac{٨}{\text{س}}$ فى ح هى .... (أوسيم - الجيزة - ٢٢)

٢٧ مجموعة حل المعادلة : (س − ٣) (س + ١) = ٠
هى .... (س ∈ ح) (الداخلة - الوادى الجديد - ١٨)

٢٨ مجموعة حل المعادلة : س^{٣} + ٩ س = صفر فى ح هى .... (جهينة - سوهاج - ٢٣)

٢٩ عددان حاصل ضربهما ٦ ومجموعهما −٥ هما .... ، .... (أسيوط - أسيوط - ١٩)

٣٠ إذا كان : س ، ص عددين حقيقيين وكان : س ص = ٠
فإن : س = ... أ، ص = ... (القاهرة الجديدة - القاهرة - ١٧)

ثالثًا الأسئلة المقالية

١ حلل تحليلًا كاملًا كلًا مما يأتي:

١ س^{٢} + ٨ س + ١٥ (المنيا - المنيا - ١٨)

٢ س^{٢} − ٧ س + ١٢ (شرق الزقازيق - الشرقية - ٢٣)

٣ س^{٢} + ١٣ س − ٣٠ (توجيه - المنوفية - ١٧)

٤ س^{٢} − ٣ س − ١٨ (٦ أكتوبر - الجيزة - ١٩)

٥ (حـ + ء)^{٢} + ٥ (حـ + ء) + ٦ (تلا - المنوفية - ١٩)

٦ ٣ س^{٢} + ٧ س + ٢ (الإسماعيلية - الإسماعيلية - ١٨)

٧ ٢ س^{٢} + س − ٦ (شرق المحلة - الغربية - ١٨)

٨ ٢ س^{٢} − ٥ س + ٣ (توجيه - بورسعيد - ٢٢)

٩ ٢ س^{٢} − ٥ س − ١٢ (أجا - الدقهلية - ١٨)

١٠ ٩ س^{٢} − ١٦ (توجيه - الإسماعيلية - ٢٣)

١١ ٣ س^{٢} − ٧٥ (قلين - كفر الشيخ - ٢٢)

١٢ ٨ س^{٣} + ١٢٥ (القاهرة الجديدة - القاهرة - ١٧)

١٣ ٣ س^{٣} − ٨١ (المنيا - المنيا - ١٩)

١٤ أ^{٣} + ٠,٠٠٨ (الوراق - الجيزة - ١٧)

١٥ أ س + ب س + ٥ أ + ٥ ب (بلطيم - كفر الشيخ - ٢٣)

١٦ ب س + ب ص + حـ س + حـ ص (٦ أكتوبر - الجيزة - ١٩)

١٧ س ص + ٥ س + ٧ ص + ٣٥ (منفلوط - أسيوط - ٢٣)

١٨ أ^{٢} + ٢ أ ب + ب^{٢} − حـ^{٢} (القرين - الشرقية - ١٩)

١٩ س^{٤} + ٤ ص^{٤} (العمرانية - الجيزة - ١٨)

٢٠ ٨١ س^{٤} + ٤ ص^{٤} (المنتزه - الإسكندرية - ١٦)

٢ أوجد قيمة ك التي تجعل المقدار: س^{٢} + ك س + ٩ مربع كاملًا. (العمرانية - الجيزة - ١٩)

٣ استخدم التحليل في تسهيل إيجاد قيمة كل مما يأتي:

١ (٧,٣)^{٢} + ٢ × ٧,٣ × ٢,٧ + (٢,٧)^{٢} (العمرانية - الجيزة - ١٩)

٢ (٩٩)^{٢} + ٢ × ٩٩ + ١ (كفر شكر - القليوبية - ١٩)

٣ (٧٥)^{٢} − (٢٥)^{٢} (الفتح - أسيوط - ٢٣)

٤ أوجد مجموعة الحل في ح لكل من المعادلات الآتية:

١ س^{٢} − ٨ س + ١٥ = ٠ (توجيه - الإسماعيلية - ١٩)

٢ س^{٢} + س − ٦ = ٠ (سوهاج - سوهاج - ١٨)

٣ س^{٢} − ٧ س − ١٨ = ٠ (توجيه - السويس - ٢٣)

٤ س^{٢} − س = ١٢ (أوسيم - الجيزة - ٢٢)

٥ ما العدد الموجب الذي إذا أضيف إلى مربعه كان الناتج ٢٠ ؟ (الدلنجات - البحيرة - ١٨)

٦ عدد حقيقي موجب إذا أضيف مربعه إلى خمسة أمثاله كان الناتج ٣٦ أوجد هذا العدد. (شرق طنطا - الغربية - ٢٣)

٧ أوجد العدد الحقيقي الذي ضعفه يزيد عن معكوسه الضربي بمقدار الواحد الصحيح. (غرب - الإسكندرية - ١٥)

٨ عددان صحيحان أحدهما يزيد عن الآخر بمقدار ٣ وحاصل ضربهما ١٨ فما العددان ؟ (دسوق - كفر الشيخ - ١٦)

٩ مستطيل بعداه س سم ، (س + ١) سم ومساحته ٣٠ سم^{٢} أوجد بعديه. (العامرية - الإسكندرية - ١٧)

١٠ مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٥ أمتار فإذا كانت مساحته ٨٤ م^{٢}. فأوجد بعدي المستطيل ومحيطه. (إسنا - الأقصر - ١٧)

الأسئلة الهامة على الوحدة الثانية

القوى الصحيحة غير السالبة والسالبة فى ح

أولاً أسئلة الاختيار من متعدد

١ نصف العد $٢^{١٠}$ = ... (عين شمس - القاهرة - ٢٣)

(أ) $٢^{٥}$ (ب) $٢^{١٠}$ (جـ) $٢^{٩}$ (د) $٢^{١١}$

٢ المعكوس الضربى للعدد $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{-١}$ = ... (نقادة - قنا - ٢٣)

(أ) $\frac{٣}{٥}$ (ب) $\frac{٥}{٣}$ (جـ) $-\frac{٣}{٥}$ (د) -٥

٣ $س^{٤} \times س^{-٣} \times س = س^{.....}$ (شمال الجيزة - الجيزة - ١٦)

(أ) ٨ (ب) -٨ (جـ) ٢ (د) ٣

٤ $(٣^{س+٢} - ٣^{س+١}) \div ٣^{س}$ = ... (شبين الكوم - المنوفية - ٢٣)

(أ) ٣ (ب) ٦ (جـ) ٩ (د) ٢٧

٥ إذا كانت : $٢^{س} = ٣$ ، $٢^{ص} = ٥$

فإن : $٢^{س+ص}$ = ... (غرب شبرا الخيمة - القليوبية - ١٧)

(أ) ١٥ (ب) ٨ (جـ) ٢ (د) -٢

٦ إذا كان : $٥^{س} = ١١$ ، $١١^{ص} = ١٢٥$ فإن : س ص = ... (وسط - القاهرة - ٢٢)

(أ) ٥٥ (ب) ١١ (جـ) ١٢٥ (د) ٣

٧ إذا كان : $س^{-٣} = ١٢٥$ فإن : س = ... (كوم حمادة - البحيرة - ١٧)

(أ) $\pm ٠,٢$ (ب) ٠,٠٢ (جـ) ٠,٢ (د) ٥

٨ $\left(\frac{\sqrt{٥}}{٣}\right)^{-٢}$ = ... (الإسماعيلية - الإسماعيلية - ١٨)

(أ) $\frac{٩}{٥}$ (ب) $\frac{-٥}{٩}$ (جـ) $\frac{٥}{٩}$ (د) $\frac{-٩}{٥}$

٩ $٢^{٥} + (\sqrt{٢})^{١٠}$ = ... (إطسا - الفيوم - ١٨)

(أ) $٢^{٦}$ (ب) $١٠^{١٠}$ (جـ) $(\sqrt{٢})^{١٥}$ (د) $(\sqrt{٢})^{٢٠}$

١٠ $٢^{٨} + ٢^{٨} + ٢^{٨} + ٢^{٨}$ = ... (سمنود - الغربية - ١٩)

(أ) $٢^{٢٤}$ (ب) $٢^{١٠}$ (جـ) $٤^{٨}$ (د) $٨^{٢٤}$

١١ $\frac{(\sqrt{٣})^{٣} \times (\sqrt{٣})^{٥}}{(\sqrt{٣})^{٦}}$ = ... (السنبلاوين - الدقهلية - ١٩)

(أ) ٣ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) ٩ (د) $\frac{١}{٩}$

١٢ $٣^{٤} + ٣^{٤} + ٣^{٤}$ = ... (عين شمس - القاهرة - ١٦)

(أ) $٣^{٤}$ (ب) $٣^{٥}$ (جـ) $٣^{٣}$ (د) $٤^{٣}$

١٣ إذا كان : $٥^{س+٣} = ١$ فإن : س = ... (أبو النمرس - الجيزة - ٢٣)

(أ) ١ (ب) ٣ (جـ) -٣ (د) ٤

١٤ إذا كان : $٣^{س-٢} = ٨١$ فإن : س = ... (توجيه - الإسماعيلية - ٢٣)

(أ) صفر (ب) ٦ (جـ) ٩ (د) ١٢

١٥ ربع العدد $٤^{٣}$ = ... (الإبراهيمية - الشرقية - ١٧)

(أ) $٢^{٤}$ (ب) $٢^{٨}$ (جـ) $٢^{٣}$ (د) $٢^{٥}$

١٦ $س^{٢} ص^{-٢} = ٨$ فإن : $\frac{س}{ص}$ = ... (المنتزة - الإسكندرية - ٢٢)

(أ) $\frac{١}{١٢}$ (ب) $\frac{١}{٨}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) ٢

١٧ إذا كان : $٣^{س} + ٣^{س} = ٦$ فإن : س = ... (أجا - الدقهلية - ١٨)

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٩

١٨ إذا كان : $٣^{س} = ٤$ فإن : $٩^{س}$ = ... (أسيوط - أسيوط - ١٩)

(أ) ٨ (ب) ١٨ (جـ) ٨١ (د) ١٦

١٩ سدس العدد $٢^{١٢} \times ٣^{١٢}$ هو .... (الدقى - الجيزة - ٢٣)

(أ) $٦^{٢}$ (ب) $٦^{٤}$ (جـ) $٦^{١١}$ (د) $٦^{٢٣}$

٢٠ إذا كان : $٣^{س} = ٥$ ، $\frac{١}{٣^{ص}} = ٧$ فإن : $٣^{س + ص} = $ .... (ديرب نجم - الشرقية - ١٦)

(أ) ٢ (ب) ١٢ (جـ) $\frac{٧}{٥}$ (د) $\frac{٥}{٧}$

٢١ $٥ + ٢ \times ٧ = $ .... (الرحمانية - البحيرة - ٢٣)

(أ) ١٤ (ب) ١٩ (جـ) ٤٩ (د) ٧٠

٢٢ $٤^{٢} - (\sqrt{٨})^{٢} + ١٦ \times (-٢)^{-٤} = $ .... (شرق مدينة نصر - القاهرة - ١٨)

(أ) ٨ (ب) ٩ (جـ) ١ (د) ٠

٢٣ إذا كان : $(س - ٥)^{صفر} = ١$ فإن : س ∋ .... (منيه النصر - الدقهلية - ٢٢)

(أ) ح - {٥} (ب) ح - {-٥} (جـ) {٥} (د) ح

٢٤ $٢^{١٠} + ٢^{١١} = $ .... (أبنوب - أسيوط - ٢٢)

(أ) ٢×٢^{٢٠} (ب) ٢×٢^{٢١} (جـ) ٣×٢^{١٠} (د) ٣×٢^{١١}

٢٥ $(\sqrt[٣]{٢} \times \sqrt[٣]{٤})^{٢} = $ .... (سنورس - الفيوم - ١٧)

(أ) ٦٤ (ب) ٣٦ (جـ) ٤ (د) ٨

ثانيًا أسئلة الإكمال

١ إذا كان : $(\sqrt{٥})^{س} = ٢٥$ فإن : س = ... (شبرا - القاهرة - ٢٣)

٢ إذا كان : $(س - ٣)^{صفر} = ١$ فإن : س ≠ .... (دمياط - دمياط - ١٨)

٣ $(\sqrt{٣} + \sqrt{٢})^{٧} (\sqrt{٣} - \sqrt{٢})^{٧} = $ .... (الفشن - بني سويف - ٢٣)

٤ إذا كانت : $٣^{س} + ٣^{س} + ٣^{س} = ١$ فإن : س = ... (المنشأة - سوهاج - ٢٢)

٥ المعكوس الضربى للعدد $(\sqrt{٣})^{٤}$ هو .... (غرب شبرا الخيمة - القليوبية - ١٧)

٦ $(\sqrt{٥})^{٥} \div ٥\sqrt{٥} = $ .... (فى أبسط صورة) (أسيوط - أسيوط - ١٧)

٧ $(٠,١)^{-٢} = $ .... (الداخلة - الوادى الجديد - ١٦)

٨ إذا كان : $\sqrt{\frac{أ}{ب}} = \frac{٢}{٣}$ فإن : $\frac{ب}{أ} = $ .... (القناطر الخيرية - القليوبية - ١٩)

٩ $(\sqrt{٣}) \div (\sqrt{٣})^{-١} = $ .... (كفر الدوار - البحيرة - ١٩)

١٠ المعكوس الضربى للعدد $(-٣)^{صفر}$ هو .... (فوة - كفر الشيخ - ١٩)

١١ إذا كان : $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{س + ٤} = ١$ فإن : س = ... (روض الفرج - القاهرة - ٢٣)

١٢ $(-٥)^{-٣} = $ .... (شرق - بورسعيد - ١٩)

١٣ إذا كان : $٣^{س} \times ٢^{-س} = ١,٥$ فإن : س = ... (غرب الفيوم - الفيوم - ١٩)

١٤ $(\sqrt{٢})^{٥} \times (\sqrt{٢})^{٧} = ٢^{......}$ (نبروة - الدقهلية - ٢٣)

١٥ إذا كان : $٥^{س} = ٧$ فإن : $٥^{س + ١} = $ .... (طوخ - القليوبية - ٢٢)

١٦ إذا كان : $٢^{س} = ١٥$ ، $٢^{ص} = ٥$ فإن : $٢^{س - ص} = $ .... (تلا - المنوفية - ٢٢)

١٧ إذا كان : $٢^{س} = ٣$ فإن : $٨^{-س} = $ .... (منوف - المنوفية - ١٨)

١٨ إذا كان : $٢^{س} = ٣^{س}$ فإن : س = ... (الهرم - الجيزة - ١٧)

١٩ إذا كان : $٧^{س - ٢} = ١$ فإن : س = ... (توجيه - بورسعيد - ٢٢)

٢٠ إذا كان : $\left(\frac{٥}{٣}\right)^{س} = \frac{٢٧}{١٢٥}$ فإن : س = ... (المنيا - المنيا - ١٦)

٢١ إذا كان : ٣ س = ٦ فإن : $(٢)^{-س} = $ .... (عين شمس - القاهرة - ١٨)

٢٢ $٢ + ٣ \times ٤ - ٥ = $ .... (الزيتون - القاهرة - ٢٣)

٢٣ $٢^{صفر} + ٢^{-١} - \left(\frac{-١}{\sqrt{٢}}\right)^{٢} = $ .... (شرق المحلة - الغربية - ١٨)

٢٤ $٢^{-٣} \times ٢^{-٢} \div ٤^{-٣} = $ .... (المنيا - المنيا - ١٦)

٢٥ إذا كان : $س + \frac{١}{س} = \sqrt{٣}$ فإن : $س^{٢} + \frac{١}{س^{٢}} = $ .... (أشمون - المنوفية - ١٩)

ثالثا الأسئلة المقالية

١ اختصر لأبسط صورة كلًا مما يأتى :

[١] $\frac{(\sqrt{٣})^{٤} \times (\sqrt{٣})^{٢}}{(\sqrt{٣})^{٥}}$ (البياضية - الأقصر - ٢٢)

[٢] $\frac{(\sqrt{٣})^{-٥} \times (\sqrt{٣})^{-٤}}{(\sqrt{٣})^{-١١}}$ (قنا - قنا - ١٦)

[٣] $\frac{(\sqrt{٣})^{-٣} \times (\sqrt{٢})^{-٤}}{(\sqrt{٣}) \times (\sqrt{٢})^{-٥}}$ (الرياض - كفر الشيخ - ٢٢)

[٤] $\frac{٢^{٢ن} \times ٣^{٢ن}}{٦^{٢ن}}$ (أسيوط - أسيوط - ١٦)

[٥] $\frac{٤^{ن} \times ٦^{٢ن}}{٢^{٤ن} \times ٣^{٢ن}}$ (منفلوط - أسيوط - ٢٣)

[٦] $\frac{٩^{س} \times ٣^{س+٢}}{(٢٧)^{س}}$ (شرق المحلة - الغربية - ١٨)

[٧] $\frac{(\sqrt{٢})^{٩} \times ٣^{-٢}}{٣ \times (\sqrt{٢})^{٥}}$ (حدائق القبة - القاهرة - ١٩)

[٨] $\frac{٢^{٢ن+١} \times ٥^{٢ن-١}}{(١٠)^{٢ن}}$ (ديرب نجم - الشرقية - ١٨)

---

٢ اختصر لأبسط صورة : $\frac{٤^{س+١} \times ٩^{٢-س}}{٦^{٢س}}$ ثم احسب قيمة الناتج عند : س = ١ (أشمون - المنوفية - ١٩)

---

٣ إذا كان : $٥^{س-٤} = ١٢٥$ فأوجد قيمة : س (وسط - القاهرة - ٢٢)

---

٤ إذا كان : $٢^{س-٣} = ١٦$ أوجد قيمة : س (الوراق - الجيزة - ١٧)

---

٥ إذا كان : $٣^{٢س-٤} = ٤^{٢س-٤}$ أوجد قيمة : س (أبو كبير - الشرقية - ٢٣)

---

٦ إذا كان : $٣^{س} = ٢٧$ ، $٤^{س+ص} = ١$ أوجد قيمة : س ، ص (إدفو - أسوان - ٢٣)

---

٧ إذا كان : $(١\frac{١}{٢})^{س^{٢}-٥} = \frac{٢٧}{٨}$ أوجد قيمة : س (بسيون - الغربية - ٢٣)

---

٨ إذا كان : $(\sqrt{٣})^{س+١} = ٩$ فأوجد قيمة : س (ديرب نجم - الشرقية - ١٦)

---

٩ أوجد قيمة س إذا كان : $٣^{س-٢} = \frac{١}{٩}$ (توجيه - السويس - ١٦)

١٠ أوجد قيمة ن حيث ن ∈ ص~ : $(\frac{٣}{٢})^{ن-٤} = ٢\frac{١}{٤}$ (العمرانية - الجيزة - ١٩)

---

١١ أوجد قيمة س إذا كانت : $(\sqrt{\frac{٣}{٢}})^{س-٢} = \frac{٤}{٩}$ (المنيا - المنيا - ١٩)

---

١٢ إذا كان : $(\frac{١}{٣})^{س} = ٨١$ فأوجد قيمة : $(\frac{٢}{٣})^{س+٢}$ (شبين الكوم - المنوفية - ١٩)

---

١٣ إذا كان : $\frac{٢^{س} \times ٣^{س}}{١٢^{س}} = \frac{١}{٢}$ فأوجد قيمة : س (غرب المحلة - الغربية - ١٩)

---

١٤ إذا كان : $س^{٢س-١} = ٣^{١-٢س}$ أوجد قيم : س (إطسا - الفيوم - ٢٢)

---

١٥ إذا كان : $س = \sqrt{٣}$ ، $ص = \sqrt{٧}$

أوجد قيمة : $(س + ص)^{٢} (س - ص)^{٢}$ (أسوان - أسوان - ١٦)

---

١٦ إذا كان : $س = \sqrt{٥}$ ، $ص = \sqrt{٣}$ أوجد قيمة : $\frac{س^{٤} - ص^{٤}}{س^{٢} - ص^{٢}}$ (غرب الفيوم - الفيوم - ١٦)

---

١٧ إذا كانت : س = ٣ ، $ص = \sqrt{٢}$ فأوجد القيمة العددية لكل مما يأتى فى أبسط صورة :

[١] $س^{٢} + ص^{٤}$

[٢] $س^{-٢} \times ص^{٤}$ (ديرب نجم - الشرقية - ١٨)

---

١٨ $س = \frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ، $ص = \frac{١}{\sqrt{٣}}$ ، $ع = \frac{\sqrt{٢}}{٢}$

فأوجد قيمة : $س^{٢} + (س ع)^{٢} \times ص^{٢}$ (الشيخ زايد - الجيزة - ٢٣)

أولًا أسئلة الاختيار من متعدد

١ إذا كان أ حدث فى فضاء العينة ف فإن : أ .... ف (فوة - كفر الشيخ - ١٩)

(أ) ∋ (ب) ∌ (ج) ⊃ (د) ⊅

٢ أى من الآتى يمكن أن يكون احتمالاً لأحد الأحداث ؟ (سمسطا - بنى سويف - ١٩)

(أ) ٠,٧٣- (ب) ١,٢٣ (ج) ٧٩٪ (د) $\frac{٤}{٣}$

٣ احتمال الحدث المستحيل يساوى .... (العدوة - المنيا - ٢٣)

(أ) ١ (ب) ١- (ج) صفر (د) ∅

٤ احتمال الحدث المؤكد يساوى .... (شمال - السويس - ٢٣)

(أ) ١ (ب) صفر (ج) ٠,٥ (د) ٣٠٪

٥ ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور العدد ٥ يساوى .... (الوراق - الجيزة - ٢٣)

(أ) $\frac{١}{٦}$ (ب) $\frac{١}{٥}$ (ج) ٥ (د) $\frac{٥}{٦}$

٦ عند إلقاء قطعة نقود مرة واحدة فإن احتمال ظهور الكتابة يساوى .... (أشمون - المنوفية - ١٩)

(أ) ٢ (ب) ١ (ج) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{١}{٤}$

٧ ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور العدد ٧ يساوى .... (شرق الزقازيق - الشرقية - ١٩)

(أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣

٨ عند إلقاء قطعة نقود مرة واحدة فإن احتمال ظهور صورة يساوى .... (أبو حمص - البحيرة - ١٩)

(أ) ٥٪ (ب) ٥٠٪ (ج) ٠,٥٪ (د) ٥٠

٩ إذا ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور عدد أقل من ٧ يساوى .... (حلوان - القاهرة - ٢٣)

(أ) صفر (ب) $\frac{١}{٧}$ (ج) $\frac{٦}{٧}$ (د) ١

١٠ ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور عدد أولى يساوى .... (ملوى - المنيا - ٢٣)

(أ) صفر (ب) ١ (ج) $\frac{١}{٢}$ (د) ٧

١١ عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور عدد فردى يساوى .... (الروضة - دمياط - ٢٢)

(أ) $\frac{١}{٣}$ (ب) $\frac{١}{٢}$ (ج) ١ (د) $\frac{١}{٦}$

١٢ سُحبت بطاقة واحدة عشوائيًا من بطاقات مرقمة من ١ إلى ١٠ ، فإن احتمال البطاقة المسحوبة تحمل عددًا زوجيًا أكبر من ٣ يساوى .... (القوصية - أسيوط - ١٩)

(أ) $\frac{٣}{١٠}$ (ب) $\frac{٤}{١٠}$ (ج) $\frac{٥}{١٠}$ (د) $\frac{٧}{١٠}$

١٣ عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة الوجه العلوى فإن احتمال ظهور عدد يقبل القسمة على ٣ يساوى .... (أوسيم - الجيزة - ١٩)

(أ) $\frac{١}{٤}$ (ب) $\frac{١}{٢}$ (ج) $\frac{١}{٣}$ (د) $\frac{٣}{٤}$

١٤ إذا كان احتمال نجاح طالب هو ٠,٦ فإن احتمال رسوبه هو .... (السيدة زينب - القاهرة - ٢٣)

(أ) ٠,١٤ (ب) ٠,٤ (ج) ٤ (د) ٦

١٥ إذا كان احتمال نجاح طالب فى أحد الامتحانات هو ٠,٧ فإن احتمال رسوبه هو .... (العجمى - الإسكندرية - ٢٣)

(أ) ٧٪ (ب) ٣٠٪ (ج) ٧٠٪ (د) ٣٪

١٦ إذا كان احتمال أن يحل طالب مسألة هو ٠,٧ فإن عدد المسائل المتوقع أن يحلها من بين ٢٠ مسألة يساوى .... (أبو قرقاص - المنيا - ١٥)

(أ) ٧ (ب) ١٠ (ج) ١٤ (د) ٢٠

١٧ صندوق يحتوي على عدد من الكرات نصفها بيضاء وثلثها خضراء ، وباقى الكرات زرقاء ، فإذا سُحبت واحدة عشوائيًا فإن احتمال أن تكون الكرة المسحوبة زرقاء يساوى .... (كفر شكر - القليوبية - ١٨)

(أ) $\frac{١}{٦}$ (ب) $\frac{١}{٤}$ (جـ) $\frac{١}{٣}$ (د) $\frac{١}{٢}$

١٨ غرفة بها خمسة أبواب مرقمة من ١ إلى ٥ فإن احتمال خروج شخص من الباب رقم ٣ يساوى .... (شبرا - القاهرة -٢٣)

(أ) $\frac{١}{٥}$ (ب) $\frac{١}{٤}$ (جـ) $\frac{٣}{٥}$ (د) $\frac{٢}{٥}$

ثانيًا أسئلة الإكمال

١ .... ≥ احتمال وقوع أى حدث ≥ .... (إطسا - الفيوم - ٢٢)

٢ احتمال وقوع أى حدث ∋ [.............. ، ....] (الباجور - المنوفية - ٢٣)

٣ ألقى حجر نرد مرة واحدة ، فإن احتمال ظهور العدد ٢ يساوى .... (المنتزه - الإسكندرية - ١٦)

٤ احتمال ظهور عدد أكبر من ١٠ عند رمى حجر نرد منتظم مرة واحدة يساوى .... (كوم حمادة - البحيرة - ١٩)

٥ إذا كان احتمال وقوع حدث ما يساوى ٧٠ ٪ فإن احتمال عدم وقوعه يساوى .... ٪ (توجيه - الأقصر - ٢٣)

٦ إذا كان احتمال نجاح طالب هو $\frac{٣}{٧}$ فإن احتمال رسوبه يساوى .... (النزهة - القاهرة - ٢٣)

٧ إذا اختير عشوائيًا أحد أرقام العدد ٣٧٤٥٢ فإن احتمال أن يكون الرقم المختار زوجيًا يساوى .... (عين شمس - القاهرة - ١٦)

٨ كيس به ٩ بطاقات مرقمة من ١ إلى ٩ ، سُحبت منه بطاقة واحدة عشوائيًا فإن احتمال أن تكون هذه البطاقة تحمل عددًا أوليًا فرديًا يساوى .... (إيتاى البارود - البحيرة - ١٩)

٩ فصل دراسى به ٢٥ ولدًا ، ٢٠ بنتًا فإذا اختير أحدهم عشوائيًا فإن احتمال أن تكون بنت هو .... (المنزلة - الدقهلية - ٢٣)

١٠ فصل دراسى به ٤٥ طالب وطالبة ، احتمال اختيار طالب هو $\frac{٥}{٩}$ فإن عدد الطالبات يساوى .... (القناطر الخيرية - القليوبية - ٢٣)

ثالثًا الأسئلة المقالية

١ صندوق يحتوى على كرات متماثلة منهم ٤ كرات حمراء ، ٧ كرات خضراء ، ٥ كرات زرقاء ، سحبت كرة عشوائيًا. **أوجد احتمال أن تكون الكرة المسحوبة :**

١ خضراء. ٢ ليست زرقاء.

١ صفراء. ٢ حمراء أو زرقاء. (مشتول السوق - الشرقية - ٢٢)

٢ **ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة فما احتمال ظهور كل من الحدثين الآتيين :**

١ ظهور عدد أقل من ١ ٢ ظهور عدد أكبر من ٤ (الفشن - بنى سويف - ١٩)

٣ صندوق به ٩ بطاقات متماثلة مرقمة من ١ إلى ٩ فإذا اختيرت بطاقة واحدة عشوائيًا ولوحظ العدد الظاهر ، فما احتمال أن تكون البطاقة المسحوبة تحمل :

١ عددًا فرديًا. ٢ عددًا يقبل القسمة على ٣

٣ عددًا مربعًا كاملًا. (ميت سلسيل - الدقهلية - ٢٣)

٤ **أُلقى حجر نرد منتظم مرة واحدة فما احتمال ظهور كل من الحدثين الآتيين :** (أبو تشت - قنا - ١٩)

١ ظهور عدد يقبل القسمة على ٧ ٢ ظهور عدد أولى ≥ ٤

٥ إذا سُحبت بطاقة عشوائيًا من ١٠ بطاقات مرقمة من ١ إلى ١٠

أوجد احتمال سحب بطاقة تحمل رقمًا :

١ زوجيًا. ٢ لا يقبل القسمة على ٥ (الساحل - القاهرة - ١٦)

٦ مجموعة من البطاقات مرقمة من ١ إلى ٢٤ فإذا سُحبت منها بطاقة واحدة عشوائيًا.

أوجد احتمال أن تكون البطاقة المسحوبة عليها :

[١] عدد مضاعف للعدد ٦ [٢] عدد مربع كامل. (العمرانية - الجيزة - ١٩)

---

٧ من مجموعة الأرقام {٢ ، ٣ ، ٥} كون مجموعة الأعداد المكونة من رقمين مختلفين ثم أوجد احتمال أن يكون أحد الأعداد المكونة زوجيًا. (شرق كفر الشيخ - كفر الشيخ - ١٥)

---

٨ مدرسة بها ٣٢٠ تلميذًا وتلميذة إذا كان احتمال أن يكون التلميذ المثالى ولدًا هو ٠,٦ فأوجد عدد بنات المدرسة. (فوة - كفر الشيخ - ١٩)

---

٩ يلعب نادى ٣٠ مباراة فى الدورى العام فإذا كان احتمال تعادله فى إحدى المباريات هو ٠,٣ واحتمال فوزه هو ٠,٦ أوجد : (توجيه - أسيوط - ٢٣)

[١] عدد المباريات المتوقع أن يتعادل فيها. [٢] عدد المباريات المتوقع أن يخسرها.

---

١٠ كيس به عدد من الكرات المتماثلة منها ٢ باللون الأخضر ، ٤ باللون الأزرق والباقى باللون الأحمر فإذا كان احتمال سحب كرة باللون الأخضر هو $\frac{١}{٦}$ فأوجد عدد الكرات الحمراء. (الدلنجات - البحيرة - ٢٣)

الامتحانات النهائيـــــة

فى الجبـــر والإحصـــاء

- نماذج امتحانات الكتاب المدرسى.
- امتحانات بعض مدارس المحافظات.

لمزيد من امتحانات الجبر و الإحصاء امسح الكود







نموذج 1

أجب عن الأسئلة الآتية :

1 أكمل ما يأتي :

1 إذا كانت : $٢^{س+٣} = ١$ فإن : س = ...

2 إذا كان : س + ص = ٤ ، س − ص = ٢ فإن : $س^٢ - ص^٢$ = ...

3 مجموعة حل المعادلة : $س^٢ - ١ = ٨$ ، حيث س ∈ $ص_+$ هي ....

4 إذا كان : $٢^{س} = ٣$ فإن : $٨^{-س}$ = ...

5 مجموعة حل المعادلة : $س^٢ - ٣ = ٠$ في ح هي ....

2 اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

1 $\frac{٥^{-٢} \times \sqrt{٥}}{٥\sqrt{٥}}$ = ...

(أ) $\frac{١}{١٢٥}$ (ب) $\frac{١}{٢٥}$ (جـ) ٢٥ (د) ١٢٥

2 $ص_+ - ص_-$ = ...

(أ) $ص_+$ (ب) ط (جـ) ∅ (د) {٠}

3 حجم مكعب طول حرفه ٣ سم يساوي .... $سم^٣$

(أ) ٩ (ب) ١٢ (جـ) ٢٧ (د) ٨١

4 إذا كان المقدار الثلاثي : $س^٢ + ك س + ٣٦$ مربعًا كاملاً فإن : ك = ...

(أ) ± ٦ (ب) ± ٨ (جـ) ± ١٢ (د) ± ١٨

5 عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة الوجه العلوى فإن احتمال ظهور عدد يقبل القسمة على ٣ يساوى ....

(أ) $\frac{١}{٤}$ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{٣}{٤}$

6 إذا كان : $\left(\frac{٥}{٣}\right)^{س} = \frac{٢٧}{١٢٥}$ فإن : س = ...

(أ) −٥ (ب) −٣ (جـ) ٣ (د) ٥

3 حلل كلًا من المقادير الآتية :

1 $س^٢ + ٨ س + ١٥$ 2 $٢ س^٢ + ٧ س + ٣$

3 $س^٣ - ١$ 4 أ س − ٧ أ + ٣ س − ٢١

4 (أ) اختصر لأبسط صورة : $\frac{٤^{ن} \times ٦^{٢ن}}{٢^{٤ن} \times ٣^{٢ن}}$

(ب) أوجد مجموعة الحل للمعادلة الآتية حيث س ∈ ح : $س^٢ - ٨ س + ١٢ = ٠$

5 (أ) كيس يحتوى على عدد من الكرات المتماثلة منها ٥ كرات بيضاء والباقى من اللون الأحمر ، فإذا كان احتمال سحب كرة حمراء يساوى $\frac{٢}{٣}$ فأوجد العدد الكلى للكرات.

(ب) إذا كان : $٣^{س} = ٢٧$ ، $٤^{س+ص} = ١$ فأوجد : قيمتى س ، ص

نموذج 2

أجب عن الأسئلة الآتية :

1 أكمل ما يأتي :

1 $٩ أ^٢ - ٤ ب^٢$ = (٣ أ − ....) (.............. + ٢ ب)

2 $س^٣$ − .... = (س − ٢) (.............. + ٢ س + ٤)

3 (٥ س − ٢ ص) ($٢٥ س^٢ + ١٠ س ص + ٤ ص^٢$) = ...

4 إذا كان : $\frac{٢ س}{٥} = ٦$ فإن : س = ...

5 كيس به ٩ بطاقات مرقمة من ١ إلى ٩ ، سحبت منه بطاقة واحدة عشوائيًا فإن احتمال أن تكون هذه البطاقة تحمل عددًا أوليًا فرديًا يساوى ....

2 اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

1 إذا كان : $س^٣ ص^{-٣} = ٨$ فإن : $\frac{ص}{س}$ = ...

(أ) ٨ (ب) $\frac{١}{٨}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) ٢

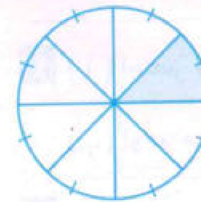
2 المقدار : $س^٢ + ٤ س + أ$ يكون مربعًا كاملًا إذا كانت أ = ...

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٨ (د) ١٦

٣ مجموعة حل المعادلة : $س^{٢} - س = ٠$ هى .... (س ∈ ح)

(أ) {٠}　(ب) ∅　(جـ) {٠ ، ١}　(د) {١}

٤ فى الشكل المقابل :



الجزء المظلل يمثل .... الدائرة.

(أ) $\frac{١}{٨}$　(ب) $\frac{١}{٦}$

(جـ) $\frac{١}{٤}$　(د) $\frac{١}{٣}$

٥ إذا كان : $٣^{س} + ٣^{س} + ٣^{س} = ١$ فإن: س = ...

(أ) -١　(ب) ٠　(جـ) $\frac{١}{٣}$　(د) ١

٦ إذا كان : $٦^{س} = ١١$ فإن : $٦^{س+١}$ = ...

(أ) ١٢　(ب) ٢٢　(جـ) ٦٦　(د) ٧٢

٣ حلل كلًا مما يأتى :

١ $٤س^{٢} - ٩$　٢ $س^{٣} + ٨$

٣ $س^{٢} - ٥س$　٤ $س^{٢} - ٧س + ١٢$

٤ (أ) أوجد مجموعة الحل فى ح للمعادلة : $س^{٢} - س - ٦ = ٠$.

(ب) اختصر لأبسط صورة : $\frac{(\sqrt{٣})^{٥} \times (٣)^{-٢}}{٣ \times (\sqrt{٣})^{٩}}$

٥ (أ) إذا كان : $\frac{٢^{س} \times ٣^{س}}{(١٢)^{س}} = \frac{١}{٢}$ فأوجد : قيمة س

(ب) كيس به عدد من الكرات المتماثلة منها ٢ باللون الأخضر ، ٤ باللون الأزرق والباقى باللون الأحمر ، فإذا كان احتمال سحب كرة باللون الأخضر هو $\frac{١}{٦}$ فأوجد عدد الكرات الحمراء.

نموذج امتحان للطلاب المدمجين

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مجموعة حل المعادلة : $س^{٢} + ٢٥ = ٠$ فى ح هى ....

(أ) {٥ ، -٥}　(ب) {٥}　(جـ) {-٥}　(د) ∅

٢ إذا كان المقدار : $س^{٢} + أس + ٩$ مربعًا كاملاً فإن : أ = ...

(أ) ٣　(ب) ٦　(جـ) ٩　(د) ١٨

٣ إذا كان (س - ١) أحد عاملى المقدار : $س^{٢} - ٤س + ٣$ فإن العامل الآخر هو ....

(أ) (س + ٣)　(ب) (س + ١)　(جـ) (س - ٣)　(د) (س - ٤)

٤ إذا كان : $\left(\frac{٥}{٣}\right)^{س} = \left(\frac{٣}{٥}\right)^{٢}$ فإن : س = ...

(أ) -٢　(ب) ٢　(جـ) $\frac{١}{٢}$　(د) $-\frac{١}{٢}$

٥ احتمال الحدث المؤكد يساوى ....

(أ) صفر　(ب) $\frac{١}{٢}$　(جـ) ١　(د) ٢

٢ صل من العمود (أ) بما يناسبه من العمود (ب) :

العمود (أ)	العمود (ب)
١ إذا كان : $أ^{٢} - ب^{٢} = ١٥$ ، أ + ب = ٣ فإن : أ - ب = ...	● ٥
٢ إذا اختير عشوائيًا أحد أرقام العدد ٣٧٤٥٠ فإن احتمال أن يكون الرقم المختار زوجيًا يساوى	● ٦
٣ إذا كان : $(س + ٣ص)^{٢} = س^{٢} + ك س ص + ٩ص^{٢}$ فإن : ك = ...	● $\frac{٢}{٥}$
٤ $٤^{٣} + ٤^{٣} + ٤^{٣} + ٤^{٣} =$	● صفر
٥ احتمال الحدث المستحيل يساوى	● $٤^{٤}$

٣ أكمل ما يلى :

١ $س^{٢} - ص^{٢}$ = (............ − ....) (............ + ...)

٢ $س^{٣} - ٨$ = (............ − ....) ($س^{٢}$ + ٢ س + ...)

٣ $س^{٢} - ٥ س + ٦$ = (س − ....) (............ − ٣)

٤ (أ + ب) س + (أ + ب) ص = (أ + ...) (............ + ...)

٤ ضع علامة (✓) أو (✗) :

١ مدرسة بها ٣٢٠ تلميذًا وتلميذة ، إذا كان احتمال أن يكون التلميذ المثالى ولدًا هو ٠,٦ فإن عدد البنات يساوى ١٢٨ ( )

٢ إذا كانت : $٣^{س} = ٢٧$ فإن : $س = \frac{١}{٣}$ ( )

٣ سحبت بطاقة عشوائيًا من بطاقات مرقمة من ١ إلى ١٠ فإن احتمال أن تكون البطاقة تحمل عددًا فرديًا أكبر من ٣ هو $\frac{٣}{١٠}$ ( )

٤ العدد الحقيقى الموجب الذى إذا أضيف مربعه إلى ثلاثة أمثاله كان الناتج ٢٨ هو ٤ ( )

٥ مجموعة حل المعادلة : س (س − ٣) (س + ٥) = ٠ فى ح هى {٠ ، ٣ ، −٥} ( )

٥ أكمل الحل ليصبح المقدار $\frac{٤^{ن} \times ٦^{٢ن}}{٢^{٤ن} \times ٣^{٢ن}}$ فى أبسط صورة :

$$= \frac{(٢^{......})^{ن} \times (...... \times ٣)^{٢ن}}{٢^{٤ن} \times ٣^{٢ن}} = \frac{٢^{......} \times ......^{٢ن} \times ٣^{٢ن}}{٢^{٤ن} \times ٣^{٢ن}}$$

$$= ٢^{......+٢ن-......} \times ٣^{٢ن-......}$$

$$= ٢^{......} \times ٣^{......}$$

= ....



١ محافظة القاهرة

ادارة المعادى
توجيه الرياضيات

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان المقدار : $٤ س^{٢} + ك س + ٩$ مربعًا كاملًا فإن : ك = ...

(أ) ± ٨ (ب) ± ١٢ (جـ) ± ١٨ (د) ± ٦

٢ $٤^{٣} + ٤^{٣} + ٤^{٣} + ٤^{٣}$ = ...

(أ) $٤^{١٢}$ (ب) $٤^{٨١}$ (جـ) $٤^{٢}$ (د) $٤^{٤}$

٣ إذا كان : $٧^{س} = ١١$ فإن : $٧^{س+١}$ = ...

(أ) ١٢ (ب) ٢٢ (جـ) ٧٧ (د) ٨٤

٤ مجموعة حل المعادلة : $س^{٢} + ٩$ = صفر فى ح هى ....

(أ) {٣} (ب) {٣ ، −٣} (جـ) ∅ (د) {−٣}

٥ $ص_{+} \cap ط$ = ...

(أ) $ص_{+}$ (ب) ط (جـ) {٠} (د) $ص_{-}$

٦ إذا كان : $س^{٢} ص^{-٣} = ٨$ فإن : $\frac{ص}{س}$ = ...

(أ) ٢ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) ٨ (د) $\frac{١}{٨}$

٢ أكمل ما يأتى :

١ إذا كان : $س^{٢} - ص^{٢} = ٢٤$ ، س + ص = ٦ فإن : س − ص = ...

٢ المنوال للقيم : ٢ ، ٧ ، ٣ ، ٧ ، ٢ ، ٧ هو ....

٣ إذا كان : $٣^{س+٥} = ١$ فإن : س = ...

٤ إذا كان : (س + ٤) أحد عاملى المقدار : $س^{٢} - ٣ س - ٢٨$ فإن العامل الآخر هو ....

٥ إذا كان احتمال نجاح طالب ٠,٧٥ فإن احتمال رسوبه ....

٦ إذا كان : $(س - ٣)^{صفر} = ١$ فإن : س ∈ ....

٣ حلل المقادير الآتية :

[١] $٢\text{س}^{٢} - ١٣\text{س} - ٧$ [٢] * $\text{س}^{٤} + ٤\text{ص}^{٤}$

[٣] $\text{س}^{٣} - ٣\text{س}^{٢} + ٦\text{س} - ١٨$ [٤] $٢\text{س}^{٢} - ٥٠$

٤ (أ) اختصر الآتى لأبسط صورة : $\frac{٩^{\text{س}+١} \times ٤^{\text{س}}}{٦^{٢\text{س}}}$

(ب) أوجد مجموعة حل المعادلة الآتية فى ح : $\text{س}(\text{س} + ٥) = ١٤$

٥ (أ) إذا كانت : $\left(\frac{٢}{٥}\right)^{٢\text{س}+١} = \frac{٨}{١٢٥}$ **فأوجد : قيمة س**

(ب) صندوق به ١٠ بطاقات مرقمة من ١ إلى ١٠ ، سحبت منه بطاقة عشوائيا. فما احتمال أن تكون البطاقة المسحوبة :

[١] تحمل عددًا فرديًا.   [٢] تحمل عددًا أوليًا زوجيًا.

[٣] تحمل عددًا يقبل القسمة على ٣



٢ إدارة شبرا — محافظة القاهرة

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ أكمل كلًا مما يأتى بالإجابة الصحيحة :

[١] إذا كان : $(\sqrt{٥})^{\text{س}} = ٢٥$ فإن : س = ...

[٢] إذا كان : س عددًا فرديًا فإن العدد الزوجى التالى هو ....

[٣] مجموعة حل المتباينة : $١ < \text{س} < ٤$ فى ح هى ....

[٤] إذا كان : $\text{س}^{٢} + \text{ص}^{٢} = ١٧$ ، $\text{س ص} = ٤$ فإن : $(\text{س} + \text{ص})^{٢} =$ ....

[٥] إذا كان : $٥^{\text{س}} = ٧$ فإن : $٥^{\text{س}+١} =$ ....

[٦] $١ - ٣٥٪ =$ ....

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] * يمكن تحليل المقدار : $\text{س}^{٤} + ٤$ بإكمال المربع بإضافة الحد .... ومعكوسه الجمعى.

(أ) $٤\text{س}^{٢}$ (ب) $٢\text{س}^{٢}$ (جـ) $٨\text{س}^{٢}$ (د) $٤\text{س}^{٤}$

[٢] مجموعة حل المعادلة : $\text{س}^{٢} + ٤ =$ صفر فى ح هى ....

(أ) $\{٠ ، ٢\}$ (ب) $\{٢ ، -٢\}$ (جـ) $\{٠\}$ (د) $\varnothing$

[٣] غرفة بها خمسة أبواب مرقمة من ١ إلى ٥ فإن احتمال خروج شخص من الباب رقم ٣ يساوى ....

(أ) $\frac{١}{٥}$ (ب) $\frac{١}{٤}$ (جـ) $\frac{٣}{٥}$ (د) $\frac{٢}{٥}$

[٤] $(\text{س} + ١)(\text{س}^{٢} - \text{س} + ١) =$ ....

(أ) $\text{س}^{٢} - ١$ (ب) $\text{س}^{٢} + ١$ (جـ) $\text{س}^{٣} + ١$ (د) $\text{س}^{٣} - ١$

[٥] $٣^{٧} + ٣^{٧} + ٣^{٧} =$ ....

(أ) $٣^{٦}$ (ب) $٣^{٧}$ (جـ) $٣^{٨}$ (د) $٣^{٢١}$

[٦] إذا كان : $٣^{\text{س}-٢} = ٧^{\text{س}-٢}$ فإن : $٣^{\text{س}} =$ ....

(أ) ٣   (ب) ٩   (جـ) ٢   (د) ٦

٣ حلل ما يأتى تحليلًا تامًا :

[١] $\text{س}^{٣} - \text{س}^{٢} - ١٢\text{س}$ [٢] $(\text{س} - ١)(\text{س} + ١) - ٨$

[٣] $٨\text{س}^{٣} + ١$ [٤] $\text{س} - ٢\text{ص} + ٥\text{س} - ١٠\text{ص}$

٤ (أ) أوجد فى ح مجموعة حل المعادلة : $\text{س}^{٢} = ٣\text{س}$

(ب) اختصر لأبسط صورة : $\frac{٨^{\text{س}} \times ٩^{\text{س}}}{١٨^{\text{س}} \times ٤^{\text{س}}}$

٥ (أ) أوجد قيمة س إذا كان : $\left(\frac{١}{٢}\right)^{\text{س}+٣} = \frac{١}{٨}$

(ب) فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة عشوائيًا أوجد احتمال ظهور وجه يحمل :

[١] عددًا أكبر من ٦   [٢] عددًا أوليًا زوجيًا.



٣ إدارة الهرم — مدرسة المستقبل الحديثة — محافظة الجيزة

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] مجموعة حل المعادلة : $\text{س}^{٢} - ٥\text{س} =$ صفر فى ح هى ....

(أ) $\{٥\}$ (ب) $\{-٥\}$

(جـ) $\{٠ ، ٥\}$ (د) $\{٠ ، -٥\}$

٢ إذا كان : $٣^{س - ٥} = ٧^{س - ٥}$ فإن : س = ...

(أ) ٧ (ب) ٥ (جـ) ٣ (د) صفر

٣ إذا كان : $٢^{س - ٣} = ١$ فإن : س = ...

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) صفر

٤ إذا كان : $س^{٢} + ١٤ س + ب$ مربعًا كاملًا فإن : ب = ...

(أ) ٢ (ب) ٧ (جـ) ١٤ (د) ٤٩

٥ إذا كان : (س + ٣) أحد عاملى المقدار : $س^{٢} + س - ٦$ فإن العامل الآخر هو ....

(أ) س − ٣ (ب) س − ٢ (جـ) س − ٦ (د) س + ٤

٦ إذا كان : $س^{٢} - ص^{٢} = ١٦$ ، س − ص = ٢ فإن : س + ص = ...

(أ) ٥ (ب) ٤ (جـ) ٨ (د) ١٤

---

٢ أكمل :

١ إذا كان احتمال نجاح طالب ٨٠ ٪ فإن احتمال رسوبه ....

٢ نصف العدد $٢^{١٠}$ = ...

٣ إذا كان : أ + ب = ٢ ، جـ + ء = ٨

فإن : أ جـ + أ ء + ب جـ + ب ء = ...

٤ (س + ٤) ($س^{٢}$ − ٤ س + ١٦) = $س^{٣}$ + ...

٥ إذا كان : $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{س} = \left(\frac{٣}{٢}\right)^{٢}$ فإن : س = ...

٦ احتمال الحدث المؤكد يساوى ....

---

٣ حلل المقادير الآتية :

١ $س^{٢} - ٣ س - ١٨$

٢ $٣ س^{٣} - ١٢ س$

٣ $٢ س^{٢} - ٥ س + ٣$

٤ $س^{٣} + ١٢٥$

---

٤ (أ) أوجد قيمة س فى كل مما يأتى :

١ $٣^{س - ٢} = ٨١$

٢ $\left(\frac{٢}{٥}\right)^{٢ س - ١} = \frac{٨}{١٢٥}$

(ب) اختصر لأبسط صورة : $\frac{٣^{س + ١} \times ٥^{س + ١}}{١٥^{س}}$

٥ (أ) عدد حقيقى موجب إذا أضيف إلى مربعه كان الناتج ٥٦ فما هو العدد ؟

(ب) صندوق به ٧ كرات حمراء ، ٥ كرات زرقاء ، ٣ كرات خضراء. سحبت كرة واحدة عشوائيًا . احسب احتمال أن تكون الكرة المسحوبة :

١ حمراء. ٢ زرقاء أو خضراء. ٣ ليست زرقاء.

٤ محافظة الإسكندرية

إدارة العجمى

توجيه الرياضيات - نموذج (أ)



أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : $\sqrt{١٦} = \sqrt[٣]{س}$ فإن : س = ...

(أ) ٤ (ب) ٦٤ (جـ) ١٦ (د) ٢١٦

٢ مجموعة حل المتباينة : س ≥ −١ فى ط هى ....

(أ) {٠} (ب) ∅ (جـ) {−١} (د) {١}

٣ إذا كان : $س^{٢} + ٢ س ص + ص^{٢} = ٢٥$ فإن : س + ص = ...

(أ) ٥ (ب) −٥ (جـ) ± ٥ (د) ٢٥

٤ لأى حدث أ ⊂ ف يكون : ل (أ) .... [صفر ، ١]

(أ) ⊂ (ب) ∈ (جـ) ⊄ (د) ∉

٥ المقدار : $س^{٢} + ٦ س + ك$ يكون مربعًا كاملًا عند ك = ...

(أ) ٣٦ (ب) ٤ (جـ) ٩ (د) ٨١

٦ إذا كان احتمال نجاح طالب هو ٠,٧ فإن احتمال رسوبه هو ....

(أ) ٨ ٪ (ب) ٣٠ ٪ (جـ) ٧٠ ٪ (د) ٣ ٪

---

٢ أكمل ما يأتى :

١ إذا كان : $س^{٣} ص^{-٣} = ٨$ فإن : $\frac{س}{ص}$ = ...

٢ إذا كان المنوال للقيم : ٣ ، $س^{٢}$ + ٢ ، ٥ ، ٣ ، ٥ هو ٣ فإن : س = ...

٣ إذا كان : $\left(\frac{٥}{٣}\right)^{س} = \left(\frac{٣}{٥}\right)^{٢}$ فإن : س = ...

٤ ثلاثة أمثال مربع العدد س هو ....

٥ إذا كان : (س + ١) أحد عاملى المقدار : $\text{س}^{٢} - ١$ فإن العامل الآخر هو ....

٦ إذا كان : $(٢٥)^{٢} - (١٥)^{٢} = ١٠\,\text{س}$ فإن : س = ...

٣ حلل كلًا مما يأتى تحليلًا تامًا :

١ $\text{س}^{٢} - ٧\,\text{س} + ١٢$ ٢ $\text{س}^{٣} - ٢٧$

٣ * $٨١\,\text{س}^{٤} + ٤\,\text{ع}^{٤}$ ٤ $\text{س ص} + ٢\,\text{ص} + ٥\,\text{س} + ١٠$

٤ (أ) أوجد قيمة س إذا كان : $\left(\frac{٣}{٢}\right)^{\text{س}-١} = \frac{٩}{٤}$

(ب) أوجد مجموعة حل المعادلة الآتية فى ح : $\text{س}^{٢} - \text{س} = ١٢$

٥ (أ) اختصر لأبسط صورة : $\frac{٨^{\text{س}} \times ٥^{\text{س}}}{٢٠^{\text{س}}}$

(ب) كيس به عدد من الكرات المتماثلة ، منها ٢ باللون الأخضر ، ٤ باللون الأزرق ، والباقى باللون الأحمر ، فإذا كان احتمال سحب كرة باللون الأخضر هو $\frac{١}{٦}$ ، أوجد :

١ عدد الكرات الحمراء.

٢ احتمال سحب كرة زرقاء عشوائيًا من الكيس.

٣ احتمال سحب كرة سوداء عشوائيًا من الكيس.

٥ إدارة قها توجيه الرياضيات — محافظة القليوبية



أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : $\text{س}^{٢} + ١٠\,\text{س} - \text{ك}$ مربعًا كاملًا فإن : ك = ...

(أ) ٥٠ (ب) ٢٥ (جـ) ١٠ (د) −٢٥

٢ إذا كان : $\text{أ}^{\text{س}} = ٣$ ، $\text{أ}^{\text{ص}} = ٤$ فإن : $\text{أ}^{\text{س}+\text{ص}}$ = ...

(أ) ٧ (ب) ١٢ (جـ) $\frac{٣}{٤}$ (د) $\frac{٤}{٣}$

٣ إذا كان : $٢^{\text{س}} = ٧$ ، $٧^{\text{ص}} = ١٦$ فإن : س ص = ...

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٧ (د) ١٦

٤ مكعب حجمه $٢\sqrt{٢}$ سم^{٣} فإن طول حرفه .... سم

(أ) $\sqrt{٢}$ (ب) ٢ (جـ) ٤ (د) ٨

٥ إذا كانت : $\text{س} = ٢ - \sqrt{٥}$ ، $\text{ص} = ٢ + \sqrt{٥}$ فإن : س ص = ...

(أ) −١ (ب) صفر (جـ) ٣ (د) ٧

٦ إذا كان : $٢^{\text{س}} = ٣^{\text{س}}$ فإن : $٥^{\text{س}}$ = ...

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٥ (د) ٦

٢ أكمل ما يأتى :

١ إذا ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور عدد أولى أقل من ٥ هو ....

٢ إذا كانت مساحة مستطيل = $\text{س}^{٣} + ١$ وعرضه = س + ١ فإن طوله = ... (حيث $\text{س} \neq -١$)

٣ $\text{س}^{٢} + ٤\,\text{س} - ١٢ = (\text{س} - ٢)$ (..........)

٤ إذا كان : $٥^{\text{س}-٢} = ٧^{\text{س}-٢}$ فإن : $٢^{\text{س}}$ = ...

٥ مجموعة حل المعادلة : $\text{س}^{٢} + ٢٥$ = صفر فى ح هى ....

٦ ضعف مربع العدد س هو ....

٣ حلل تحليلًا كاملًا :

١ $٢\,\text{س}^{٢} - ٥٠\,\text{ص}^{٢}$ ٢ $\text{س}^{٣} + ٦٤$

٣ $\text{س ص} + ٥\,\text{س} + ٣\,\text{ص} + ١٥$ ٤ $٢\,\text{س}^{٢} - \text{س} - ٣$

٤ (أ) حل فى ح المعادلة : $\text{س}^{٢} - \text{س} = ١٢$

(ب) إذا كان : $\frac{٨^{\text{س}} \times ٩^{\text{س}}}{١٨^{\text{س}}} = ٦٤$ **فأوجد : قيمة س**

٥ (أ) حل فى ح المعادلة : $٤ \times ٣^{\text{س}-٢} = ٩ \times ٢^{\text{س}-٢}$

(ب) صندوق يحتوى على ٥ كرات حمراء ، ٤ كرات صفراء ، ٣ كرات خضراء متماثلة ، سحبت منه كرة عشوائيًا. أوجد احتمال أن تكون الكرة المسحوبة :

١ صفراء. ٢ ليست حمراء. ٣ سوداء.

٦ ادارة السادات — توجيه الرياضيات - نموذج (أ) — محافظة المنوفية

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] $(\sqrt{٧}+\sqrt{٣})^{٢} =$ .... $+ ٢\sqrt{٢١}$

(أ) ٧ (ب) ٤ (ج) ١٠ (د) ٢١

[٢] إذا كان : $(\text{س} - ٣)^{\text{صفر}} = ١$ فإن : س ∈ ....

(أ) ح - {-٣} (ب) ح - {٣} (ج) {٣} (د) ح

[٣] احتمال الحدث المستحيل يساوى ....

(أ) صفر (ب) ١ (ج) ∅ (د) ٢

[٤] إذا كان : $٣^{\text{س}} + ٣^{\text{س}} + ٣^{\text{س}} = ١$ فإن : س = ...

(أ) صفر (ب) -١ (ج) ١ (د) $\frac{١}{٣}$

[٥] المقدار : $\text{س}^{٢} + ٤\text{س} + \text{أ}$ يكون مربعًا كاملًا إذا كانت : أ = ...

(أ) ٣ (ب) ٤ (ج) ٨ (د) ١٦

[٦] إذا كان : $٦^{\text{س}} = ١٣$ فإن : $٦^{\text{س}+١} =$ ....

(أ) ٧ (ب) ٧٨ (ج) ٨٧ (د) ٢٦

٢ أكمل ما يلى لتصبح العبارات صحيحة رياضيًا :

[١] نقطة تقاطع المستقيم : ٢س + ٣ص = ٩ مع محور الصادات هى ....

[٢] إذا كان : $٣^{-\text{س}} = ٩$ فإن : س = ...

[٣] سدس نصف العدد $٢^{١٢} \times ٣^{١٢} =$ ....

[٤] إذا كان : $\text{أ}^{٢}\text{ب}^{-٣} = ٨$ فإن : $\frac{\text{ب}}{\text{أ}} =$ ....

[٥] إذا كانت مساحة مستطيل $(٢\text{س}^{٢} - \text{س} - ١٠)$ سم^{٢} وكان عرضه (س + ٢) سم فإن طوله .... سم

[٦] مجموعة حل المعادلة : $\text{س}^{٢} - ٧ = ٠$ فى ح هى ....

٣ (أ) إذا كان : $\left(\sqrt{\frac{٢}{٣}}\right)^{\text{س}} = \frac{٩}{٤}$ أوجد قيمة : $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{\text{س}+١}$

(ب) عدد صحيح مربعه يساويه. أوجد هذا العدد.

٤ حلل كلًا مما يأتى :

[١] $٤\text{س}^{٢} - ٩$ [٢] أس - ٧أ + ٣س - ٢١

[٣] $٨\text{س}^{٣} - \text{ص}^{٣}$ [٤] * $\text{س}^{٤} + ٤$

٥ (أ) أوجد قيمة : $\frac{(٨)^{\text{س}} \times (٢٧)^{\text{س}-١}}{(٣\sqrt{٢})^{٢\text{س}} \times (٢\sqrt{٣})^{٢\text{س}}}$

(ب) كيس به ٩ بطاقات مرقمة من ١ إلى ٩ ، سحبت بطاقة واحدة عشوائيًا.
فما احتمال أن تكون البطاقة المسحوبة تحمل :

[١] عددًا أوليًا. [٢] عددًا أكبر من ٧ [٣] عددًا أقل من ١

٧ ادارة سمنود — توجيه الرياضيات - صباحى نموذج (أ) — محافظة الغربية



أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] المعكوس الضربى للعدد $\frac{\sqrt{٢}}{٦}$ هو ....

(أ) ٣ (ب) $\frac{-\sqrt{٢}}{٦}$ (ج) $\frac{٣}{٢}$ (د) $٣\sqrt{٢}$

[٢] أحد عاملى تحليل المقدار : $\text{س}^{٢} - ٣\text{س} - ١٠$ هو ....

(أ) (س + ٥) (ب) (س + ٢) (ج) (س + ١٠) (د) (س - ٢)

[٣] مجموعة حل المعادلة : $\text{س}^{٢} + ٤ = ٠$ فى مجموعة الأعداد الحقيقية هى ....

(أ) ∅ (ب) {٢} (ج) {-٢} (د) {٢ ، -٢}

[٤] إذا كان : $٢^{\text{س}-٤} = ١$ فإن : س = ...

(أ) $٢^{٤}$ (ب) ٢ (ج) ٤ (د) صفر

[٥] إذا كان : $\text{ل}^{٢} - \text{م}^{٢} = ٤٨$ ، ل + م = ٢٤ فإن : ل - م = ...

(أ) ٢٠ (ب) ٤ (ج) ٢٤ (د) ٤٨

٦ كيس به بطاقات مرقمة من ٢٠ إلى ٣٠ ، سحبت منه بطاقة واحدة عشوائيًا ، فإن احتمال أن تحمل هذه البطاقة عددًا أوليًا = ...

(أ) صفر (ب) ٠,١ (جـ) ٠,١٨ (د) ٠,٢

---

٢ أكمل ما يلى :

١ حجم مكعب طول حرفه ٢,٣ سم يساوى .... $سم^{٣}$

٢ إذا كان المقدار الثلاثى : $ص^{٢} + م\,ص + ٣٦$ مربعًا كاملًا فإن : م = ... أ، ....

٣ $(س + ٣)(س^{٢} - ٣\,س + ٩)$ = ...

٤ إذا كانت : $س^{٤}\,ص^{-٤} = ١٦$ فإن : $\frac{ص}{س}$ = ... أ، ....

٥ ربع العدد $٤^{٢س+١}$ = ...

٦ إذا كانت : $س^{-٣} = \frac{١}{١٢٥}$ فإن : س = ...

---

٣ (أ) حلل تحليلًا كاملًا ما يلى :

١ $س^{٢} - ٥\,س$ ٢ $س^{٢} + ٤\,س - ص^{٢} + ٤\,ص$

(ب) أوجد مجموعة الحل فى ح للمعادلة الآتية : $س^{٢} - ٣\,س - ١٨ = ٠$

---

٤ (أ) اختصر لأبسط صورة : $\frac{٣^{س+١} \times ٥^{س+١}}{(١٥)^{س}}$

(ب) ثلاثة أعداد صحيحة متتالية ، مربع العدد الأصغر يساوى العدد الأكبر ، أوجد هذه الأعداد.

---

٥ (أ) إذا كان : $٣^{ن-٤} = ٨١$ أوجد : قيمة ن

(ب) صندوق يحتوى على ٤ كرات خضراء ، ٥ كرات صفراء ، كرتين سوداوين.
سحبت كرة واحدة عشوائيًا. فما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة :

١ صفراء. ٢ حمراء. ٣ ليست سوداء.



٨ إدارة جنوب توجيه الرياضيات (أ) — محافظة السويس

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ $(\sqrt{٣})^{٢}$ = ...

(أ) $\sqrt{٦}$ (ب) ٣ (جـ) $٢\sqrt{٣}$ (د) ٩

٢ إذا كان : $٩\,س^{٢} + ك\,س + ٢٥$ مربعًا كاملًا فإن : ك = ...

(أ) ± ٣٠ (ب) ١٥ (جـ) ٨ (د) −١٥

٣ $(٦\,ص)^{صفر}$ = ... حيث ص ≠ الصفر

(أ) ١ (ب) ٦ ص (جـ) صفر (د) ٦

٤ عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور العدد ٣ يساوى ....

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{٥}{٦}$ (جـ) $\frac{١}{٦}$ (د) $\frac{١}{٣}$

٥ ضعف العدد ٥ س = ...

(أ) ١٠ (ب) ١٠ س (جـ) $١٠\,س^{٢}$ (د) $٢٥\,س^{٢}$

٦ إذا كان : $٢^{س} = ٣$ فإن : $٨^{س}$ = ...

(أ) ٦ (ب) ١٨ (جـ) ٢٧ (د) ٩

---

٢ أكمل ما يأتى :

١ مجموعة حل المعادلة : $س^{٢} + ٩$ = صفر فى ح هى ....

٢ إذا كان : (س − ١) أحد عاملى المقدار : $س^{٢} - ١$ فإن العامل الآخر هو ....

٣ $س^{٢} - ٥\,س + ٦ = (س - ٢)(س - ....)$

٤ $(٢)^{-١} = \frac{١}{..............}$

٥ المعكوس الجمعى للعدد $\frac{٣}{٥}$ هو ....

٦ إذا كانت : ٨ س = صفر فإن : س = ...

---

٣ (أ) حلل كلًا مما يأتى تحليلًا كاملًا :

١ $س^{٢} + ٧\,س + ١٢$ ٢ $س^{٣} - ١$

(ب) إذا كانت : $س = ٢\sqrt{٥}$ ، $ص = \sqrt{٢}$ **فأوجد فى أبسط صورة قيمة :** $س^{٢} \div ص^{٤}$

٤ **(أ)** حلل كلًا مما يأتي تحليلًا كاملًا :

[١] $٤ س^{٢} - ٩$ [٢] $س ص - ٧ ص + ٣ س - ٢١$

[٤] * $أ^{٤} + ٤ ب^{٤}$

(ب) اختصر لأبسط صورة : $\frac{٤^{س + ١} \times ٩^{س}}{٦^{٢ س}}$

---

٥ **(أ)** أوجد مجموعة الحل في ح للمعادلة الآتية : $س^{٢} - ٧ س + ١٠ = ٠$

(ب) سحبت بطاقة عشوائيًا من بين ١٠ بطاقات مرقمة من ١ إلى ١٠

أوجد احتمال أن تكون البطاقة المسحوبة تحمل :

[١] عددًا زوجيًا.   [٢] عددًا يقبل القسمة على ٣

٩ ادارة مطوبس توجيه الرياضيات — محافظة كفر الشيخ



أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] إذا كان : $س + ص = ٥$ ، $س - ص = ٣$ فإن : $س^{٢} - ص^{٢} =$ ....

(أ) ١٥   (ب) -٤ (ج) ٢   (د) ٦

[٢] إذا كان : $٥^{س + ٢} = ٢٥$ فإن : $س =$ ....

(أ) ٥   (ب) ٢   (ج) -٢ (د) صفر

[٣] عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور عدد فردي يساوي ....

(أ) $\frac{١}{٦}$ (ب) $\frac{١}{٥}$ (ج) $\frac{١}{٢}$ (د) ١

[٤] مدرسة بها ٣٢٠ تلميذًا وتلميذة فإذا كان احتمال أن يكون التلميذ المثالي ولدًا هو ٠,٦

فإن عدد بنات المدرسة = ...

(أ) ٢٥٦   (ب) ١٩٢   (ج) ١٢٨   (د) ٩٦

[٥] $٥^{٤} \times ٥^{-٤} =$ ....

(أ) ١   (ب) ٥   (ج) صفر   (د) ٤

[٦] إذا كان : $س^{٣} ص^{-٣} = ٨$ فإن : $\frac{س}{ص} =$ ....

(أ) ٨   (ب) ٢   (ج) -٢ (د) ٢٤

٢ أكمل كلًا مما يأتي :

[١] إذا كان المقدار : $س^{٢} + ٨ س + ك$ مربعًا كاملًا فإن : ك = ...

[٢] إذا كان : $(س + ٣)$ أحد عاملي المقدار : $س^{٣} + ٢٧$ فإن العامل الآخر هو ....

[٣] مجموعة الحل للمعادلة : $س^{٢} + ٤ = ٠$ في ح هي ....

[٤] إذا كان : $٣^{س} = ٥$ فإن : $٩^{س} =$ ....

[٥] إذا كان : $س^{٢} + ص^{٢} = ١٥$ ، $س ص = ٥$ فإن : $(س - ص)^{٢} =$ ....

[٦] نصف العدد $٢^{٦} = ٢^{.........}$

---

٣ حلل كلًا مما يأتي تحليلًا كاملًا :

[١] $٢ س^{٢} - ٥٠$ [٢] $س^{٢} - ٥ س + ٦$

[٣] $٣ س^{٢} + ١٦ س + ٥$ [٤] $س^{٣} + س^{٢} + ٥ س + ٥$

---

٤ **(أ)** أوجد مجموعة الحل في ح للمعادلة : $س^{٢} + ٤ س = ٥$

(ب) اختصر لأبسط صورة : $\frac{٦^{٢ ن} \times ٤^{ن}}{٣^{٢ ن} \times ٤^{٢ ن}}$

---

٥ **(أ)** عدد موجب إذا أضيف إلى مربعه كان الناتج يساوي ٤٢ أوجد هذا العدد.

(ب) كيس يحتوي على ٥ كرات بيضاء ، ٤ من اللون الأحمر ، ٦ من اللون الأزرق.

سحبت كرة واحدة عشوائيًا. احسب احتمال أن تكون الكرة المسحوبة :

[١] حمراء.   [٢] ليست بيضاء.   [٣] سوداء.

١٠ ادارة الرحمانية توجيه الرياضيات - صباحى — محافظة البحيرة



أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] $٢^{٣} \times ٢^{-٥} =$ ....

(أ) $٢^{٢}$ (ب) $\frac{١}{٤}$ (ج) $\frac{١}{٨}$ (د) ٤

[٢] إذا كان عمر خالد بعد ٤ سنوات هو س سنة فإن عمره الآن هو .... سنة.

(أ) $س + ٤$ (ب) $س - ٤$ (ج) $٤ - س$ (د) $٤ س$

٣ إذا كان : س − ص = ٦ ، س + ص = ٢ فإن : $س^{٢} - ص^{٢}$ = ...

(أ) ٣ (ب) ٨ (جـ) ١٠ (د) ١٢

٤ ٠,٠٠٢ × ٠,٠٥ = ...

(أ) $١٠^{٤}$ (ب) $١٠^{٥}$ (جـ) $١٠^{-٤}$ (د) $١٠^{-٥}$

٥ مجموعة حل المعادلة : $س^{٢} + ٤ = ٠$ فى ح هى ....

(أ) {٠} (ب) ∅ (جـ) {٠ ، ٢} (د) {٢ ، −٢}

٦ إذا كان المقدار : $ص^{٢}$ + ك ص + ٤٩ مربعًا كاملًا فإن : ك = ...

(أ) ٧ (ب) ٩٠ (جـ) ١٤ (د) ١٦

٢ أكمل العبارات الآتية :

١ (٢ س − ٥) (٣ س − ٢) = ٦ $س^{٢}$ − .... + ١٠

٢ إذا كان : $٢^{س-٢} = ١$ فإن : س = ...

٣ حجم مكعب طول حرفه ٤ سم يساوى .... $سم^{٣}$

٤ إذا كان : $٣^{س} = ٥$ فإن : $٩^{س}$ = ...

٥ إذا كان احتمال نجاح طالب ٠,٧ فإن احتمال رسوبه يساوى ....

٦ إذا كان : $(س - ٣)^{صفر} = ١$ فإن : س ∈ ....

٣ (أ) حلل تحليلًا كاملًا كلًا مما يأتى :

١ $س^{٢} - ٢س - ١٥$ ٢ $س^{٤} - ٥س^{٢} + ٤$

(ب) اختصر لأبسط صورة : $\frac{٢^{٢ن+١} \times ٥^{٢ن+١}}{١٠^{٢ن}}$ وإذا كان الناتج يساوى $(٠,١)^{س-٢}$

أوجد : قيمة س

٤ (أ) حلل كلًا مما يأتى تحليلًا كاملًا :

١ ل ن + ٥ ل + ٤ ن + ٢٠ ٢ $٨س^{٣} + ١$

(ب) مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٥ سم فإذا كانت مساحته ٣٦ $سم^{٢}$

أوجد بعديه.

٥ (أ) إذا كان : $\left(\frac{٣}{٢}\right)^{س+١} = ٣\frac{٣}{٨}$ أوجد : قيمة س

(ب) صندوق به ٧ كرات سوداء ، ٨ كرات حمراء ، ٥ كرات زرقاء ، سحبت كرة واحدة عشوائيًا. أوجد احتمال أن تكون الكرة المسحوبة :

١ زرقاء. ٢ بيضاء. ٣ سوداء أو حمراء.

١١ ادارة بنى مزار توجيه الرياضيات — محافظة المنيا



أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : أ + ب = ٥ ، أ − ب = ٤ فإن : $أ^{٢} - ب^{٢}$ = ...

(أ) −٢٠ (ب) ٢ (جـ) ٩ (د) ٢٠

٢ إذا كان : $٥^{س} = ٤$ فإن : $٥^{س+١}$ = ...

(أ) ٤٠ (ب) ٢٠ (جـ) ٨ (د) ٠,٨

٣ إذا كان : $\sqrt{س + ٥} = ٣$ فإن : $\sqrt{س}$ = ...

(أ) صفر (ب) ٢ (جـ) ٤ (د) ٩

٤ المقدار : $س^{٢}$ + ٦ س + ك يكون مربعًا كاملًا إذا كانت : ك = ...

(أ) ٤ (ب) ٩ (جـ) ٣٦ (د) ٨١

٥ $٣^{٢} + ٣^{٢} + ٣^{٢}$ = ...

(أ) $٣^{٣}$ (ب) $٣^{٤}$ (جـ) $٣^{٥}$ (د) $٣^{٦}$

٦ مجموعة الحل للمعادلة : $س^{٢} + ١$ = صفر فى ح هى ....

(أ) {١} (ب) {١ ، −١} (جـ) ∅ (د) {−١}

٢ أكمل ما يأتى :

١ احتمال الحدث المستحيل يساوى ....

٢ إذا كان : (٢ س + ١) أحد عاملى المقدار : ٢ $س^{٢}$ + ٣ س + ١ فإن العامل الآخر هو ....

٣ $٢^{٥} + (\sqrt{٢})^{١٠}$ = ...

٤ إذا كان : س + ص = ٥ ، $س^{٢}$ − س ص + $ص^{٢}$ = ٣
فإن : $س^{٣}$ + $ص^{٣}$ = ...

٥ المقدار : $س^{٢}$ + ١٣ س + حـ يكون قابلًا للتحليل عندما حـ = ... أ ، ....

٦ إذا كان : $س^{٢}$ + $ص^{٢}$ = ٣ ، س ص = ١ فإن : $(س + ص)^{٢}$ = ...

٣ حلل تحليلًا كاملًا :

١ س ص + ٢ ص + ٥ س + ١٠ ٢ $س^{٣}$ − ١٢٥

٣ ٤ $س^{٢}$ − ٩ $ص^{٢}$ ٤ $س^{٢}$ + ١٢ س + ٣٥

٤ (أ) اختصر لأبسط صورة : $\frac{٩^{س+١} \times ٤^{س}}{٦^{٢س}}$

(ب) أوجد مجموعة الحل للمعادلة الآتية فى ح : $س^{٢}$ − س = ١٢

٥ (أ) إذا كان : $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{س} = \frac{٨}{٢٧}$ **فأوجد قيمة :** س + ٣

(ب) سلة بها ١٢ كرة مرقمة من ١ إلى ١٢ ، سحبت كرة عشوائيًا.
فما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة :

١ تحمل عددًا زوجيًا. ٢ تحمل عددًا يقبل القسمة على ٣

٣ تحمل عددًا أوليًا.

١٢ ادارة البلينا – توجيه الرياضيات - الفترة الصباحية – محافظة سوهاج

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ $\sqrt{(٣)^{٨}}$ = ...

(أ) ٩ (ب) ٢٧ (جـ) ٨١ (د) ٢٤

٢ ٣ $س^{٢}$ + ٧ س + ٢ = (٣ س + ١) (..........)

(أ) س + ٢ (ب) س − ٢ (جـ) س + ٣ (د) ٣ س + ١

٣ إذا كان : $٥^{س}$ = ٦٠ ، $٥^{ص}$ = ٣ فإن : $٥^{س-ص}$ = ...

(أ) ١٨٠ (ب) ٦٣ (جـ) ٥٧ (د) ٢٠

٤ إذا كان : $\left(\frac{١}{٥}\right)^{س} = (٥)^{٢}$ فإن : س = ...

(أ) ٢ (ب) −٢ (جـ) ٥ (د) $\frac{١}{٢}$

٥ مجموعة حل المعادلة : $س^{٢}$ − ٢ س = ٠ فى ح هى ....

(أ) {٠ ، ٢} (ب) {٢} (جـ) {٠} (د) ∅

٦ إذا كان المقدار الثلاثى : $س^{٢}$ + ك س + $\frac{١}{٤}$ مربعًا كاملًا فإن : ك = ...

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{١}{٨}$ (جـ) ١ (د) ٢

٢ أكمل ما يأتى :

١ إذا كان احتمال نجاح طالب فى الامتحان ٠,٨٩ فإن احتمال رسوبه هو ....

٢ الحد الجبرى : $س^{٢}$ $ص^{٤}$ من الدرجة ....

٣ إذا كان : $٥^{س-١}$ = ٥ فإن : س = ...

٤ إذا كان : س − ٣ أحد عاملى المقدار : $س^{٣}$ − ٢٧ فإن العامل الآخر هو ....

٥ إذا كان : $س^{٢}$ − $ص^{٢}$ = ٤٥ ، س − ص = ٥ فإن : $\sqrt{س + ص}$ = ...

٦ ضعف العدد $٤^{٥}$ هو ....

٣ (أ) حلل كلًا مما يأتى :

١ $س^{٢}$ − ٩ ٢ * $س^{٤}$ + ٦٤ $ص^{٤}$

٣ $س^{٣}$ + ٨ ٤ ٥ س + ٣٥ ص + ب س + ٧ ب ص

(ب) أوجد مجموعة حل المعادلة الآتية فى ح : $س^{٢}$ − ٢ س − ١٥ = ٠ .

٤ (أ) عدد حقيقى موجب إذا أضيف إلى مربعه كان الناتج ٣٠ ، أوجد العدد.

(ب) إذا كان : $(س + ٥)^{٦}$ = ٦٤ **أوجد : قيم س**

٥ (أ) اختصر لأبسط صورة : $\frac{٤^{ن} \times ٦^{٢ن}}{٢^{٤ن} \times ٣^{٢ن}}$

(ب) كيس يحتوى على بطاقات مرقمة من ١ إلى ٢٨ ، سحبت بطاقة عشوائيًا.
أوجد احتمال أن تكون البطاقة المسحوبة :

١ تحمل مضاعفًا للعدد ٤ ٢ تحمل عددًا زوجيًا.

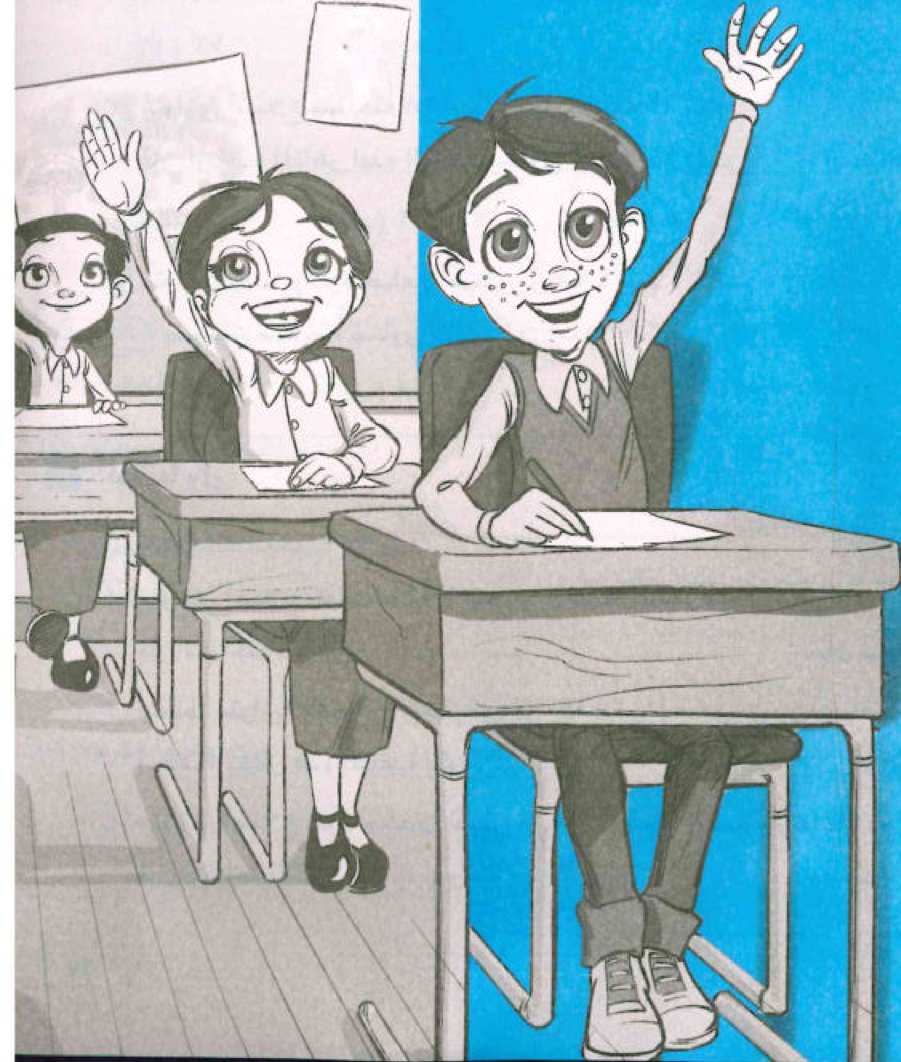
ثانيًا | الهندسة



الاختبارات التراكمية

فى الهندسة

من امتحانات الإدارات التعليمية



اختبار تراكمى ١ على الدرس الأول الوحدة الرابعة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت مساحة متوازى أضلاع ٦٠ سم² ، وارتفاعه ٥ سم
فإن طول قاعدته .... سم (الوايلى - القاهرة - ٢٣)

(أ) ١٣٠ (ب) ١٢ (جـ) ٣٠٠ (د) ١٥٠

٢ إذا كان طولا ضلعين متجاورين فى متوازى أضلاع هما ٨ سم ، ٦ سم وارتفاعه الأكبر يساوى ١٢ سم فإن مساحته تساوى .... سم² (دمياط - دمياط - ١٥)

(أ) ٧٢ (ب) ٨٤ (جـ) ٩٦ (د) ١٦٨

٣ متوازى أضلاع مساحته ٤٨ سم² وطول قاعدته ١٢ سم
فإن ارتفاعه المناظر لهذه القاعدة يساوى .... سم (وسط - الإسكندرية - ١٨)

(أ) ٤ (ب) ٢ (جـ) ٥ (د) ٦

٤ متوازى أضلاع طولا ضلعين متجاورين فيه ٤ سم ، ٦ سم ، وارتفاعه الأصغر ٣ سم فإن مساحته تساوى .... سم² (جرجا - سوهاج - ٢١)

(أ) ١٢ (ب) ١٨ (جـ) ٦ (د) ٩

---

٢ أكمل ما يأتى :

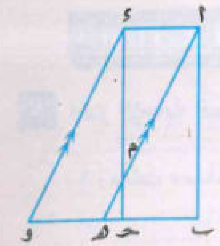
١ مساحة متوازى الأضلاع = ... × .... (المطرية - القاهرة - ٢٣)

٢ متوازى أضلاع طول قاعدته ٧ سم ، وارتفاعه المناظر لها ٤ سم
فإن مساحته تساوى .... سم² (حوش عيسى - البحيرة - ٢١)

٣ سطحا متوازيا الأضلاع المشتركين فى القاعدة والمحصورين بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل هذه القاعدة يكونان .... (الوراق - الجيزة - ٢٣)

٤ متوازى أضلاع طولا ضلعين متجاورين فيه ٦ سم ، ٨ سم وارتفاعه الأصغر ١٠ سم فإن ارتفاعه الأكبر .... سم (ايتاى البارود - البحيرة - ٢٣)

٣ (أ) فى الشكل المقابل :



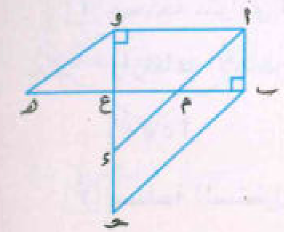
أ ب حـ ء مستطيل ، $\overline{أهـ}$ // $\overline{ءو}$ ، حـ ∈ $\overline{ب و}$ ، هـ ∈ $\overline{ب و}$

أثبت أن :

مساحة الشكل أ ب حـ م = مساحة الشكل ء م هـ و

(ملوى - المنيا - ١٧)

(ب) فى الشكل المقابل :



أ ب ع و مستطيل

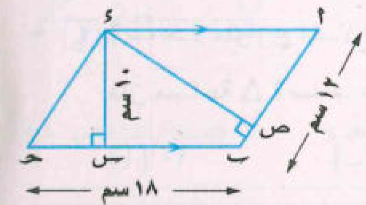
، أ ب حـ ء ، أ م هـ و متوازيا أضلاع.

أثبت أن : مساحة ▱ أ ب حـ ء = مساحة ▱ أ م هـ و

(غرب - الفيوم - ١٨)

---

٤ (أ) فى الشكل المقابل :



أ ب حـ ء متوازى أضلاع ، أ ب = ١٢ سم

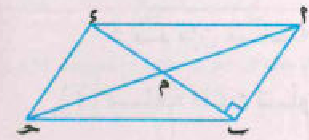
، ب حـ = ١٨ سم ، ء س = ١٠ سم

أوجد : ١ مساحة المتوازى.

٢ طول $\overline{ء ص}$

(الإسماعيلية - الإسماعيلية - ١٨)

(ب) فى الشكل المقابل :



أ ب حـ ء متوازى أضلاع فيه :

أ حـ = ٢٠ سم ، ب ء = ١٢ سم

، ق (∠ أ ب ء) = ٩٠°

أوجد : مساحة متوازى الأضلاع أ ب حـ ء

(شرق الزقازيق - الشرقية - ١٩)

اختبــار تراكمــى ٢ حتى الدرس الثانى الوحدة الرابعة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] مثلث مساحته ١٥ سم² وطول قاعدته ٥ سم يكون ارتفاعه المناظر لهذه القاعدة .... سم (أسيوط - أسيوط - ١٨)

(أ) ٥ (ب) ٣ (جـ) ١٠ (د) ٦

[٢] مساحة متوازى الأضلاع الذى فيه طولى ضلعين متجاورين فيه : ٧ سم ، ٥ سم وارتفاعه الأصغر ٤ سم تساوى .... سم² (العمرانية - الجيزة - ١٩)

(أ) ٣٥ (ب) ٢٥ (جـ) ٢٨ (د) ٤٩

[٣] مساحة المستطيل الذى بعداه ٣ سم ، ٨ سم .... مساحة المثلث الذى طول قاعدته ٨ سم وارتفاعه المناظر لهذه القاعدة ٦ سم. (تلا - المنوفية - ١٩)

(أ) $<$ (ب) $>$ (جـ) $=$ (د) $\neq$

[٤] أ ب جـ ء متوازى أضلاع مساحته ٦٠ سم² فإن مساحة $\triangle$ أ ب جـ = ... سم² (شرق المحلة - الغربية - ١٩)

(أ) ١٠ (ب) ١٥ (جـ) ٣٠ (د) ٦٠

٢ أكمل ما يأتى :

[١] إذا كان طولا ضلعين متجاورين فى متوازى أضلاع ٨ سم ، ١٠ سم وارتفاعه الأكبر ٥ سم فإن مساحته = ... سم² (الخانكة - القليوبية - ٢٢)

[٢] مساحة المثلث تساوى .... مساحة متوازى الأضلاع المشترك معه فى قاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل هذه القاعدة. (دار السلام - القاهرة - ٢٣)

[٣] مثلث مساحته ٢٤ سم² ، وارتفاعه ٨ سم فإن طول قاعدته المناظرة .... سم (بلطيم - كفر الشيخ - ٢٢)

[٤] فى الشكل المقابل : أ ب جـ مثلث قائم الزاوية فى أ ، أء $\perp$ ب جـ

فإن : أ ء × .... = ... × .... (الشيخ زايد - الجيزة - ٢٣)

٣ (أ) فى الشكل المقابل :

أ ب جـ ء مستطيل ، س هـ و جـ متوازى أضلاع

أثبت أن : مساحة المستطيل أ ب جـ ء = مساحة متوازى الأضلاع س هـ و جـ (الجمرك - الإسكندرية - ١٥)

(ب) فى الشكل المقابل :

أ ب جـ ء متوازى أضلاع ، هـ $\in$ أء ، هـ ب = ٦ سم ، هـ جـ = ٨ سم

[١] أوجد : مساحة $\triangle$ هـ ب جـ

[٢] أوجد بالبرهان : مساحة متوازى الأضلاع أ ب جـ ء (دسوق - كفر الشيخ - ١٨)

٤ (أ) فى الشكل المقابل :

أ ب جـ ء ، هـ ب جـ و متوازيا أضلاع

، ء $\in$ أو ، هـ $\in$ أو ، جـ ء $\cap$ ب هـ = {م}

أثبت أن : مساحة الشكل أ ب م ء = مساحة الشكل هـ م جـ و (غرب طنطا - الغربية - ١٩)

(ب) فى الشكل المقابل :

أو $\perp$ ب جـ ، ب هـ $\perp$ أ جـ

، أ جـ = ١٠ سم ، ب جـ = ٨ سم

، أ و = ٥ سم

احسب : مساحة $\triangle$ أ ب جـ وأوجد : طول ب هـ (الخانكة - القليوبية - ١٩)

اختبار تراكمى ٣ حتى الدرس الثالث الوحدة الرابعة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ أ ب حـ ء متوازى أضلاع مساحته ٨٠ سم^2 ، هـ ∈ $\overline{أء}$

فإن مساحة المثلث هـ ب حـ = ... سم^2 (حوش عيسى - البحيرة - ١٩)

(أ) ٤٠ (ب) ٦٠ (جـ) ٨٠ (د) ١٦٠

٢ أ ب حـ مثلث ، إذا كان $\overline{أء}$ متوسطًا

فإن مساحة Δ أ ب حـ = ... (يوسف الصديق - الفيوم - ١٩)

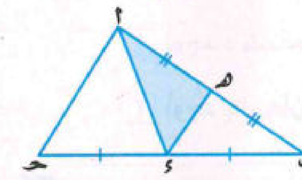
(أ) م (Δ أ ب ء) (ب) م (Δ أ حـ ء)

(جـ) ٢ م (Δ أ ب ء) (د) ٣ م (Δ أ حـ ء)

٣ المثلث الذى طول قاعدته ٧ سم ومساحته ٢٨ سم^2 يكون ارتفاعه المناظر لهذه القاعدة يساوى .... سم (الدقى - الجيزة - ١٩)

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ٨

٤ فى الشكل المقابل :



م (Δ أ هـ ء) = ... م (Δ أ ب حـ)

(أ) $\frac{1}{2}$ (ب) $\frac{1}{3}$

(جـ) $\frac{1}{4}$ (د) $\frac{1}{8}$ (منيا القمح - الشرقية - ١٥)

٢ أكمل ما يأتى :

١ متوسط المثلث يقسم سطحه إلى سطحى مثلثين .... (المعصرة - القاهرة - ٢٢)

٢ إذا كانت مساحة المثلث أ ب حـ = ٤٨ سم^2 ، ء منتصف $\overline{ب حـ}$

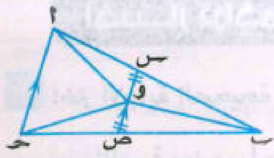
فإن مساحة المثلث أ ب ء = ... سم^2 (شرق - الإسكندرية - ٢١)

٣ أ ب حـ ء متوازى أضلاع فيه : هـ ∈ $\overline{حـ ء}$ ، مساحة Δ أ هـ ب = ٣٠ سم^2

فإن مساحة سطح متوازى الأضلاع = ... سم^2 (القناطر الخيرية - القليوبية - ٢٣)

٤ مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ .... × الارتفاع المناظر لها (الرياض - كفر الشيخ - ٢٣)

٣ (أ) فى الشكل المقابل :

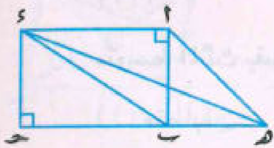


$\overline{أحـ}$ // $\overline{س ص}$

، و منتصف $\overline{س ص}$

أثبت أن : مساحة Δ أ ب و = مساحة Δ حـ ب و (أبو قرقاص - المنيا - ١٩)

(ب) فى الشكل المقابل :



أ ب حـ ء مستطيل ، هـ ∈ $\overleftarrow{حـ ب}$

أثبت أن : مساحة Δ ء ب حـ = مساحة Δ أ ء هـ (حدائق القبة - القاهرة - ١٨)

٤ (أ) فى الشكل المقابل :

$\overline{أء}$ // $\overline{ب حـ}$ ، هـ ∈ $\overline{ب حـ}$

، و ∈ $\overline{ب حـ}$ حيث ب هـ = حـ و

، $\overline{أو}$ ∩ $\overline{هـ ء}$ = {م}

برهن أن :

١ مساحة Δ أ م هـ = مساحة Δ ء م و

٢ مساحة الشكل أ ب هـ م = مساحة الشكل ء حـ و م (الهرم - الجيزة - ١٨)

(ب) فى الشكل المقابل :

أ ب حـ ء ، ب حـ هـ و متوازيا أضلاع

أثبت أن : مساحة Δ حـ هـ م

= نصف مساحة متوازى الأضلاع أ ب حـ ء (ساقلتة - سوهاج - ١٩)

اختبار تراكمي ٤ حتى الدرس الرابع الوحدة الرابعة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ النسبة بين مساحة متوازى الأضلاع ومساحة المثلث المشترك معه فى القاعدة والمحصوران بين مستقيمين متوازيين تساوى .... (الجمرك - الإسكندرية - ١٥)

(أ) ٢ : ١ (ب) ٣ : ١ (جـ) ١ : ٢ (د) ١ : ٣

٢ متوسط المثلث يقسم سطحه إلى مثلثين .... (العجوزة - الجيزة - ١٥)

(أ) متطابقين. (ب) متشابهين.

(جـ) متساويين فى المساحة. (د) متساويين فى المحيط.

٣ فى الشكل المقابل :

إذا كانت : مساحة Δ أ ب جـ = مساحة Δ ء ب جـ

فإن : ....

(أ) أ ب // جـ ء (ب) أ ب = جـ ء

(جـ) أ ء // ب جـ (د) أ ء = ب جـ (الساحل - القاهرة - ١٨)

٤ فى الشكل المقابل :

إذا كان : أ ب جـ ء متوازى أضلاع مساحته = ٢٤ سم^2

فإن : مساحة Δ أ ب هـ = ... سم^2

(أ) ٢٤ (ب) ١٢

(جـ) ٨ (د) ٦ (الساحل - القاهرة - ١٨)

٢ أكمل ما يأتى :

١ المثلثان المتساويان فى مساحتيهما والمرسومان على قاعدة واحدة وفى جهة واحدة من هذه القاعدة ، يكون رأساهما على مستقيم .... (بلطيم - كفر الشيخ - ٢٢)

٢ مساحة متوازى الأضلاع الذى طولا ضلعين متجاورين فيه ٦ سم ، ٧ سم وارتفاعه الأكبر ٥ سم تساوى .... (بسيون - الغربية - ٢١)

٣ مثلث مساحته ٢٠ سم^2 وطول قاعدته ٨ سم فإن طول ارتفاعه .... سم. (الزاوية - القاهرة - ٢٣)

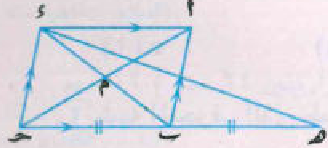
٤ المثلثان المرسومان على قاعدة واحدة ورأساهما على مستقيم يوازى هذه القاعدة .... (٦ أكتوبر - الجيزة - ٢٣)

٣ (أ) فى الشكل المقابل :

أ ب جـ ء متوازى أضلاع تقاطع قطراه فى م

، ب منتصف هـ جـ

أثبت أن : مساحة Δ هـ ب ء = مساحة Δ أ جـ ء (جنوب الجيزة - الجيزة - ١٧)

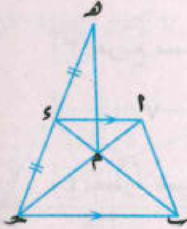


(ب) فى الشكل المقابل :

أ ء // ب جـ

، ء منتصف جـ هـ

أثبت أن : مساحة Δ أ م ب = مساحة Δ هـ م ء (ناصر - بنى سويف - ١٩)

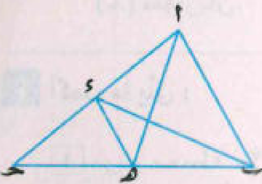


٤ (أ) فى الشكل المقابل :

أ ب جـ مثلث ، ء ∈ أ جـ ، هـ ∈ ب جـ

بحيث مساحة Δ أ هـ جـ = مساحة Δ ب ء جـ

أثبت أن : ء هـ // أ ب (منيا القمح - الشرقية - ١٥)



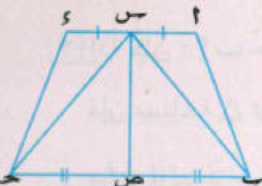
(ب) فى الشكل المقابل :

أ ب جـ ء شكل رباعى ، س منتصف أ ء

، ص منتصف ب جـ بحيث كانت مساحة الشكل

أ ب ص س = مساحة الشكل ء جـ ص س

برهن أن : أ ء // ب جـ (أسيوط - أسيوط - ١٩)



اختبار تراكمي ٥ حتى الدرس الخامس الوحدة الرابعة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] معين مساحته ٣٠ سم^2 وطول أحد قطريه ٦ سم

فإن طول القطر الآخر = ... سم. (إبشواى - الفيوم - ١٩)

(أ) ٥ (ب) ٦ (جـ) ١٠ (د) ٨

[٢] شبه المنحرف الذى طول قاعدته المتوسطة = ٩ سم ، وارتفاعه = ٦ سم

تكون مساحته .... سم^2. (غرب - القاهرة - ١٥)

(أ) ٤٥ (ب) ٢٧ (جـ) ٧٢ (د) ٥٤

[٣] مربع مساحته ٩٨ سم^2 فإن طول قطره = ... سم. (كفر شكر - القليوبية - ١٥)

(أ) ٧ (ب) ١٤ (جـ) ٢١ (د) ٤٩

[٤] قطرا شبه المنحرف المتساوى الساقين .... (المرج - القاهرة - ١٨)

(أ) متطابقان. (ب) متعامدان.

(جـ) متوازيان. (د) ينصف كلًا منهما الآخر.

---

٢ أكمل ما يأتى :

[١] مربع محيطه ٢٠ سم تكون مساحته = ... (شبرا - القاهرة - ٢٣)

[٢] شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٦ سم ، ٨ سم يكون طول

قاعدته المتوسطة .... سم (المراغة - سوهاج - ٢٢)

[٣] إذا كان : ا ب حـ ء متوازى أضلاع مساحته ٥٠ سم^2 ، هـ ∈ $\overline{\text{ا ء}}$

فإن مساحة Δ هـ ب حـ = ... (توجيه - الأقصر - ٢١)

[٤] مثلث قائم الزاوية طولا ضلعى القائمة ٥ سم ، ١٢ سم

فإن مساحته = ... سم^2 (شبراخيت - البحيرة - ٢٣)

٣ (أ) فى الشكل المقابل :

$\overline{\text{ا ء}}$ متوسط فى Δ ا ب حـ

، هـ منتصف $\overline{\text{ا ء}}$

أثبت أن :

مساحة Δ هـ ب حـ = $\frac{1}{2}$ مساحة Δ ا ب حـ (السلام - القاهرة - ١٥)

(ب) شبه منحرف مساحته ٤٥٠ سم^2 وطولا قاعدتيه المتوازيتين ٢٤ سم ، ١٢ سم

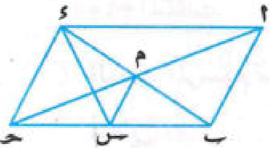
أوجد ارتفاعه. (المرج - القاهرة - ١٨)

---

٤ (أ) ا ب حـ ء معين محيطه يساوى ٢٠ سم تقاطع قطراه فى م وكان ا حـ = ٨ سم

أوجد بالبرهان مساحة المعين ا ب حـ ء (٦ أكتوبر - الجيزة - ١٩)

(ب) فى الشكل المقابل :



ا ب حـ ء متوازى أضلاع فيه :

م (Δ ا ب م) = م (Δ ء س حـ)

أثبت أن : $\overline{\text{م س}}$ // $\overline{\text{ء حـ}}$ (السنبلاوين - الدقهلية - ١٧)

اختبــار تراكمـى ٦ حتى الدرس الأول الوحدة الخامسة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ معين طولا قطريه ٦ سم ، ٨ سم وارتفاعه ٤,٨ سم

فإن طول ضلعه = ... سم. (غرب - الفيوم - ١٨)

(أ) ١٠ (ب) ٥ (جـ) ٢٠ (د) ١٢

٢ إذا كان : Δ أ ب جـ ~ Δ ء هـ و ، أ ب = $\frac{1}{4}$ ء هـ (٦ أكتوبر - الجيزة - ١٦)

فإن : محيط Δ أ ب جـ = ... محيط Δ ء هـ و

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) $\frac{1}{4}$ (د) $\frac{1}{2}$

٣ جميع .... متشابهة. (الزينية - الأقصر - ١٦)

(أ) المثلثات (ب) المربعات (جـ) المعينات (د) المستطيلات

٤ العمود المرسوم من رأس القائمة فى المثلث القائم الزاوية على الوتر يقسمه إلى مثلثين ....

(أ) منفرجى الزاوية. (ب) حادى الزوايا.

(جـ) متساويى الأضلاع. (د) متشابهين. (شرق - كفر الشيخ - ١٦)

---

٢ أكمل ما يأتى :

١ إذا كانت نسبة التكبير بين مثلثين متشابهين تساوى ....

فإن المثلثان متطابقين. (نجع حمادى - قنا - ٢٣)

٢ النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فى مربعين ٢ : ١ ومحيط المربع الأكبر ٤٠ سم

فإن مساحة المربع الأصغر تساوى .... سم² (توجيه - سوهاج - ٢١)

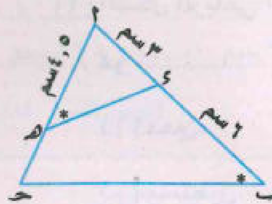
٣ زاويتا قاعدة شبه المنحرف المتساوى الساقين تكونان .... (شبين القناطر - القليوبية - ٢٣)

٤ يتشابه المضلعين إذا كانت الزوايا المتناظرة ....

والأضلاع المتناظرة .... (المرج - القاهرة - ٢٣)

٣ (أ) شبه منحرف مساحته ١٨٠ سم² والنسبة بين طولى قاعدتيه المتوازيتين هى ٣ : ٢ ، وارتفاعه ١٢ سم فما طول كل منهما ؟ (دمياط - دمياط - ١٦)

(ب) فى الشكل المقابل :



ق(∠ أ هـ ء) = ق(∠ ب) ، أ ء = ٣ سم

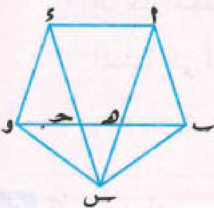
، أ هـ = ٤,٥ سم ، ب ء = ٦ سم

برهن أن : Δ أ ء هـ ~ Δ أ جـ ب

وأوجد : طول هـ جـ (الداخلة - الوادى الجديد - ١٨)

---

٤ (أ) فى الشكل المقابل :



ء هـ // ب جـ ، ء ب = (س + ١) سم ، هـ جـ = ٦ سم

، ء هـ = ص سم ، ب جـ = ١٢ سم ، أ ء = ٣ سم

، أ هـ = ٢ سم

أوجد قيمة كل من : س ، ص (غرب - الفيوم - ١٨)

(ب) فى الشكل المقابل :

أ ب جـ ء ، أ هـ و ء متوازيا أضلاع

، أ هـ ∩ ء جـ = {س}

أثبت أن : مساحة Δ أ ب س = مساحة Δ ء و س (شرق - الإسكندرية - ١٥)

اختبــار تراكمــى ٧ حتى الدرس الثانى الوحدة الخامسة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ الشكل الرباعى الذى مساحته تساوى نصف مربع طول قطره هو .... (الطود - الأقصر - ١٩)

(أ) معين. (ب) مربع.

(جـ) مستطيل. (د) متوازى أضلاع.

٢ إذا كان أ ب جـ ء متوازى أضلاع مساحته ١٠٠ سم²، هـ ∈ أ ء، و منتصف ب جـ ، فإن مساحة سطح المثلث هـ ب و = ... سم². (شمال - الجيزة - ١٨)

(أ) ١٠٠ (ب) ٥٠ (جـ) ١٠ (د) ٢٥

٣ إذا كان : Δ س ص ع ~ Δ ل م ن

فإن : (محيط Δ س ص ع) / (محيط Δ ل م ن) = ... (غرب طنطا - الغربية - ١٩)

(أ) س ص / ل م (ب) س ع / ص س (جـ) (س ص / ل م)² (د) ن م / ع ص

٤ إذا كان مجموع مساحتى المربعين المنشأين على ضلعين فى مثلث يساوى مساحة المربع المنشأ على الضلع الثالث كانت الزاوية المقابلة لهذا الضلع .... (شرق - الغربية - ١٩)

(أ) قائمة. (ب) حادة. (جـ) منفرجة. (د) منعكسة.

٢ أكمل ما يأتى :

١ المضلعان المشابهان لثالث يكونان .... (شرق مدينة نصر - القاهرة - ٢٣)

٢ فى Δ أ ب جـ إذا كان : (أ ب)² - (ب جـ)² = (أ جـ)² وكان : ق(∠ب) = ٤٠°

فإن : ق(∠أ) = ... (القنطرة غرب - الإسماعيلية - ٢٢)

٣ مربع طول قطره = ١٠ سم فإن مساحته = ... (الشرابية - القاهرة - ٢٣)

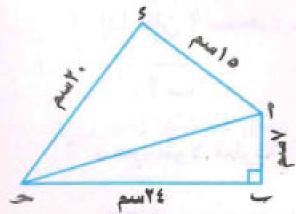
٤ .... المثلث يقسم سطحه إلى مثلثين متساويين فى المساحة. (غرب - الإسكندرية - ٢٣)

٣ (أ) قطعتا أرض متساويتان فى المساحة الأولى على شكل معين طولا قطريه ٤٨ مترًا ، ٤٠ مترًا والثانية على شكل شبه منحرف ارتفاعه ٢٠ مترًا والنسبة بين طولى قاعدتيه المتوازيتين ٥ : ٧ أوجد : طول كل من هاتين القاعدتين. (تلا - المنوفية - ١٧)

(ب) أ ب جـ ء متوازى أضلاع فيه : أ ب = ٨ سم ، أ جـ = ٢٠ سم ، ب ء = ١٢ سم

أثبت أن : ق(∠أ ب ء) = ٩٠° (غرب - الفيوم - ١٨)

٤ (أ) فى الشكل المقابل :



أ ب جـ ء شكل رباعى فيه : أ ب = ٧ سم

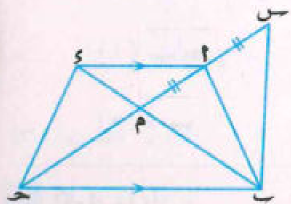
، أ ء = ١٥ سم ، ب جـ = ٢٤ سم ، ء جـ = ٢٠ سم

، ق(∠ب) = ٩٠°

١ أوجد : طول أ جـ

٢ أثبت أن : ق(∠أ ء جـ) = ٩٠° (شرق المنصورة - الدقهلية - ١٥)

(ب) فى الشكل المقابل :



أ ء // ب جـ ، س ∈ جـ أ بحيث س أ = أ م

أثبت أن : مساحة Δ أ ب س = مساحة Δ ء جـ م (الزاوية الحمراء - القاهرة - ١٩)

اختبــار تراكمــى 8 حتى الدرس الثالث الوحدة الخامسة

1 اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(1) إذا كانت : $\overline{\text{أد}}$ // $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ فإن : طول مسقط $\overline{\text{أد}}$ على $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ .... طول $\overline{\text{أد}}$ (السلام - القاهرة - 15)

(أ) = (ب) < (جـ) > (د) ≤

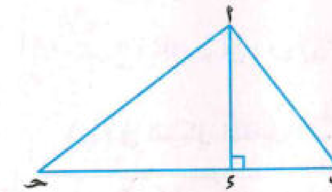
(2) إذا كان أ ب حـ د مربع فإن مسقط $\overline{\text{أد}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ هو .... (إبشواى - الفيوم - 19)

(أ) $\overline{\text{أب}}$ (ب) $\overline{\text{ب حـ}}$ (جـ) $\overline{\text{حـ د}}$ (د) $\overline{\text{د أ}}$

(3) معين طولا قطريه 6 سم ، 8 سم فإن محيطه يساوى .... سم. (شرق المنصورة - الدقهلية - 18)

(أ) 16 (ب) 20 (جـ) 24 (د) 48

(4) فى الشكل المقابل :



مسقط $\overline{\text{أب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ هو ....

(أ) $\overline{\text{ب حـ}}$ (ب) $\overline{\text{د حـ}}$ (جـ) $\overline{\text{ب د}}$ (د) $\overline{\text{أ د}}$ (6 أكتوبر - الجيزة - 16)

2 أكمل ما يأتى :

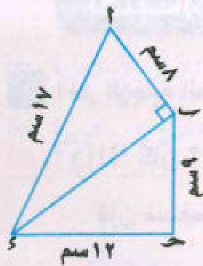
(1) معين طولا قطريه 4 سم ، 6 سم تكون مساحته تساوى .... سم^2 (مدينة نصر - القاهرة - 23)

(2) مسقط النقطة (−3 ، 5) على محور الصادات هى .... (شرق - الإسكندرية - 23)

(3) مضلعان متشابهان النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما 3 : 5 فإن النسبة بين محيطيهما = ... : .... (غرب - الغربية - 23)

(4) طول مسقط قطعة مستقيمة عمودية على مستقيم معلوم على هذا المستقيم يساوى .... (المراغة - سوهاج - 22)

3 (أ) فى الشكل المقابل :



أ ب حـ د شكل رباعى فيه :

ق(∠أ ب د) = 90° ، أ ب = 8 سم

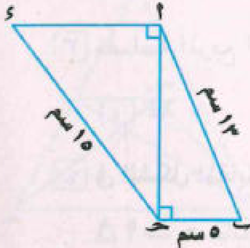
، أ د = 17 سم ، ب حـ = 9 سم ، حـ د = 12 سم

(1) أوجد : طول مسقط $\overline{\text{أد}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب د}}$

(2) أثبت أن : ق(∠ب حـ د) = 90° (غرب - الفيوم - 18)

(ب) شبه منحرف مساحته 88 سم^2 ، وارتفاعه 8 سم وطول إحدى قاعدتيه المتوازيتين 10 سم أوجد طول القاعدة الأخرى. (وسط - الإسكندرية - 19)

4 (أ) فى الشكل المقابل :



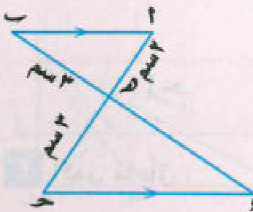
أ ب = 13 سم ، ب حـ = 5 سم ، حـ د = 15 سم

، ق(∠أ حـ ب) = ق(∠د أ حـ) = 90°

أوجد بالبرهان :

طول مسقط $\overline{\text{حـ د}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ د}}$ (قليوب - القليوبية - 19)

(ب) فى الشكل المقابل :



أثبت أن : Δ أ ب هـ ~ Δ حـ د هـ

ثم أوجد : طول $\overline{\text{د هـ}}$ (غرب الزقازيق - الشرقية - 16)

اختبار تراكمى ٩ حتى الدرس الرابع الوحدة الخامسة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان ا ب حـ مثلثًا قائم الزاوية فى ب ، ب ء ⊥ ا حـ ، ء ∈ ا حـ
فإن مسقط ب ء على ا حـ هو النقطة .... (دمياط - دمياط - ١٦)

(أ) ا (ب) ب (جـ) حـ (د) ء

٢ فى الشكل المقابل :

∆ ا ء هـ ~ ∆ ا ب حـ

فإن نسبة التصغير .... (روض الفرج - القاهرة - ١٦)

(أ) ٢ : ١ (ب) ١ : ١ (جـ) ١ : ٢ (د) ١ : ٣

٣ مساحة المربع الذى طول قطره ٨ سم تساوى .... سم^2. (العمرانية - الجيزة - ١٩)

(أ) ٦٤ (ب) ٣٢ (جـ) ١٦ (د) ١٢

٤ فى الشكل المقابل :

∆ ا ب حـ قائم الزاوية فى ب

، ب ء ⊥ ا حـ

فإن : (ا ب)^2 = ا ء × .... (السلام - القاهرة - ١٥)

(أ) ا حـ (ب) ء ب (جـ) ب حـ (د) حـ ء

٢ أكمل ما يأتى :

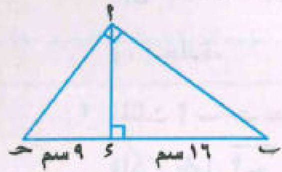
١ إذا كانت النقطة ا ∈ المستقيم ل فإن مسقط ا على المستقيم ل
هو .... (النزهة - القاهرة - ٢٣)

٢ مساحة المربع المنشأ على أحد ضلعى القائمة فى المثلث القائم الزاوية
يساوى .... (الرحمانية - البحيرة - ٢٣)

٣ معين طول ضلعه ١٢ سم ، وارتفاعه ٨ سم
فإن مساحته = ... سم^2 (شرق - الإسكندرية - ٢١)

٤ يتشابه المثلثان إذا كانت .... المتناظرة متطابقة. (الشيخ زايد - الجيزة - ٢٢)

٣ (أ) فى الشكل المقابل :



∆ ا ب حـ قائم الزاوية فى ا

، ا ء ⊥ ب حـ ، ب ء = ١٦ سم ، ء حـ = ٩ سم

أوجد : طول كل من ا ب ، ا حـ ، ا ء

واحسب : مساحة ∆ ا ب حـ (الداخلة - الوادى الجديد - ١٨)

(ب) فى الشكل المقابل :

ا ب حـ مثلث فيه : ء منتصف ا حـ

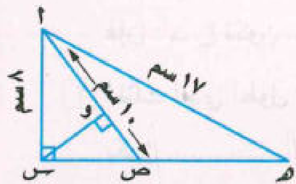
، مساحة ∆ س ب حـ = $\frac{1}{2}$ مساحة ∆ ا ب حـ

أثبت أن :

١ س ء // ب حـ

٢ مساحة ∆ س ب م = مساحة ∆ ء م حـ (غرب - الفيوم - ١٨)

٤ (أ) فى الشكل المقابل :



أوجد :

١ طول مسقط ا ص على س هـ

٢ طول كل من : س و ، ا و ، هـ ص (النزهة - القاهرة - ١٦)

(ب) ا ب حـ ء شبه منحرف متساوى الساقين فيه ا ء // ب حـ فإذا كان :
ب حـ = ٢ ا ء = ٢٠ سم ومساحته ١٨٠ سم^2 أوجد طول كل من ساقيه. (إبشواى - الفيوم - ١٩)

اختبار تراكمي ١٠ حتى الدرس الخامس الوحدة الخامسة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ Δ أ ب جـ فيه : (أ ب)^2 = (أ جـ)^2 + (ب جـ)^2 + ٥

فإن : ∠ جـ تكون .... (غرب المحلة - الغربية - ١٨)

(أ) حادة. (ب) قائمة. (جـ) منفرجة. (د) مستقيمة.

٢ المثلث أ ب جـ حاد الزوايا فيه : أ ب = ٦ سم ، ب جـ = ٨ سم

فإن : طول $\overline{\text{أ جـ}}$ = ... سم. (قليوب - القليوبية - ١٦)

(أ) ٢ (ب) ٦ (جـ) ١٠ (د) ١٤

٣ س ص ع مثلث فيه : س ص = ٣ سم ، ص ع = ٤ سم ، ∠ س ص ع منفرجة

فإن : س ع = ... سم. (غرب - الإسكندرية - ١٩)

(أ) ٨ (ب) ٧ (جـ) ٦ (د) ٥

٤ معين محيطه ٤٠ سم وطول أحد قطريه ١٢ سم يكون طول قطره

الآخر .... سم. (إسنا - الأقصر - ١٨)

(أ) ١٦ (ب) ١٢٠ (جـ) ٣٦٠ (د) ١٨

---

٢ أكمل ما يأتي :

١ Δ س ص ع فيه : (س ص)^2 > (س ع)^2 + (ص ع)^2

فإن : ∠ ع تكون .... (شرق - الإسكندرية - ٢٣)

٢ المثلث الذي أطوال أضلاعه ٣ سم ، ٤ سم ، ٦ سم

يكون .... الزاوية. (الخانكة - القليوبية - ٢٢)

٣ إذا كانت مساحة مثلث متساوي الأضلاع ٨ $\sqrt{٥}$ سم^2 وارتفاعه ٢ $\sqrt{٥}$ سم

فإن محيطه يساوي .... (شبين الكوم - المنوفية - ٢١)

٤ مساحة المثلث الذي أطوال أضلاعه : ١٢ سم ، ١٣ سم ، ٥ سم

تساوي .... سم^2 (إيتاي البارود - البحيرة - ٢٢)

٣ (أ) حدد الزاوية التي لها أصغر قياس في المثلث أ ب جـ حيث أ ب = ٧ سم ، ب جـ = ٨ سم ، أ جـ = ١٠ سم ثم حدد نوع المثلث بالنسبة لزواياه. (وسط - الإسكندرية - ١٩)

(ب) معين النسبة بين طولي قطريه ٣ : ٤ ومساحة سطحه ٥٤ سم^2

أوجد طول كل من قطريه. (غرب شبرا الخيمة - القليوبية - ١٩)

---

٤ (أ) في الشكل المقابل :

ق(∠ ب) = ٩٠° ، $\overline{\text{ء هـ}}$ ⊥ $\overline{\text{أ جـ}}$

، أ ب = ٧ سم ، ب جـ = ٢٤ سم

، أ ء = ١٥ سم ، ء جـ = ٢٠ سم

١ أثبت أن : ق(∠ ء أ جـ) = ٩٠°

٢ أوجد : طول مسقط $\overline{\text{أ ء}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أ جـ}}$ (الهرم - الجيزة - ١٨)

(ب) مثلثان متشابهان أطوال أضلاع أحدهما ٣ سم ، ٤ سم ، ٥ سم ومحيط الآخر ٣٦ سم

أوجد أطوال أضلاع المثلث الآخر. (الداخلة - الوادي الجديد - ١٨)

الاختبـارات الشهريـــة

في الهندســـــــة

محتوى امتحان شهر مارس

الوحدة الرابعة : المساحات.
- تساوى مساحتى متوازيا الأضلاع.
- نظرية (١)
- تساوى مساحتى مثلثين.
- نظرية (٢) ونتائجها.
- نظرية (٣)
- مساحات بعض الأشكال الهندسية

محتوى امتحان شهر أبريل

الوحدة الخامسة : التشابه - عكس نظرية فيثاغورث نظرية إقليدس.
- التشابه.
- عكس نظرية فيثاغورث.
- المساقط.
- نظرية إقليدس



اختبـار ١

الدرجة ١٠

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة : ٣ درجات

١ مساحة المعين الذى طولا قطريه ٦ سم ، ٨ سم هى .... سم^2.

(أ) ٤٨ (ب) ١٤ (جـ) ٢٤ (د) ٢٨

٢ مستطيل مساحته ٤٠ سم^2 وطوله ٨ سم فإن عرضه .... سم.

(أ) ٣٢ (ب) ٥ (جـ) ٤٨ (د) ٣٢٠

٣ إذا كان طولا ضلعين متجاورين فى متوازى أضلاع ١٠ سم ، ٨ سم وارتفاعه الأصغر ٤ سم فإن مساحته .... سم^2.

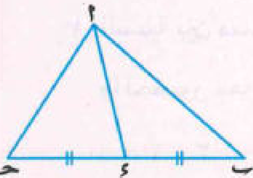
(أ) ٣٢ (ب) ٤٠ (جـ) ٥ (د) ٣٦

٢ أكمل ما يأتى : ٣ درجات

١ سطحا متوازيى الأضلاع المشتركين فى القاعدة والمحصورين بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل هذه القاعدة ....

٢ مربع مساحته ٥٠ سم^2 فإن طول قطره .... سم.

٣ فى الشكل المقابل :

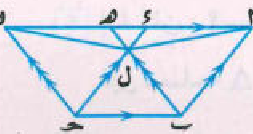


ا ب حـ مثلث فيه : ء منتصف $\overline{\text{ب حـ}}$

، مساحة Δ ا ب ء = ١٠ سم^2

فإن مساحة Δ ا ب حـ = ... سم^2.

٣ فى الشكل المقابل : درجتان



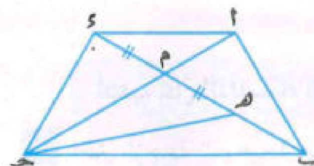
ا ب حـ ء ، هـ ب حـ و متوازيا أضلاع

، $\overline{\text{ب هـ}} \cap \overline{\text{حـ ء}} = \{\text{ل}\}$

، ء ∈ $\overline{\text{ا و}}$ ، هـ ∈ $\overline{\text{ا و}}$

برهن أن : مساحة Δ ا ب ل = مساحة Δ و حـ ل

٤ في الشكل المقابل : درجتان



ا ب حـ ء شكل رباعي تقاطع قطراه في م

، هـ ∈ $\overline{\text{بم}}$ حيث م هـ = م ء

، مساحة Δ ا م ب = مساحة Δ حـ م هـ

برهن أن : $\overline{\text{اء}}$ // $\overline{\text{بحـ}}$

اختبار ٢

الدرجة ١٠

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة : ٣ درجات

١ مساحة المثلث = ... طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها.

(أ) $\frac{1}{4}$ (ب) $\frac{1}{3}$ (جـ) ضعف (د) $\frac{1}{2}$

٢ شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ١٥ سم ، ١١ سم

فإن طول قاعدته المتوسطة .... سم.

(أ) ٤ (ب) ٢٦ (جـ) ١٣ (د) ١٢

٣ النسبة بين مساحة المثلث ومساحة متوازى الأضلاع المشترك معه فى القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين هى ....

(أ) ١ : ٣ (ب) ٢ : ٤ (جـ) ٢ : ١ (د) ١ : ١

٢ أكمل ما يأتى : ٣ درجات

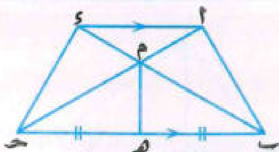
١ مساحة متوازى الأضلاع = ... × ....

٢ إذا كان : ا ب حـ ء متوازى أضلاع مساحته ١٠٠ سم^2 ، هـ ∈ $\overline{\text{اء}}$

فإن مساحة Δ هـ ب حـ = ...

٣ معين مساحته ٣٠ سم^2 وطول ضلعه ٦ سم فإن ارتفاعه .... سم.

٣ في الشكل المقابل : درجتان

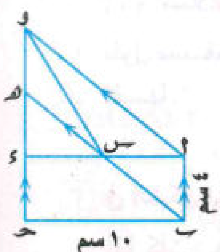


$\overline{\text{اء}}$ // $\overline{\text{بحـ}}$ ، $\overline{\text{احـ}}$ ∩ $\overline{\text{بء}}$ = {م}

، هـ منتصف $\overline{\text{بحـ}}$

أثبت أن : مساحة الشكل ا ب هـ م = مساحة الشكل ء حـ هـ م

٤ في الشكل المقابل : درجتان



ا ب حـ ء مستطيل ، ا ب هـ و متوازى أضلاع

، ء ∈ $\overline{\text{حـو}}$ ، هـ ∈ $\overline{\text{حـو}}$ ، س ∈ $\overline{\text{بهـ}}$

، ا ب = ٤ سم ، ب حـ = ١٠ سم

أوجد بالبرهان :

١ مساحة ▱ ا ب هـ و ٢ مساحة Δ س ا و

اختبـار ١

الدرجة
١٠

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة : ٣ درجات

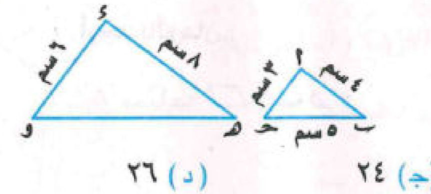
١ يتشابه المثلثان إذا كانت .... المتناظرة متناسبة.

(أ) أضلاعهما (ب) زواياهما (جـ) رؤوسهما (د) أقطارهما

٢ طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم .... طول القطعة المستقيمة نفسها.

(أ) $\leq$ (ب) $\geq$ (جـ) $<$ (د) $=$

٣ في الشكل المقابل :



إذا كان : Δ أ ب حـ ~ Δ ء هـ و

فإن محيط Δ ء هـ و = ... سم.

(أ) ١٠ (ب) ١٢ (جـ) ٢٤ (د) ٢٦

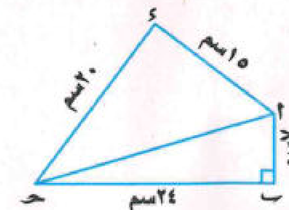
٢ أكمل ما يأتي : ٣ درجات

١ إذا كان مربع طول ضلع في مثلث يساوي مجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين كانت ....

٢ أ ب حـ ء مستطيل فإن مسقط $\overline{\text{أ حـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ هو ....

٣ إذا تشابه مضلعان وكانت النسبة بين طولي ضلعين متناظرين فيهما ٥ : ٨ فإن النسبة بين محيطيهما هي ....

٣ في الشكل المقابل : درجتان



أ ب حـ ء شكل رباعي فيه :

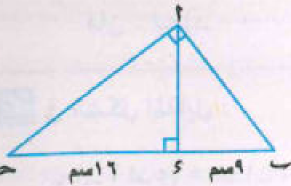
ق (∠ب) = ٩٠°، أ ب = ٧ سم

، ب حـ = ٢٤ سم، حـ ء = ٢٠ سم، ء أ = ١٥ سم

١ أوجد : طول $\overline{\text{أ حـ}}$

٢ أثبت أن : ق (∠ء) = ٩٠°

٤ في الشكل المقابل : درجتان



أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في أ ، $\overline{\text{أ ء}} \perp \overline{\text{ب حـ}}$

فإذا كان : ب ء = ٩ سم، ء حـ = ١٦ سم.

أوجد : طول كل من $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ حـ}}$ ، $\overline{\text{أ ء}}$

اختبـار ٢

الدرجة
١٠

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة : ٣ درجات

١ مسقط شعاع على مستقيم غير عمودي عليه هو ....

(أ) قطعة مستقيمة. (ب) شعاع. (جـ) مستقيم. (د) نقطة.

٢ جميع .... متشابهة.

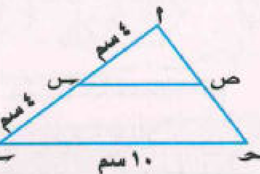
(أ) المعينات (ب) المثلثات (جـ) المستطيلات (د) المربعات

٣ إذا كانت نسبة التكبير بين مضلعين متشابهين تساوي .... فإن المضلعين متطابقان.

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٠,٥ (د) غير ذلك.

٢ أكمل ما يأتي : ٣ درجات

١ في الشكل المقابل :



إذا كان : Δ أ ب حـ ~ Δ أ س ص

، أ س = س ب = ٤ سم، ب حـ = ١٠ سم

فإن : س ص = ... سم.

٢ إذا كانت : أ $\in$ $\overline{\text{ب حـ}}$ فإن مسقط أ على $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ هو ....

الأسئلة الهامة

فى الهندسة

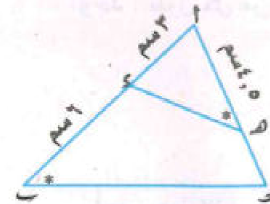
من امتحانات الإدارات التعليمية

٣ مثلث س ص ع فيه : (س ص)^{٢} − (ص ع)^{٢} = (س ع)^{٢}

فإن : ق(∠ ....) = ٩٠°

---

٣ فى الشكل المقابل : درجتان



ق(∠ أ هـ ء) = ق(∠ ب) ، أ ء = ٣ سم

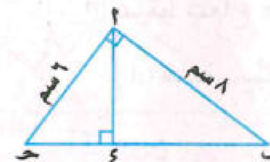
، أ هـ = ٤,٥ سم ، ب ء = ٦ سم

١ أثبت أن : △ أ ب حـ ~ △ أ هـ ء

٢ أوجد : طول $\overline{\text{هـ حـ}}$

---

٤ فى الشكل المقابل : درجتان



ق(∠ ب أ حـ) = ٩٠° ، $\overline{\text{أ ء}}$ ⊥ $\overline{\text{ب حـ}}$

وإذا كان : أ ب = ٨ سم ، أ حـ = ٦ سم

أوجد : ١ طول $\overline{\text{ب حـ}}$

٢ طول مسقط $\overline{\text{أ ب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$

أولًا أسئلة الاختيار من متعدد

١ متوازى أضلاع طول قاعدته ٧ سم وارتفاعه المناظر للقاعدة ٥ سم فإن مساحته تساوى .... سم^{٢} (غرب - الإسكندرية - ٢٣)

(أ) ١٣ (ب) ٣٥ (جـ) ٢٤ (د) ١٢

٢ متوازى الأضلاع الذى فيه طولا ضلعين متجاورين ٨ سم ، ٦ سم وارتفاعه الأصغر ٤ سم تكون مساحته .... سم^{٢} (المعصرة - القاهرة - ٢٢)

(أ) ٢٤ (ب) ٣٢ (جـ) ٤٨ (د) ٦٠

٣ طولا ضلعين متجاورين فى متوازى أضلاع ٦ سم ، ٧ سم وارتفاعه الأكبر ٥ سم فتكون مساحته = ... سم^{٢} (جنوب الجيزة - الجيزة - ١٧)

(أ) ٣٠ (ب) ٣٥ (جـ) ٤٢ (د) ٤٩

٤ إذا كانت مساحة متوازى أضلاع ٦٠ سم^{٢} وطول قاعدته ١٢ سم فإن ارتفاعه المناظر للقاعدة يساوى .... سم (توجيه - الإسماعيلية - ٢٣)

(أ) ١ (ب) ٥ (جـ) ١٠ (د) ١٢

٥ إذا كانت مساحة متوازى أضلاع ٢٤ سم^{٢} وارتفاعه ٦ سم فإن طول قاعدته المناظرة يساوى .... سم (شبراخيت - البحيرة - ٢٣)

(أ) ١٦ (ب) ١٨ (جـ) ٧ (د) ٤

٦ متوازى أضلاع فيه طولا ضلعين متجاورين ٩ سم ، ٦ سم ، وارتفاعه الأصغر ٤ سم فإن ارتفاعه الأكبر .... سم (إسنا - الأقصر - ١٨)

(أ) ٣٦ (ب) ٢٤ (جـ) ١٢ (د) ٦

٧ مساحة المثلث .... مساحة متوازى الأضلاع المشترك معه فى القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل القاعدة المشتركة. (الخانكة - القليوبية - ٢٢)

(أ) تساوى (ب) نصف (جـ) ضعف (د) ربع

٨ النسبة بين مساحة متوازى الأضلاع ومساحة المثلث المشترك معه فى القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين هى .... (أبو قرقاص - المنيا - ٢٣)

(أ) ٢ : ١ (ب) ٣ : ١ (جـ) ١ : ٢ (د) ٣ : ٢

٩ ا ب حـ ء متوازى أضلاع ، هـ ∈ $\overline{\text{ا ء}}$ فإذا كانت مساحة △ هـ ب حـ = ٣٥ سم^{٢} فإن مساحة متوازى الأضلاع ا ب حـ ء = ... سم^{٢} (بنها - القليوبية - ١٧)

(أ) ٣٥ (ب) ٧٠ (جـ) ١٧ (د) ١٧,٥

١٠ فى الشكل المقابل:
إذا كان: ا ب حـ ء متوازى أضلاع مساحته = ٢٤ سم^{٢}
فإن: مساحة △ ا ب هـ = ... سم^{٢}

(أ) ٢٤ (ب) ١٢ (جـ) ٨ (د) ٦ (الساحل - القاهرة - ١٨)

١١ إذا كان: ا ب حـ ء متوازى أضلاع مساحته ١٠٠ سم^{٢} ، هـ ∈ $\overline{\text{ا ء}}$ ، و منتصف $\overline{\text{ب حـ}}$ فإن مساحة سطح المثلث هـ ب و = ... سم^{٢}. (شمال الجيزة - الجيزة - ١٨)

(أ) ١٠٠ (ب) ٥٠ (جـ) ١٠ (د) ٢٥

١٢ فى الشكل المقابل:
إذا كانت: مساحة △ ا ب حـ = مساحة △ ء ب حـ
فإن: ....

(أ) $\overline{\text{ا ب}}$ // $\overline{\text{حـ ء}}$ (ب) ا ب = حـ ء
(جـ) $\overline{\text{ا ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$ (د) ا ء = ب حـ (الساحل - القاهرة - ١٨)

١٣ مساحة المستطيل الذى بعداه ٦ سم ، ٤ سم .... مساحة المثلث الذى طول قاعدته ١٢ سم وارتفاعه المناظر لها ٤ سم (غرب طنطا - الغربية - ٢٣)

(أ) > (ب) < (جـ) = (د) ≠

١٤ المثلث الذى طول قاعدته ١٢ سم ومساحته ٤٨ سم^{٢} يكون ارتفاعه المناظر لهذه القاعدة = ... (المنتزه - الإسكندرية - ١٧)

(أ) ٣ سم (ب) ٤ سم (جـ) ٦ سم (د) ٨ سم

١٥ مثلث مساحته ٢٤ سم٢ وارتفاعه ٨ سم فإن طول قاعدته المناظرة يساوى .... سم (نجع حمادى - قنا - ٢٢)

(أ) ٣١ (ب) ٦ (جـ) ٢٤ (د) ٤

---

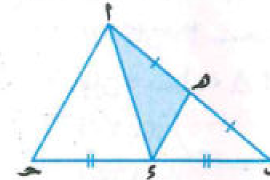
١٦ متوسط المثلث يقسم سطحه إلى مثلثين .... (البدارى - أسيوط - ٢٢)

(أ) متساويين فى المحيط. (ب) متشابهين.

(جـ) متساويين فى المساحة. (د) متطابقين.

---

١٧ فى الشكل المقابل :



م (Δ ا هـ ء) = ... م (Δ ا ب حـ)

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{١}{٣}$

(جـ) $\frac{١}{٤}$ (د) $\frac{١}{٨}$ (تلا - المنوفية - ١٧)

---

١٨ مساحة المربع الذى طول قطره ٦ سم تساوى .... سم٢ (النزهة - القاهرة - ١٦)

(أ) ١٢ (ب) ١٨ (جـ) ٢٤ (د) ٣٦

---

١٩ مربع مساحة سطحه ١٨ سم٢ يكون طول قطره .... سم (منية النصر - الدقهلية - ٢٣)

(أ) ٣ (ب) ٦ (جـ) ٩ (د) ٣٦

---

٢٠ معين طولا قطريه ٨ سم ، ٦ سم تكون مساحته .... سم٢ (المراغة - سوهاج - ٢٢)

(أ) ١٤ (ب) ٢٤ (جـ) ٤٠ (د) ٤٨

---

٢١ معين طولا قطريه ٦ سم ، ٨ سم وارتفاعه ٤,٨ سم فإن طول ضلعه = ... سم (غرب - الفيوم - ١٨)

(أ) ١٠ (ب) ٥ (جـ) ٢٠ (د) ١٢

---

٢٢ قطرا شبه المنحرف المتساوى الساقين .... (المرج - القاهرة - ١٨)

(أ) متطابقان. (ب) متعامدان.

(جـ) متوازيان. (د) ينصف كل منهما الآخر.

٢٣ شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٦ سم ، ١٤ سم فإن طول قاعدته المتوسطة = ... سم (الهرم - الجيزة - ٢٣)

(أ) ٢٠ (ب) ١٠ (جـ) ٨ (د) ٤٠

---

٢٤ شبه منحرف مساحته ٥٤ سم٢ وارتفاعه ٦ سم يكون طول قاعدته المتوسطة يساوى .... (توجيه - بورسعيد - ٢٣)

(أ) ١٠ سم (ب) ٨ سم (جـ) ٩ سم (د) ١٢ سم

---

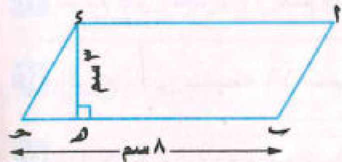
٢٥ شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين هى ٨ سم ، ١٢ سم وارتفاعه ٦ سم تكون مساحته .... سم٢ (الزيتون - القاهرة - ١٩)

(أ) ٧٢٠ (ب) ١٢٠ (جـ) ٦٠ (د) ٧٢

ثانيًا أسئلة الإكمال

١ فى الشكل المقابل :

مساحة متوازى الأضلاع ا ب حـ ء = ... سم٢ (العمرانية - الجيزة - ١٩)



---

٢ سطحا متوازيى الأضلاع المشتركين فى القاعدة والمحصورين بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل هذه القاعدة يكونان .... (غرب - الإسكندرية - ١٩)

---

٣ متوازى أضلاع مساحته ٤٨ سم٢ وطول قاعدته ١٢ سم فإن ارتفاعه المناظر لهذه القاعدة = ... سم (الدقى - الجيزة - ١٩)

---

٤ النسبة بين مساحة المثلث ومساحة متوازى الأضلاع المشتركان فى قاعدة واحدة ورأس المثلث تنتمى للضلع المقابل للقاعدة المشتركة هى .... : .... (المعادى - القاهرة - ٢٣)

---

٥ ا ب حـ ء متوازى أضلاع مساحته ١٠٠ سم٢ ، هـ ∈ $\overline{اء}$

فإن : مساحة Δ هـ ب حـ = ... سم٢ (طوخ - القليوبية - ٢٣)

٦ إذا كان طول قاعدة مثلث ٤ سم وارتفاعه المناظر لهذه القاعدة ٣ سم
فإن مساحته تساوى .... سم^2 (السلام - القاهرة - ٢٣)

٧ إذا كان : أ ب حـ ء متوازى أضلاع مساحته ١٠٠ سم^2
فإن مساحة $\triangle$ أ ب حـ = ... سم^2 (الزاوية الحمراء - القاهرة - ١٩)

٨ المثلثان المرسومان على قاعدة واحدة ورأساهما على مستقيم يوازى هذه القاعدة
يكونان .... (المعصرة - القاهرة - ٢٢)

٩ المثلثات التى قواعدها متساوية فى الطول والمحصورة بين مستقيمين متوازيين
تكون .... (المنتزة أول - الإسكندرية - ٢٣)

١٠ المثلثان المتساويان فى مساحتيهما والمرسومان على قاعدة واحدة وفى جهة واحدة من
هذه القاعدة يكون رأساهما على مستقيم .... (بلطيم - كفر الشيخ - ٢٢)

١١ مربع طول قطره ١٠ سم فإن مساحته تساوى .... سم^2 (سمسطا - بنى سويف - ٢٢)

١٢ المربع الذى محيطه ١٦ سم تكون مساحته .... سم^2 (طهطا - سوهاج - ٢٣)

١٣ إذا كانت مساحة مربع تساوى ٤٩ سم^2 ومحيطه = (٧ س − ١٤) سم
فإن : س = ... (السنبلاوين - الدقهلية - ٢٢)

١٤ معين طول ضلعه ١٢ سم ، وارتفاعه ٨ سم
فإن مساحته = ... سم^2 (شرق - الإسكندرية - ١٩)

١٥ المعين الذى محيطه ٢٠ سم وارتفاعه ٦ سم
تكون مساحته .... سم^2 (مطوبس - كفر الشيخ - ١٥)

١٦ معين محيطه ٢٠ سم ، ومساحته ٤٠ سم^2
فإن ارتفاعه .... سم (إيتاى البارود - البحيرة - ٢٢)

١٧ معين مساحته ٢٤ سم^2 وطول أحد قطريه ٦ سم
فإن طول القطر الآخر = ... سم (المرج - القاهرة - ١٩)

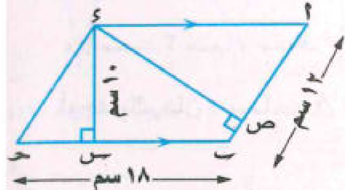
١٨ شبه المنحرف الذى طول قاعدته المتوسطة ٧ سم ومساحة سطحه ٣٥ سم^2
يكون ارتفاعه .... سم (شرق المنصورة - الدقهلية - ١٨)

١٩ شبه منحرف مساحة سطحه ٣٠ سم^2 وطول قاعدته المتوسطة ٦ سم
يكون ارتفاعه .... سم (منوف - المنوفية - ٢٣)

٢٠ شبه منحرف مساحته ١٠٨ سم^2 وطول إحدى قاعدتيه المتوازيتين ١٥ سم وارتفاعه ٨ سم
فإن طول قاعدته الأخرى = ... سم (بولاق - الجيزة - ١٦)

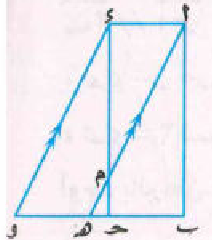
ثالثاً الأسئلة المقالية

١ فى الشكل المقابل :



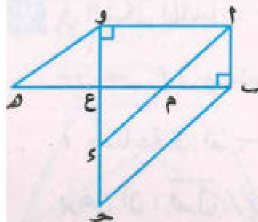
أ ب حـ ء متوازى أضلاع ، أ ب = ١٢ سم
، ب حـ = ١٨ سم ، ء س = ١٠ سم
أوجد : [١] مساحة المتوازى.
[٢] طول $\overline{\text{ء ص}}$
(توجيه - الإسماعيلية - ١٨)

٢ فى الشكل المقابل :



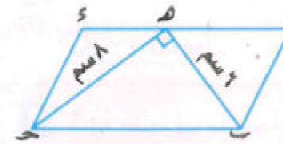
أ ب حـ ء مستطيل
، أ هـ // ء و ، هـ ∈ $\overleftarrow{\text{ب حـ}}$ ، و ∈ $\overleftarrow{\text{ب حـ}}$
أثبت أن :
مساحة الشكل أ ب حـ م = مساحة الشكل ء م هـ و (الشيخ زايد - الجيزة - ٢٣)

٣ فى الشكل المقابل :



أ ب ع و مستطيل
، أ ب حـ ء ، أ م هـ و متوازيا أضلاع.
أثبت أن :
مساحة ▱ أ ب حـ ء = مساحة ▱ أ م هـ و (غرب - الفيوم - ١٨)

٤ في الشكل المقابل :



أ ب جـ د متوازي أضلاع

، هـ ∈ $\overline{\text{أ د}}$ ، ق (∠ ب هـ جـ) = ٩٠°

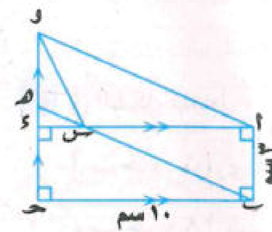
إذا كان : ب هـ = ٦ سم ، هـ جـ = ٨ سم

أوجد : ١ مساحة Δ هـ جـ ب

٢ مساحة متوازي أضلاع أ ب جـ د

(الزيتون - القاهرة - ٢٣)

٥ في الشكل المقابل :



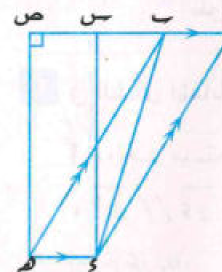
أ ب جـ د مستطيل ، أ و هـ ب متوازي أضلاع

، أ ب = ٣ سم ، ب جـ = ١٠ سم

أوجد بالبرهان : مساحة Δ أ و س

(أوسيم - الجيزة - ١٧)

٦ في الشكل المقابل :



$\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ // $\overleftrightarrow{\text{د هـ}}$ ، س ∈ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ ، ص ∈ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$

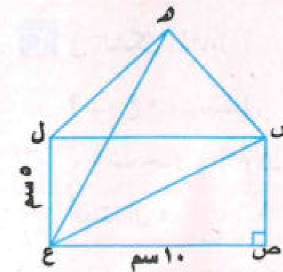
، هـ د س ص مستطيل ، $\overline{\text{أ د}}$ // $\overline{\text{هـ ب}}$

، هـ د = ٣ سم ، هـ ص = ١٠ سم

أوجد بالبرهان : مساحة Δ أ د ب

(شبين الكوم - المنوفية - ١٨)

٧ في الشكل المقابل :



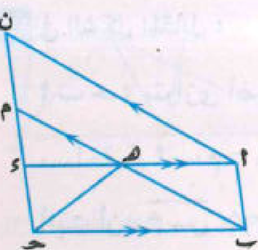
س ص ع ل مستطيل

، مساحة Δ هـ س ع = ٢٥ سم^2

برهن أن : $\overline{\text{هـ ل}}$ // $\overline{\text{س ع}}$

(غرب شبرا الخيمة - القليوبية - ٢٣)

٨ في الشكل المقابل :



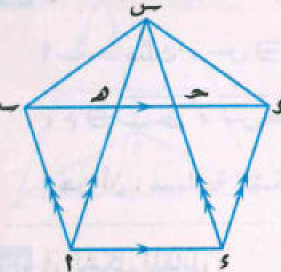
أ ب جـ د ، أ ب م ن متوازيا أضلاع

برهن أن :

مساحة Δ هـ ب جـ = $\frac{1}{2}$ مساحة متوازي الأضلاع أ ب م ن

(الطور - جنوب سيناء - ٢٣)

٩ في الشكل المقابل :



أ ب جـ د ، أ هـ و د متوازيا أضلاع

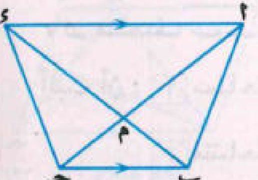
، $\overleftrightarrow{\text{أ هـ}}$ ∩ $\overleftrightarrow{\text{د جـ}}$ = {س}

برهن أن :

مساحة Δ أ ب س = مساحة Δ د و س

(توجيه - البحيرة - ١٧)

١٠ في الشكل المقابل :



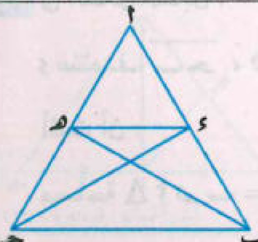
$\overline{\text{أ د}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$

أثبت أن :

مساحة Δ أ م ب = مساحة Δ د م جـ

(العمرانية - الجيزة - ١٩)

١١ في الشكل المقابل :



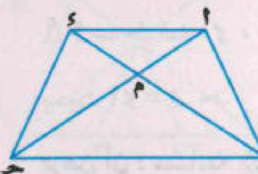
أ ب جـ مثلث ، د ∈ $\overline{\text{أ ب}}$ ، هـ ∈ $\overline{\text{أ جـ}}$

بحيث مساحة Δ أ ب هـ = مساحة Δ أ جـ د

أثبت أن : $\overline{\text{د هـ}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$

(الدقي - الجيزة - ١٩)

١٢ في الشكل المقابل :



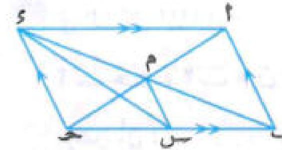
$\overline{\text{أ جـ}}$ ∩ $\overline{\text{ب د}}$ = {م}

، مساحة المثلث أ ب م = مساحة المثلث د جـ م

أثبت أن : $\overline{\text{أ د}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$

(القنطرة غرب - الإسماعيلية - ٢٢)

١٣ في الشكل المقابل :



أ ب ح ء متوازي أضلاع فيه :

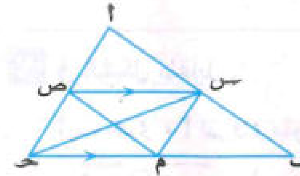
مساحة Δ أ ب م = مساحة Δ ء س ح

أثبت أن : م س // ء ح

(السنبلاوين - الدقهلية - ٢٢)

---

١٤ في الشكل المقابل :



أ ب ح مثلث ، س ∈ أ ب ، ص ∈ أ ح

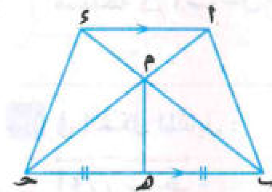
، م ∈ ب ح ، س ص // ب ح

برهن أن : مساحة الشكل أ س م ص = مساحة Δ أ س ح

(كفر سعد - دمياط - ١٧)

---

١٥ في الشكل المقابل :



أ ء // ب ح

، هـ منتصف ب ح

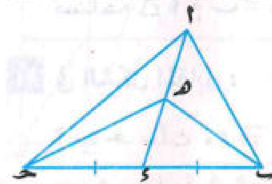
أثبت أن : [١] مساحة Δ أ م ب = مساحة Δ ء م ح

[٢] مساحة الشكل أ ب هـ م = مساحة الشكل ء م هـ ح

(صان الحجر - الشرقية - ٢٣)

---

١٦ في الشكل المقابل :



ء منتصف ب ح ، هـ ∈ أ ء

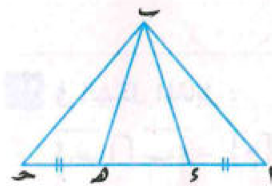
أثبت أن :

مساحة Δ أ هـ ب = مساحة Δ أ هـ ح

(الشيخ زايد - الجيزة - ٢٢)

---

١٧ في الشكل المقابل :



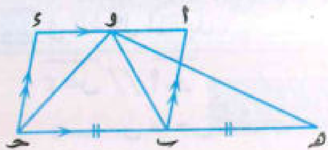
Δ أ ب ح فيه : ء ، هـ ∈ أ ح

بحيث أ ء = هـ ح

برهن أن : مساحة Δ أ ب هـ = مساحة Δ ح ب ء

(غرب - الفيوم - ٢٣)

١٨ في الشكل المقابل :



أ ب ح ء متوازي أضلاع ، هـ ∈ ح ب

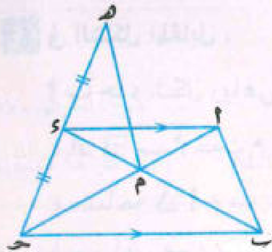
حيث : ب ح = ب هـ

برهن أن : مساحة Δ و هـ ح = مساحة متوازي الأضلاع أ ب ح ء

(إدفو - أسوان - ٢٣)

---

١٩ في الشكل المقابل :



أ ء // ب ح

، أ ح ∩ ب ء = {م}

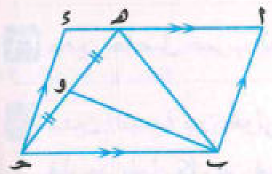
، ء منتصف هـ ح

أثبت أن : مساحة Δ م ء هـ = مساحة Δ أ م ب

(المعادي - القاهرة - ٢٣)

---

٢٠ في الشكل المقابل :



أ ب ح ء متوازي أضلاع مساحته ٢٠ سم^2

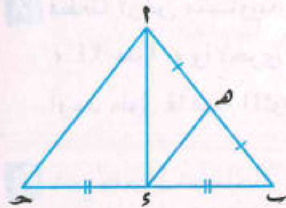
، و منتصف هـ ح ، هـ ∈ أ ء

أوجد : مساحة Δ ب هـ و

(نجع حمادي - قنا - ٢٢)

---

٢١ في الشكل المقابل :



Δ أ ب ح ، هـ ، ء منتصفا أ ب ، ب ح على الترتيب

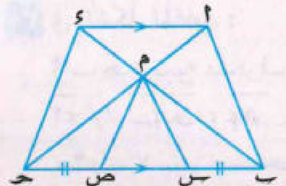
برهن أن :

مساحة سطح Δ أ ء هـ = $\frac{1}{4}$ مساحة سطح Δ أ ب ح

(شبراخيت - البحيرة - ٢٣)

---

٢٢ في الشكل المقابل :



أ ء // ب ح ، أ ح ∩ ب ء = {م}

، ب س = ص ح

أثبت أن : مساحة الشكل أ ب س م = مساحة الشكل ء ح ص م

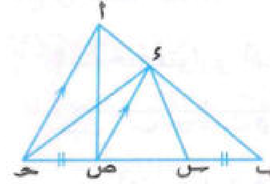
(العمرانية - الجيزة - ١٩)

٢٣ في الشكل المقابل :

ءص // أحـ

، ب س = ص حـ

أثبت أن : مساحة △ ب ء س = مساحة △ أ ص ء



(غرب المحلة - الغربية - ١٨)

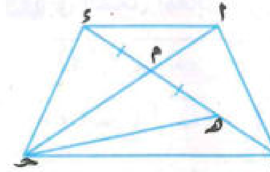
٢٤ في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء شكل رباعى تقاطع قطراه فى م

، هـ ∈ ب م حيث م هـ = م ء

، مساحة △ أ م ب = مساحة △ حـ م هـ

برهن أن : أ ء // ب حـ



(مطوبس - كفر الشيخ - ٢٣)

٢٥ أوجد طول قطر المربع الذى مساحة سطحه تساوى ١٨ سم^2 (البساتين ودار السلام - القاهرة - ١٧)

٢٦ معين حاصل ضرب قطريه ٧٢ سم^2 وارتفاعه ٩ سم أوجد طول ضلعه. (المرج - القاهرة - ١٨)

٢٧ معين النسبة بين طولى قطريه ٥ : ٨ فإذا كانت مساحته ٢٠٠٠ سم^2 فأوجد طول كل من قطريه. (العريش - شمال سيناء - ١٦)

٢٨ قطعتا أرض متساويتان فى المساحة ، الأولى على شكل معين طولا قطريه ١٨ مترًا ، ٢٤ مترًا ، والأخرى على شكل شبه منحرف ارتفاعه ١٢ مترًا. أوجد طول قاعدته المتوسطة. (البدارى - أسيوط - ٢٢)

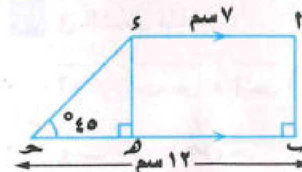
٢٩ شبه منحرف مساحته ١٨٠ سم^2 والنسبة بين طولى قاعدتيه المتوازيتين هى ٣ : ٢ ، وارتفاعه ١٢ سم فما طول كل منهما ؟ (دمياط - دمياط - ١٦)

٣٠ في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء شبه منحرف فيه :

ء أ // ب حـ ، ء هـ ⊥ ب حـ

، أ ء = ٧ سم ، ب حـ = ١٢ سم ، ق (∠ حـ) = ٤٥°



أوجد : مساحة سطح شبه المنحرف أ ب حـ ء (غرب شبرا الخيمة - القليوبية - ١٨)

الأسئلة الهامة على الوحدة الخامسة

التشابه وعكس نظرية فيثاغورث ونظرية إقليدس

أولًا أسئلة الاختيار من متعدد

١ يتشابه المضلعان إذا كانت زواياهما المتناظرة .... (الوراق - الجيزة - ٢٣)

(أ) متناسبة. (ب) متطابقة. (جـ) مختلفة. (د) متبادلة.

٢ جميع المضلعات المنتظمة التى لها نفس العدد من الأضلاع تكون .... (منيا القمح - الشرقية - ١٧)

(أ) متطابقة. (ب) متشابهة. (جـ) متساوية المساحة. (د) كل ما سبق.

٣ جميع .... متشابهة. (شبين الكوم - المنوفية - ٢٣)

(أ) المثلثات (ب) المربعات (جـ) المعينات (د) المستطيلات

٤ إذا كانت نسبة التكبير بين مضلعين متشابهين تساوى .... فإن المضلعين متطابقان. (المعصرة - القاهرة - ٢٢)

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{١}{٤}$

٥ المضلعان المشابهان لمضلع ثالث يكونان .... (توجيه - البحيرة - ١٧)

(أ) متطابقين. (ب) متساويين فى المساحة.

(جـ) متشابهين. (د) منطبقين.

٦ مضلعان متشابهان النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ٣ : ٢ تكون النسبة بين محيطيهما .... (غرب - الإسكندرية - ٢٣)

(أ) ٥ : ٢ (ب) ٣ : ٢ (جـ) ٣ : ١ (د) ٣ : ٥

٧ مضلعان متشابهان النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ١ : ٣ ، فإذا كان محيط المضلع الأكبر ٤٥ سم فإن محيط المضلع الأصغر .... سم. (الداخلة - الوادى الجديد - ١٨)

(أ) ١٥ (ب) ٣٠ (جـ) ٢٥ (د) ١٠

٨ العمود المرسوم من رأس القائمة لمثلث قائم الزاوية على الوتر يقسمه لمثلثين .... (مصر الجديدة - القاهرة - ١٧)

(أ) متطابقين. (ب) حادين.

(جـ) متشابهين. (د) منفرجي الزاوية.

---

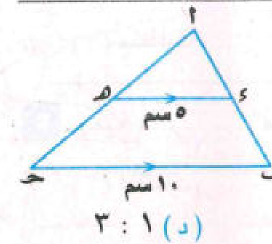
٩ إذا كان : $\triangle$ أ ب جـ ~ $\triangle$ ء هـ و وكان : ق (∠ب) = ٧٠° ، ق (∠و) = ٥٠°

فإن : ق (∠أ) = ... (توجيه - بورسعيد - ٢٣)

(أ) ٥٠° (ب) ٦٠° (جـ) ٨٠° (د) ١٠٠°

---

١٠ في الشكل المقابل :



$\triangle$ أ ء هـ ~ $\triangle$ أ ب جـ

فإن نسبة التصغير .... (روض الفرج - القاهرة - ١٦)

(أ) ٢ : ١ (ب) ١ : ١ (جـ) ١ : ٢ (د) ١ : ٣

---

١١ إذا كان : $\triangle$ أ ب جـ ~ $\triangle$ ء هـ و ، أ ب = $\frac{1}{4}$ ء هـ

فإن : محيط $\triangle$ أ ب جـ = ... محيط $\triangle$ ء هـ و (التبين - القاهرة - ٢٣)

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) $\frac{1}{4}$ (د) $\frac{1}{2}$

---

١٢ نسبة التصغير بين مضلعين متشابهين ∋ .... (الخانكة - القليوبية - ٢٣)

(أ)]٠ ، ١[(ب) [٠ ، ١] (جـ)]١ ، ∞[(د) [١ ، ∞[

---

١٣ إذا كان : $\triangle$ أ ب جـ فيه : (أ ب)^2 + (ب جـ)^2 = (أ جـ)^2

فإن : ∠ب تكون .... (٦ أكتوبر - الجيزة - ١٦)

(أ) حادة. (ب) منفرجة. (جـ) قائمة. (د) منعكسة.

---

١٤ مسقط نقطة على مستقيم معلوم هو .... (الهرم - الجيزة - ٢٣)

(أ) نقطة. (ب) قطعة مستقيمة. (جـ) شعاع. (د) مستقيم.

---

١٥ طول مسقط قطعة مستقيمة معلومة على مستقيم معلوم .... طول القطعة المستقيمة نفسها. (نجع حمادي - قنا - ٢٢)

(أ) < (ب) > (جـ) ≥ (د) =

١٦ إذا كانت : $\overline{\text{أب}}$ // $\overline{\text{س ص}}$ فإن طول مسقط $\overline{\text{أب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ .... طول $\overline{\text{أب}}$ (غرب طنطا - الغربية - ٢٣)

(أ) < (ب) > (جـ) = (د) ≤

---

١٧ إذا كانت : $\overline{\text{أب}}$ ∩ $\overleftrightarrow{\text{جـ ء}}$ = {ب} ، أ ب = ٦ سم

فإن : طول مسقط $\overline{\text{أب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{جـ ء}}$ لا يمكن أن يساوي .... سم. (بنها - القليوبية - ١٧)

(أ) ٦ (ب) ٣ (جـ) ٢ (د) ٥

---

١٨ إذا كان مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم هو نقطة ، فإن القطعة المستقيمة .... المستقيم. (ديروط - أسيوط - ٢٣)

(أ) // (ب) ⊥ (جـ) ≡ (د) <

---

١٩ إذا كانت : $\overline{\text{أب}}$ ⊥ $\overline{\text{ب جـ}}$ فإن مسقط $\overline{\text{أجـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ هو .... (مصر الجديدة - القاهرة - ١٧)

(أ) $\overline{\text{أب}}$ (ب) $\overline{\text{ب جـ}}$ (جـ) $\overline{\text{أجـ}}$ (د) {أ}

---

٢٠ $\triangle$ أ ب جـ قائم الزاوية في ب ، $\overline{\text{ب ء}}$ ⊥ $\overline{\text{أجـ}}$ فإن مسقط $\overline{\text{ب ء}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أجـ}}$ هو .... (الطور - جنوب سيناء - ٢٣)

(أ) {أ} (ب) {ب} (جـ) {جـ} (د) {ء}

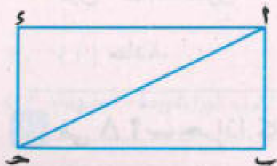
---

٢١ إذا كان أ ب جـ ء مربعًا فإن مسقط $\overline{\text{أء}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ هو .... (أبشواي - الفيوم - ١٩)

(أ) $\overline{\text{أب}}$ (ب) $\overline{\text{ب جـ}}$ (جـ) $\overline{\text{جـ ء}}$ (د) $\overline{\text{ءأ}}$

---

٢٢ في الشكل المقابل :



أ ب جـ ء مستطيل

فإن مسقط $\overline{\text{أجـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{جـ ء}}$ هو .... (الزاوية الحمراء - القاهرة - ١٩)

(أ) $\overline{\text{جـ ء}}$ (ب) $\overline{\text{أء}}$ (جـ) $\overline{\text{ب جـ}}$ (د) $\overline{\text{أجـ}}$

٢٣ مسقط النقطة (٥ ، ٣) على محور الصادات هى .... (الواسطى - بنى سويف - ٢٣)

(أ) (٥ ، ٠) (ب) (٠ ، ٥) (جـ) (٠ ، ٣) (د) (٣ ، ٠)

---

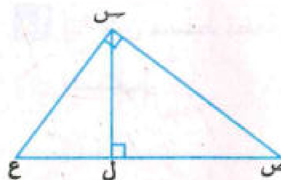
٢٤ مساحة المربع المنشأ على أحد ضلعى القائمة فى المثلث القائم الزاوية تساوى مساحة .... الذى بعداه طول مسقط هذا الضلع على الوتر وطول الوتر. (العريش - شمال سيناء - ١٦)

(أ) المربع (ب) المستطيل

(جـ) المعين (د) متوازى الأضلاع

---

٢٥ فى الشكل المقابل:



ص ل × ل ع = ...

(أ) (س ل)^{2} (ب) (س ص)^{2}

(جـ) (س ع)^{2} (د) (ص ع)^{2} (٦ أكتوبر - الجيزة - ٢٣)

---

٢٦ مثلث أ ب جـ فيه: ق(∠أ) = ٩٠° ، $\overline{\text{أ ء}} \perp \overline{\text{ب جـ}}$

فإن: (أ ب)^{2} = ... (الشيخ زايد - الجيزة - ٢٣)

(أ) أ ب × ء جـ (ب) جـ ء × ب ء (جـ) ب ء × ب جـ (د) جـ ء × جـ ب

---

٢٧ فى المثلث أ ب جـ إذا كان: (أ ب)^{2} > (ب جـ)^{2} + (أ جـ)^{2}

فإن: ∠جـ تكون .... (طامية - الفيوم - ٢٣)

(أ) حادة. (ب) قائمة. (جـ) منفرجة. (د) مستقيمة.

---

٢٨ إذا كان: △ أ ب جـ فيه: (أ جـ)^{2} < (أ ب)^{2} + (ب جـ)^{2}

فإن: ∠ب تكون .... (بلطيم - كفر الشيخ - ٢٢)

(أ) حادة. (ب) قائمة. (جـ) منفرجة. (د) مستقيمة.

---

٢٩ فى △ أ ب جـ إذا كان: (أ جـ)^{2} + (ب جـ)^{2} = (أ ب)^{2} − ٥ فإن: ∠جـ تكون .... (السنبلاوين - الدقهلية - ٢٢)

(أ) حادة. (ب) قائمة. (جـ) منفرجة. (د) مستقيمة.

٣٠ فى △ أ ب جـ إذا كان: (أ جـ)^{2} + (ب جـ)^{2} = (أ ب)^{2} + ٥

فإن: ∠جـ تكون زاوية .... (منفلوط - أسيوط - ١٦)

(أ) حادة. (ب) منفرجة. (جـ) قائمة. (د) مستقيمة.

---

٣١ إذا كان: أ ب جـ مثلثًا فيه: (أ جـ)^{2} − (جـ ب)^{2} = (أ ب)^{2}

فإن: ∠ب .... (مصر الجديدة - القاهرة - ١٧)

(أ) حادة. (ب) مستقيمة. (جـ) منفرجة. (د) قائمة.

---

٣٢ فى △ أ ب جـ إذا كانت زاوية أ تتمم زاوية جـ

فإن: (أ جـ)^{2} .... (أ ب)^{2} + (ب جـ)^{2} (القناطر الخيرية - القليوبية - ١٩)

(أ) < (ب) > (جـ) = (د) ≤

---

٣٣ المثلث الذى أطوال أضلاعه ٨ سم ، ٥ سم ، ٧ سم هو مثلث .... (عين شمس - القاهرة - ٢٣)

(أ) حاد الزوايا. (ب) قائم الزاوية.

(جـ) منفرج الزاوية. (د) متساوى الأضلاع.

---

٣٤ فى △ أ ب جـ إذا كان: أ ب = ٦ سم ، ب جـ = ٨ سم ، أ جـ = ١٠ سم

فإن: ق(∠...............) = ٩٠° (شرق - الغربية - ١٩)

(أ) أ (ب) ب (جـ) جـ (د) ء

---

٣٥ إذا كان: △ أ ب جـ منفرج الزاوية فى أ فيه أ ب = ٧ سم ، أ جـ = ٨ سم

فإن: ب جـ يمكن أن تساوى .... سم. (أجا - الدقهلية - ١٩)

(أ) ٥ (ب) ٧ (جـ) ٨ (د) ١٣

ثانيًا أسئلة الإكمال

١ يتشابه المثلثان إذا كانت .... المتناظرة متناسبة. (غرب شبرا الخيمة - القليوبية - ٢٣)

---

٢ إذا كانت نسبة التكبير بين مثلثين متشابهين تساوى واحد

فإن المثلثين .... (توجيه - الأقصر - ٢٣)

٣ مثلثان متشابهان أطوال أضلاع أحدهما ٣ سم ، ٥ سم ، ٧ سم ومحيط الآخر ٧٥ سم فإن أطوال أضلاع المثلث الآخر هى .... سم ، .... سم ، .... سم. (تلا - المنوفية - ١٧)

٤ Δ أ ب حـ فيه : ق(∠أ) = ٥٠° ، ق(∠ب) = ٦٠° فإن أكبر أضلاعه طولاً .... (بلبيس - الشرقية - ٢٢)

٥ إذا كان : Δ أ ب حـ ~ Δ ء هـ و ، أ ب = ٢ ء هـ فإن محيط Δ ء هـ و = ... Δ أ ب حـ (الوايلى - القاهرة - ٢٣)

٦ إذا كان : Δ أ ب حـ ~ Δ ء هـ و وكان : ق(∠ب) + ق(∠حـ) = ٨٠° فإن : ق(∠ء) = ...° (أشمون - المنوفية - ١٩)

٧ فى الشكل المقابل :
س ص ع ل مربع طول ضلعه ١٠ سم
، ك ص = ٢ سم ، $\overline{\text{ك م}}$ ⊥ $\overline{\text{س ع}}$
فإن مساحة سطح Δ س م ك = ... سم^2 (الخانكة - القليوبية - ٢٣)

٨ إذا كان : Δ أ ب حـ فيه : (أ حـ)^2 + (أ ب)^2 − (ب حـ)^2 = صفر فإن : ق(∠ ....) = ٩٠° (قليوب - القليوبية - ١٦)

٩ إذا كانت النقطة أ ∈ المستقيم ل فإن مسقط أ على المستقيم ل هو .... (نبروة - الدقهلية - ٢٣)

١٠ طول مسقط قطعة مستقيمة موازية لمستقيم معلوم على هذا المستقيم .... طول القطعة الأصلية. (بولاق الدكرور - الجيزة - ١٩)

١١ طول مسقط قطعة مستقيمة عمودية على هذا المستقيم يساوى .... (مغاغة - المنيا - ٢٢)

١٢ إذا كانت : $\overline{\text{أب}}$ ⊥ $\overline{\text{ب حـ}}$ فإن : مسقط $\overline{\text{أب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ هو .... (البساتين ودار السلام - القاهرة - ١٧)

١٣ إذا كان طول $\overline{\text{أب}}$ = س ، طول مسقط $\overline{\text{أب}}$ على المستقيم ل = ص فإن : $\frac{\text{ص}}{\text{س}}$ ∈ [............ ، ....] (بنها - القليوبية - ١٧)

١٤ مسقط النقطة (٥ ، −٤) على محور السينات هى النقطة .... (منيا القمح - الشرقية - ١٧)

١٥ مسقط النقطة (٠ ، ٣) على محور السينات هى النقطة .... (طوخ - القليوبية - ١٩)

١٦ فى الشكل المقابل :
$\overline{\text{أء}}$ ⊥ $\overline{\text{ب حـ}}$
أولاً : مسقط $\overline{\text{أحـ}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ هى ....
ثانياً : مسقط $\overline{\text{أء}}$ على $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ هى .... (بولاق - الجيزة - ١٦)

١٧ حاصل ضرب طولى ضلعى القائمة فى المثلث القائم = ... × طول العمود الساقط عليه من رأس الزاوية القائمة. (المعادى - القاهرة - ٢٣)

١٨ فى الشكل المقابل :
Δ أ ب حـ قائم الزاوية فى ب
، $\overline{\text{ب ء}}$ ⊥ $\overline{\text{أ حـ}}$

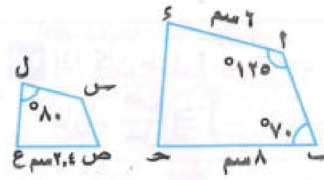
١ مسقط $\overline{\text{أب}}$ على $\overleftrightarrow{\text{أحـ}}$ هو ....
٢ (أب)^2 = أء × ....
٣ (ب ء)^2 = أء × ....
٤ (ب حـ)^2 = حـ ء × ....
٥ Δ أ ب حـ ~ Δ .... ~ Δ .... (توجيه - مطروح - ١٦)

١٩ فى Δ أ ب حـ إذا كان : (أب)^2 − (ب حـ)^2 = (أ حـ)^2 وكان : ق(∠ب) = ٤٠° فإن : ق(∠أ) = ...° (غرب الزقازيق - الشرقية - ١٨)

٢٠ فى Δ أ ب حـ إذا كان : (أب − ب حـ) (أب + ب حـ) > (أ حـ)^2 فإن : نوع ∠حـ هو .... (الشهداء - المنوفية - ١٩)

ثالثًا الأسئلة المقالية

١ في الشكل المقابل :



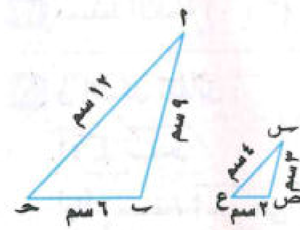
إذا كان الشكل أ ب جـ ء ~ الشكل س ص ع ل

احسب :

١ ق (∠ ب جـ ء)   ٢ طول س ل

(النزهة - القاهرة - ١٦)

٢ في الشكل المقابل :

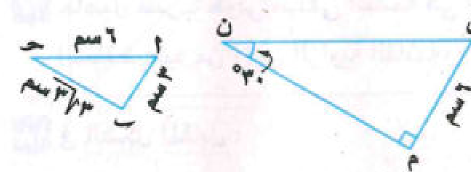


هل Δ أ ب جـ ، Δ س ص ع متشابهان ؟

مع ذكر السبب.

(سمسطا - بني سويف - ٢٢)

٣ في الشكل المقابل :



Δ ل م ن قائم الزاوية في م

، ق (∠ ن) = ٣٠°

١ أثبت أن : Δ أ ب جـ ~ Δ ل م ن

٢ أوجد : ق (∠ أ)

(شرق الزقازيق - الشرقية - ٢٣)

٤ في الشكل المقابل :



س ع // أ جـ

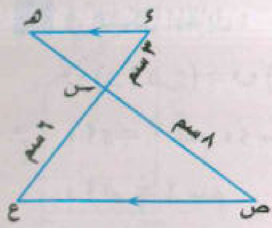
، س ص // أ ب

أثبت أن :

Δ أ ب جـ ~ Δ س ص ع

(برج العرب - الإسكندرية - ١٦)

٥ في الشكل المقابل :



ء هـ // ص ع ، ء س = ٣ سم

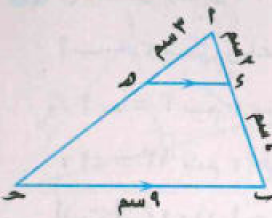
، س ص = ٨ سم ، س ع = ٦ سم

١ أثبت أن : Δ ء هـ س ~ Δ ع ص س

٢ أوجد : طول س هـ

(برج البرلس - كفر الشيخ - ٢٣)

٦ في الشكل المقابل :



ء هـ // ب جـ ، أ ء = ٢ سم

، ء ب = ٤ سم ، أ هـ = ٣ سم

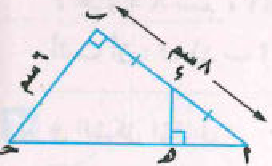
، ب جـ = ٩ سم

١ أثبت أن : Δ أ ء هـ ~ Δ أ ب جـ

١ أوجد : طول كل من ء هـ ، هـ جـ

(برج العرب - الإسكندرية - ٢٣)

٧ في الشكل المقابل :



أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب ، أ ب = ٨ سم

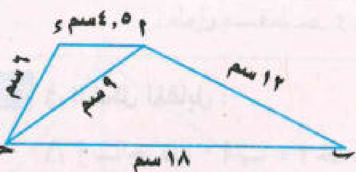
، ب جـ = ٦ سم ، ء منتصف أ ب ، ء هـ ⊥ أ جـ

١ أثبت أن : Δ أ ب جـ ~ Δ أ هـ ء

٢ أوجد : طول أ جـ ، طول ء هـ

(غرب شبرا الخيمة - القليوبية - ١٨)

٨ في الشكل المقابل :



أ ب = ١٢ سم ، ب جـ = ١٨ سم

، أ ء = ٤,٥ سم ، أ جـ = ٩ سم ، ء جـ = ٦ سم

أثبت أن :

١ Δ أ ب جـ ~ Δ ء جـ أ

٢ أ ء // ب جـ

(شرق المحلة - الغربية - ١٧)

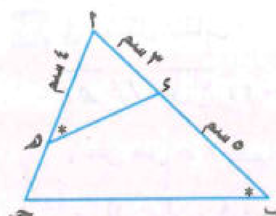
٩ في الشكل المقابل :

ق (∠ أ هـ ء) = ق (∠ ب)

، أء = ٣ سم ، ء ب = ٥ سم

، أ هـ = ٤ سم

أثبت أن : Δ أ هـ ء ~ Δ أ ب حـ وأوجد : طول هـ حـ



(جنوب - الجيزة - ٢٣)

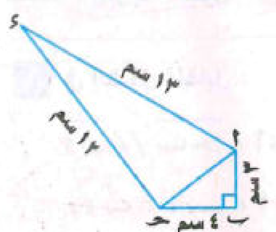
١٠ في الشكل المقابل :

أ ب حـ ء شكل رباعي فيه : ق (∠ ب) = ٩٠°

، أ ب = ٣ سم ، ب حـ = ٤ سم

، أ ء = ١٣ سم ، حـ ء = ١٢ سم

أثبت أن : ق (∠ أ حـ ء) = ٩٠°



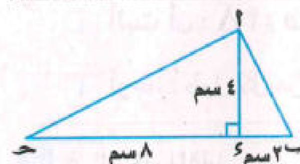
(شمال - السويس - ٢٣)

١١ في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث ، أء ⊥ ب حـ ، ب ء = ٢ سم

، حـ ء = ٨ سم ، أ ء = ٤ سم

أثبت أن : ق (∠ ب أ حـ) = ٩٠°



(المنتزة - الإسكندرية - ٢٢)

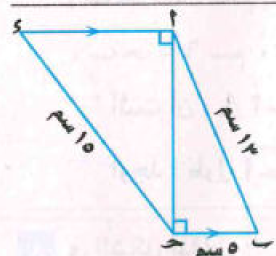
١٢ في الشكل المقابل :

أء // ب حـ ، أ ب = ١٣ سم ، ب حـ = ٥ سم

، حـ ء = ١٥ سم ، ق (∠ أ حـ ب) = ق (∠ ء أ حـ) = ٩٠°

أوجد : ١ طول مسقط أب على أحـ

٢ طول مسقط حـ ء على أء



(شبين الكوم - المنوفية - ١٦)

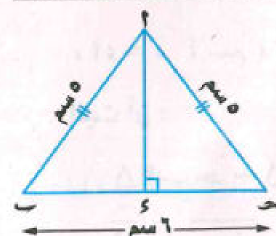
١٣ في الشكل المقابل :

Δ أ ب حـ فيه : أ ب = أ حـ = ٥ سم

، ب حـ = ٦ سم ، أء ⊥ ب حـ

أوجد : ١ طول مسقط أب على ب حـ

٢ مساحة Δ أ ب حـ



(الحوامدية - الجيزة - ٢٣)

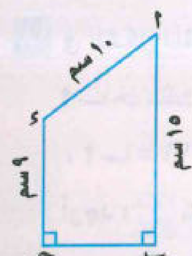
١٤ في الشكل المقابل :

ق (∠ ب) = ق (∠ حـ) = ٩٠°

، أ ب = ١٥ سم ، أ ء = ١٠ سم

، ء حـ = ٩ سم

أوجد : طول مسقط أء على ب حـ



(شرق المحلة - الغربية - ١٧)

١٥ في الشكل المقابل :

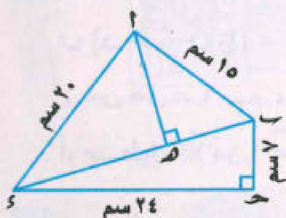
ق (∠ حـ) = ٩٠° ، ب حـ = ٧ سم

، حـ ء = ٢٤ سم ، أ ب = ١٥ سم

، أ ء = ٢٠ سم ، أهـ ⊥ ب ء

١ برهن أن : ق (∠ ب أ ء) = ٩٠°

٢ أوجد : طول ب هـ ، طول أ هـ



(غرب المحلة الكبرى - الغربية - ٢٣)

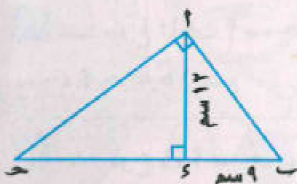
١٦ في الشكل المقابل :

Δ أ ب حـ فيه : ق (∠ أ) = ٩٠°

، أء ⊥ ب حـ ، ب ء = ٩ سم ، أ ء = ١٢ سم

أوجد طول : ١ ء حـ

٢ أ حـ



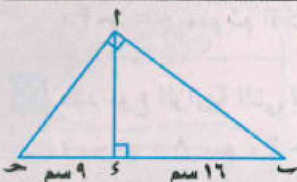
(الزيتون - القاهرة - ٢٣)

١٧ في الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في أ ، أء ⊥ ب حـ

، ب ء = ١٦ سم ، ء حـ = ٩ سم

أوجد : طول كل من أ ب ، أ حـ ، أ ء



(القنطرة غرب - الإسماعيلية - ٢٢)

الامتحانات النهائيـــة

فى الهندســـة

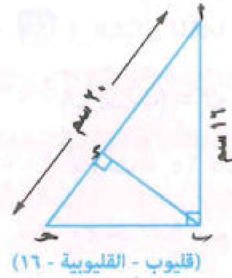
- نماذج امتحانات الكتاب المدرسى.
- امتحانات بعض مدارس المحافظات.

لمزيد من امتحانات الهندسة امسح الكود





١٨ في الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب ، $\overline{ب ء} \perp \overline{أ حـ}$

، أ ب = ١٦ سم ، أ حـ = ٢٠ سم

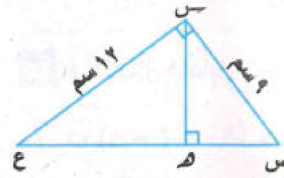
أوجد : ١ طول $\overline{ب حـ}$

٢ طول مسقط $\overline{أ ب}$ على $\overleftrightarrow{أ حـ}$

(قليوب - القليوبية - ١٦)

---

١٩ في الشكل المقابل :



ق (∠ ص س ع) = ٩٠° ، $\overline{س هـ} \perp \overline{ص ع}$

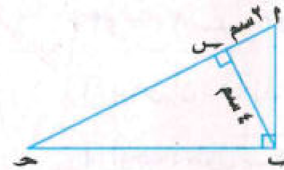
، س ص = ٩ سم ، س ع = ١٢ سم

أوجد طول كلًا من : $\overline{ص ع}$ ، $\overline{س هـ}$ ، $\overline{هـ ع}$

(الوقف - قنا - ٢٣)

---

٢٠ في الشكل المقابل :



ق (∠ أ ب حـ) = ٩٠° ، $\overline{ب س} \perp \overline{أ حـ}$

، أ س = ٢ سم ، ب س = ٤ سم

أوجد : طول $\overline{س حـ}$

(شرق المحلة - الغربية - ١٧)

---

٢١ حدد نوع المثلث أ ب حـ بالنسبة لزواياه إذا كان : أ ب = ١٢ سم ، ب حـ = ١٤ سم

، أ حـ = ١٥ سم

(كفر الزيات - الغربية - ٢٢)

---

٢٢ حدد نوع Δ أ ب حـ من حيث زواياه إذا كان : أ ب = ١٢ سم ، ب حـ = ٥ سم

، أ حـ = ١٣ سم ثم أوجد مساحته.

(شرق مدينة نصر - القاهرة - ٢٣)

---

٢٣ حدد نوع ∠ ب في Δ أ ب حـ إذا كان : أ ب = ٧ سم ، ب حـ = ١٢ سم

، أ حـ = ٨ سم ثم اذكر نوع المثلث بالنسبة لزواياه.

(العجمى - الإسكندرية - ١٧)

---

٢٤ حدد نوع الزاوية التى لها أكبر قياس فى المثلث أ ب حـ حيث أ ب = ٧ سم

، ب حـ = ٨ سم ، أ حـ = ١٠ سم

(دمياط - دمياط - ٢٣)

---

٢٥ أ ب حـ ء متوازى أضلاع فيه : ب حـ = ٦ سم ، ء حـ = ٤ سم ، أ حـ = ٨ سم

عين نوع المثلث أ ب حـ بالنسبة لزواياه.

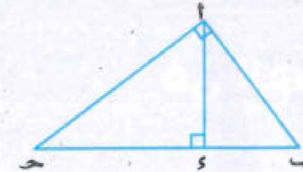
(السنبلاوين - الدقهلية - ١٧)

نموذج ١

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ أكمل ما يأتى :

١ فى الشكل المقابل :



أ ب × .... = ب حـ × أ ء

٢ فى Δ أ ب حـ إذا كان : (أ حـ)^{2} + (حـ ب)^{2} = (أ ب)^{2} فإن : ق(∠ ....) = ٩٠°

٣ إذا كانت النقطة أ ∈ المستقيم ل فإن مسقط أ على المستقيم ل هو ....

٤ مساحة الدائرة التى طول قطرها ١٤ سم تساوى .... سم^{2} ($\pi \simeq \frac{22}{7}$)

٥ شبه منحرف طولا قاعدتيه ٨ سم ، ١٠ سم وارتفاعه ٥ سم تكون مساحته .... سم^{2}

---

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ فى Δ أ ب حـ إذا كان : (أ ب)^{2} > (ب حـ)^{2} + (أ حـ)^{2} فإن : ∠ حـ تكون ....

(أ) حادة. (ب) قائمة. (جـ) منفرجة. (د) مستقيمة.

٢ معين طولا قطريه ٦ سم ، ١٠ سم تكون مساحته بالسم^{2} تساوى ....

(أ) ٦٠ (ب) ٣٠ (جـ) ١٥ (د) ١٠

٣ مضلعان متشابهان النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ٣ : ٥ تكون النسبة بين محيطيهما هى ....

(أ) ٢٥ (ب) ٥ : ٣ (جـ) ٣ : ٥ (د) ١ : ٢

٤ شبه منحرف مساحته ١٠٠ سم^{2} وارتفاعه ٥ سم يكون طول قاعدته المتوسطة بالسنتيمترات يساوى ....

(أ) ٢٠ (ب) ٣٠ (جـ) ٤٠ (د) ٥٠

٥ أ ب حـ ء متوازى أضلاع فيه : ق(∠ أ) = ٧٠° فإن : ق(∠ ب) = ...

(أ) ٧٠° (ب) ١١٠° (جـ) ١٨٠° (د) ٣٦٠°

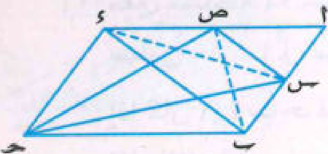
٦ قياس إحدى زوايا الخماسى المنتظم يساوى ....

(أ) ٩٠° (ب) ١٠٨° (جـ) ١٢٠° (د) ٥٤٠°

---

٣ (أ) مثلثان متشابهان أطوال أضلاع أحدهما ٣ سم ، ٤ سم ، ٥ سم ومحيط الآخر ٣٦ سم. أوجد أطوال أضلاع المثلث الآخر.

(ب) فى الشكل المقابل :



أ ب حـ ء متوازى أضلاع ، س ∈ أ ب

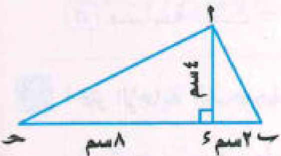
، ص ∈ أ ء بحيث كانت :

مساحة Δ حـ ب س = مساحة Δ حـ ص ء

أثبت أن : س ص // ب ء

---

٤ (أ) فى الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث ، أ ء ⊥ ب حـ

، ب ء = ٢ سم ، حـ ء = ٨ سم ، أ ء = ٤ سم

أثبت أن : ق(∠ ب أ حـ) = ٩٠°

(ب) أ ب حـ ء متوازى أضلاع فيه : أ ب = ١٨ سم ، ب حـ = ١٢ سم

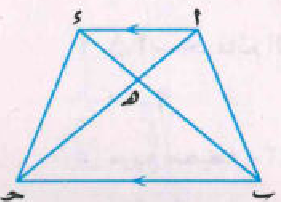
، رسمت ء هـ ⊥ ب حـ ، ء و ⊥ أ ب ، ء هـ = ١٥ سم

احسب : مساحة ▱ أ ب حـ ء وطول ء و

---

٥ (أ) أ ب حـ مثلث فيه : ق(∠ أ) = ٥٠° ، ق(∠ ب) = ٦٠° رتب أطوال أضلاع المثلث ترتيبًا تنازليًا.

(ب) فى الشكل المقابل :



أ ب حـ ء شكل رباعى فيه :

أ ء // ب حـ ، أ حـ ∩ ب ء = {هـ}

أثبت أن : مساحة Δ أ ب هـ = مساحة Δ ء حـ هـ

نمـــوذج ٢

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ أكمل ما يأتى :

[١] يتشابه المضلعان إذا كانت الأضلاع المتناظرة .... ، الزوايا المتناظرة ....

[٢] معين مساحته ٢٤ سم^2 وطول أحد قطريه ٨ سم فإن طول القطر الآخر يساوى .... سم.

[٣] إذا كان Δ أ ب جـ فيه : (أ ب)^2 = (أ جـ)^2 − (ب جـ)^2 فإن : Δ أ ب جـ يكون قائم الزاوية فى ....

[٤] الأطوال ٦ سم ، ٨ سم ، ١١ سم تصلح أن تكون أطوال أضلاع مثلث .... الزاوية.

[٥] مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ طول القاعدة × ....

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٦ سم ، ٨ سم فإن قاعدته المتوسطة طولها بالسم = ...

(أ) ٤٨ (ب) ٢٤ (جـ) ١٤ (د) ٧

[٢] مضلعان متشابهان النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ١ : ٣ فإذا كان محيط المضلع الأصغر ١٥ سم فإن محيط المضلع الأكبر = ... سم.

(أ) ٣٠ (ب) ٤٥ (جـ) ٦٠ (د) ٧٥

[٣] مثلث مساحته ٢٤ سم^2 وارتفاعه ٨ سم فإن طول قاعدته بالسم = ...

(أ) ١٦ (ب) ٦ (جـ) ٣ (د) ٢

[٤] Δ أ ب جـ قائم الزاوية فى ب ، ب ء ⊥ أ جـ فإن مسقط ب ء على أ جـ هو ....

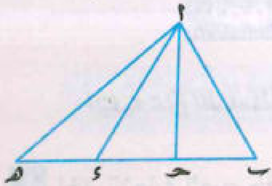
(أ) أ (ب) ب (جـ) جـ (د) ء

[٥] مربع محيطه ٢٠ سم تكون مساحته بالسم^2 = ...

(أ) ٢٠ (ب) ٢٥ (جـ) ٥٠ (د) ١٠٠

[٦] عدد المثلثات فى الشكل المقابل يساوى ....

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٥ (د) ٦



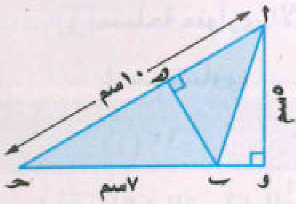
٣ فى الشكل المقابل :

أ و ⊥ جـ ب ، ب هـ ⊥ أ جـ

، أ جـ = ١٠ سم ، ب جـ = ٧ سم

، أ و = ٥ سم

أوجد : [١] طول ب هـ [٢] مساحة Δ أ ب جـ



٤ (أ) أ ب جـ ء متوازى أضلاع فيه : أ ب = ٨ سم ، أ جـ = ٢٠ سم ، ب ء = ١٢ سم

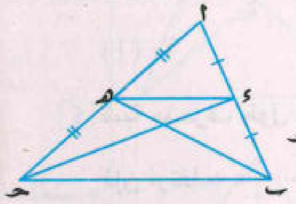
أثبت أن : ق(∠ أ ب ء) = ٩٠° ثم أوجد : مساحة متوازى الأضلاع أ ب جـ ء

(ب) فى الشكل المقابل :

Δ أ ب جـ فيه : ء منتصف أ ب ، هـ منتصف أ جـ

برهن أن : [١] مساحة Δ ء ب جـ = مساحة Δ هـ ب جـ

[٢] ء هـ // ب جـ

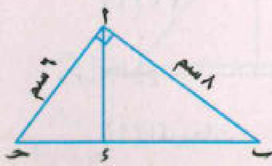


٥ (أ) فى الشكل المقابل :

Δ ء ب أ ~ Δ أ ب جـ ، ق(∠ ب أ جـ) = ٩٠°

أثبت أن : أ ء ⊥ ب جـ

وإذا كان : أ ب = ٨ سم ، أ جـ = ٦ سم أوجد : طول ب ء



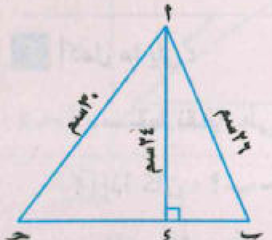
(ب) فى الشكل المقابل :

أ ب جـ مثلث ، أ ء ⊥ ب جـ ، فإذا كان : أ ء = ٢٤ سم

، أ ب = ٢٦ سم ، أ جـ = ٣٠ سم

أوجد : ب جـ

واحسب : مساحة Δ أ ب جـ



نموذج امتحان للطلاب المدمجين

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مساحة متوازى الأضلاع الذى طول قاعدته ٦ سم وارتفاعه المناظر لهذه القاعدة ٤ سم تساوى .... سم^2

(أ) ١٢ (ب) ٢٠ (جـ) ٢٤ (د) ٤٨

٢ المثلث الذى أطوال أضلاعه ٦ سم ، ٨ سم ، ١٠ سم يكون ....

(أ) حاد الزوايا. (ب) قائم الزاوية.

(جـ) منفرج الزاوية. (د) غير ذلك.

٣ معين طولا قطريه ٦ سم ، ١٠ سم تكون مساحته .... سم^2

(أ) ٦٠ (ب) ٣٠ (جـ) ١٥ (د) ١٠

٤ شبه منحرف طول قاعدته المتوسطة ٨ سم ومساحة سطحه ٥٦ سم^2

فإن ارتفاعه = ... سم

(أ) ٣٢ (ب) ٢٤ (جـ) ٤٤٨ (د) ٧

٥ جميع .... متشابهة.

(أ) المربعات (ب) المثلثات

(جـ) المستطيلات (د) متوازيات الأضلاع

---

٢ أكمل ما يلى :

١ مسقط نقطة على مستقيم معلوم هو ....

٢ إذا كان : أ ب حـ مثلثًا منفرج الزاوية فى ب

فإن : $(أحـ)^2$ .... $(أب)^2 + (بحـ)^2$

٣ مربع طول قطره ٨ سم تكون مساحته .... سم^2

٤ المثلثان المرسومان على قاعدة واحدة ورأساهما على مستقيم يوازى هذه القاعدة ....

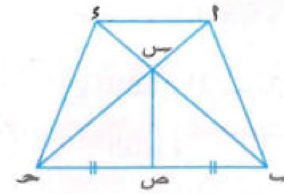
٥ مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ .... × الارتفاع المناظر لها.

---

٣ صل من العمود (أ) بما يناسبه من العمود (ب) :

العمود (أ)	العمود (ب)
١ فى الشكل المقابل : أحـ = ... سم	• ب هـ حـ
٢ فى الشكل المقابل : مساحة △ أ هـ ء = مساحة △	• ٢,٤
٣ فى الشكل المقابل : مساحة △ أ ب ء = مساحة △	• متطابقان
٤ إذا كانت نسبة التكبير بين مثلثين متشابهين = ١ فإن المثلثين	• ٣,٦
٥ فى الشكل المقابل : طول مسقط $\overline{أب}$ على $\overleftrightarrow{بحـ}$ = ... سم	• أ حـ ء

٤ فى الشكل المقابل :



مساحة الشكل أ ب ص س = مساحة الشكل ء حـ ص س

أكمل البرهان لإثبات أن : $\overline{أء}$ // $\overline{ب حـ}$

المعطيات : ....

المطلوب : ....

البرهان : ∵ $\overline{س ص}$ متوسط فى Δ س ب حـ

∴ مساحة Δ .... = مساحة Δ .... (١)

، ∵ مساحة الشكل أ ب ص س = مساحة الشكل ء حـ ص س (٢)

بطرح (١) من (٢) : ∴ مساحة Δ .... = مساحة Δ ....

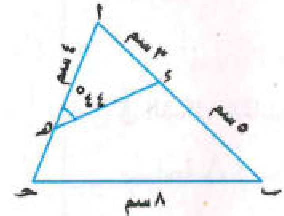
بإضافة مساحة Δ أ ء س للطرفين

∴ مساحة Δ .... = مساحة Δ ....

∴ $\overline{أء}$ // $\overline{ب حـ}$

---

٥ فى الشكل المقابل :



Δ أ ب حـ ~ Δ أ هـ ء

، ق(∠ أ هـ ء) = ٤٤°

، أ ء = ٣ سم ، هـ أ = ٤ سم

، ء ب = ٥ سم ، ب حـ = ٨ سم

أكمل لإيجاد طول كل من : $\overline{هـ ء}$ ، $\overline{هـ حـ}$

الحل : ∵ Δ أ ب حـ ~ Δ أ هـ ء

∴ $\frac{أب}{......} = \frac{......}{هـ ء} = \frac{أحـ}{أء}$

∴ $\frac{٨}{......} = \frac{......}{هـ ء} = \frac{أحـ}{٣}$

∴ هـ ء = ... ، أ حـ = ... ، هـ حـ = ...

امتحانات بعض مدارس المحافظات فى الهندســة

١ ادارة الزيتون توجيه الرياضيات — محافظة القاهرة



أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت نسبة التكبير بين مثلثين متشابهين تساوى .... فإن المثلثين متطابقان.

(أ) ١ (ب) $\frac{1}{2}$ (جـ) ٢ (د) $\frac{1}{4}$

٢ معين طولا قطريه ٩ سم ، ١٢ سم تكون مساحته .... سم²

(أ) ١٨ (ب) ٤٥ (جـ) ٥٤ (د) ١٠٨

٣ مربع مساحته ١٨ سم² يكون طول قطره .... سم

(أ) ٢ (ب) ٦ (جـ) ٨ (د) ٩

٤ فى Δ أ ب حـ إذا كان : $(أحـ)^2 = (أب)^2 + (ب حـ)^2$

فإن : ق(∠ ....) = ٩٠°

(أ) أ (ب) ب (جـ) حـ (د) غير ذلك.

٥ عدد محاور تماثل المثلث المتساوى الساقين ....

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

٦ القطران متساويان فى الطول ومتعامدان فى ....

(أ) المعين. (ب) المستطيل.

(جـ) المربع. (د) متوازى الأضلاع.

---

٢ أكمل ما يأتى :

١ متوسط المثلث يقسم سطحه إلى مثلثين ....

٢ يتشابه المثلثان إذا كانت .... المتناظرة متناسبة.

٣ من الشكل المقابل :



س + ص = ...°

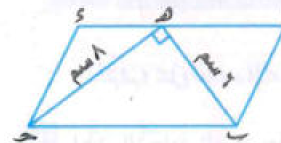
٤ طول مسقط قطعة مستقيمة عمودية على مستقيم على هذا المستقيم يساوى ....

٥ أ ب جـ د متوازى أضلاع مساحته ٤٠ سم² فإن مساحة Δ أ ب جـ = ...

٦ المضلعان المشابهان لثالث يكونان ....

---

٣ (أ) فى الشكل المقابل :



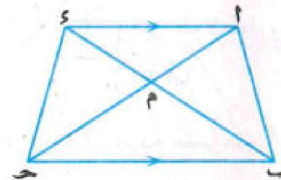
أ ب جـ د متوازى أضلاع ، هـ ∈ أد

، ق(∠ ب هـ جـ) = ٩٠°

إذا كان : ب هـ = ٦ سم ، هـ جـ = ٨ سم

أوجد : ١ مساحة Δ هـ جـ ب ٢ مساحة متوازى الأضلاع أ ب جـ د

(ب) فى الشكل المقابل :



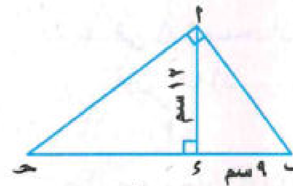
أجـ ∩ ب د = {م}

، أد // ب جـ

أثبت أن : مساحة Δ أ ب م = مساحة Δ د جـ م

---

٤ (أ) فى الشكل المقابل :



Δ أ ب جـ فيه : ق(∠ أ) = ٩٠°

، أد ⊥ ب جـ ، ب د = ٩ سم

، أد = ١٢ سم

أوجد : ١ طول د جـ ٢ طول أجـ

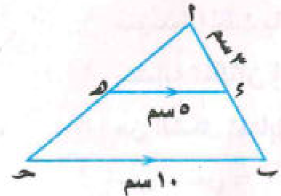
(ب) بين نوع Δ أ جـ ب بالنسبة لزواياه إذا كان :

أ ب = ٦ سم ، ب جـ = ٨ سم ، أ جـ = ٩ سم

---

٥ (أ) أوجد مساحة شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٦ سم ، ٨ سم وارتفاعه ٥ سم

(ب) فى الشكل المقابل :



إذا كانت : د هـ // ب جـ ، أ د = ٣ سم

، د هـ = ٥ سم ، ب جـ = ١٠ سم

١ أثبت أن : Δ أ د هـ ~ Δ أ ب جـ

٢ أوجد : طول أ ب



٢ محافظة القاهرة

ادارة الوايلى
مدرسة المستقبل الحديثة الخاصة

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ أكمل ما يأتى :

١ معين طولا قطريه ١٠ سم ، ٦ سم فإن مساحته ....

٢ يتشابه المضلعان إذا كانت أضلاعهما .... ، وزواياهما ....

٣ متوسط المثلث يقسم سطحه إلى مثلثين .... فى المساحة.

٤ قياس الزاوية الخارجة عن المثلث المتساوى الأضلاع يساوى ....°

٥ فى Δ أ ب جـ ، إذا كان : (أب)² = (أجـ)² + (ب جـ)² فإن : ∠ .... قائمة.

٦ إذا كان طولا قاعدتى متوازى أضلاع ٦ سم ، ٧ سم ، وكان الارتفاع الأصغر يساوى ٥ سم فإن مساحته ....

---

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ عدد محاور تماثل المثلث المتساوى الأضلاع يساوى ....

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

٢ Δ أ ب جـ قائم الزاوية فى ب ، فإن مسقط أب على ب جـ هو ....

(أ) ب جـ (ب) أجـ (جـ) ب (د) صفر

٣ أ ب جـ د متوازى أضلاع فيه : ق(∠ أ) = ٧٠° فإن : ق(∠ ب) = ...

(أ) ٧٠° (ب) ١١٠° (جـ) ١٨٠° (د) ١٤٠°

٤ إذا كان طول قاعدة مثلث = ٦ سم ، والارتفاع المناظر لها = ٣ سم فإن مساحته = ... سم²

(أ) ١٨ (ب) ٩ (جـ) ٦ (د) ٢

٥ الزاويتان المتقابلتان بالرأس تكونان ....

(أ) متكاملتين. (ب) متتامتين.

(جـ) متتاليتين. (د) متساويتين فى القياس.

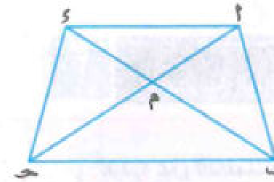
٦ مربع طول قطره = ٨ سم ، فإن مساحته = ... سم²

(أ) ٢٤ (ب) ٣٢ (جـ) ٦٤ (د) ١٢

٣ (أ) في الشكل المقابل :

إذا كانت مساحة Δ أ م ب = مساحة Δ حـ م ء

أثبت أن : أ ء // ب حـ



(ب) اذكر نوع الزاوية أ في المثلث أ ب حـ ، إذا كان :

أ ب = ٤ سم ، ب حـ = ٧ سم ، أ حـ = ٥ سم

---

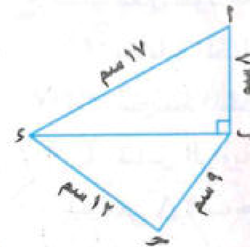
٤ (أ) في الشكل المقابل :

ق (∠ أ ب ء) = ٩٠° ، أ ب = ٨ سم

، أ ء = ١٧ سم ، ب حـ = ٩ سم ، حـ ء = ١٢ سم

١ أوجد : طول ب ء

٢ أثبت أن : ق (∠ حـ) = ٩٠°



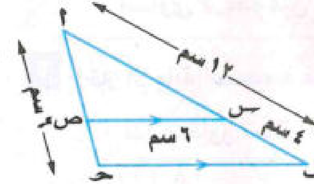
(ب) في الشكل المقابل :

س ص // ب حـ ، أ حـ = س ص = ٦ سم

، أ ب = ١٢ سم ، س ب = ٤ سم

١ أثبت أن : Δ أ س ص ~ Δ أ ب حـ

٢ أوجد : طول ب حـ



---

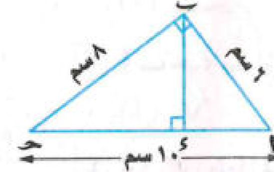
٥ (أ) في الشكل المقابل :

Δ أ ب حـ قائم الزاوية في ب ، ب ء ⊥ أ حـ

، أ ب = ٦ سم ، ب حـ = ٨ سم

، أ حـ = ١٠ سم

أوجد : طول كل من ب ء ، حـ ء

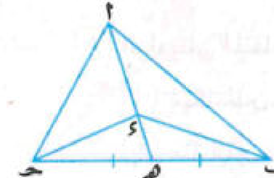


(ب) في الشكل المقابل :

أ هـ متوسط في المثلث أ ب حـ

، ء ∈ أ هـ

أثبت أن : مساحة Δ أ ب ء = مساحة Δ أ حـ ء



٣ ادارة العجوزة
مدرسة المنار الاسلامية
محافظة الجيزة



أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ المعين الذى طولا قطريه ٦ سم ، ١٠ سم تكون مساحته .... سم^2

(أ) ٦٠ (ب) ٣٠ (جـ) ١٥ (د) ١٠

٢ أ ب حـ ء متوازى أضلاع ، ق (∠ أ) = ٧٠° فإن : ق (∠ ب) = ...

(أ) ٧٠° (ب) ١١٠° (جـ) ١٨٠° (د) ٣٦٠°

٣ شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٦ سم ، ٨ سم

فإن طول قاعدته المتوسطة .... سم

(أ) ٤٨ (ب) ٢٤ (جـ) ١٤ (د) ٧

٤ إذا كان محيط مربع ٢٠ سم فإن مساحته .... سم^2

(أ) ٢٠ (ب) ٢٥ (جـ) ٥٠ (د) ١٠٠

٥ مساحة المثلث .... مساحة متوازى الأضلاع المشترك معه فى القاعدة ورأسه تقع على المستقيم الموازى للقاعدة المشتركة.

(أ) تساوى (ب) نصف (جـ) ضعف (د) ربع

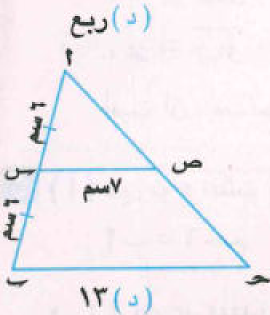
٦ في الشكل المقابل :

Δ أ ب حـ ~ Δ أ س ص

، أ س = س ب = ٦ سم ، س ص = ٧ سم

فإن : ب حـ = ... سم

(أ) ٦ (ب) ٧ (جـ) ١٤ (د) ١٣



---

٢ أكمل :

١ مربع مساحته ٣٢ سم^2 فإن طول قطره .... سم

٢ إذا كانت مساحة شبه منحرف ٤٠ سم^2 وطول قاعدته المتوسطة ١٠ سم

فإن ارتفاعه .... سم

٣ في Δ أ ب حـ إذا كان : (أ حـ)^2 > (أ ب)^2 + (ب حـ)^2

فإن : ∠ ب تكون زاوية ....

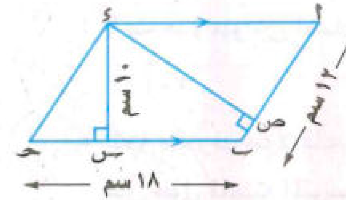
٤ النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فى مضلعين متشابهين هى ٢ : ٥ فإذا كان محيط المضلع الأصغر ١٢ سم فإن محيط المضلع الأكبر .... سم

٥ متوسط المثلث يقسم سطحه إلى مثلثين .... فى المساحة.

٦ أ نقطة تقع على المستقيم ل فإن مسقط هذه النقطة على ل يكون ....

---

٣ (أ) فى الشكل المقابل :



أ ب حـ ء متوازى أضلاع ، ء س ⊥ ب حـ

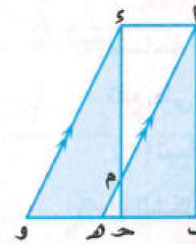
، ء ص ⊥ أ ب ، أ ب = ١٢ سم

، ب حـ = ١٨ سم ، ء س = ١٠ سم

أوجد : ١ طول ء ص

٢ مساحة متوازى الأضلاع أ ب حـ ء

(ب) فى الشكل المقابل :



أ ب حـ ء مستطيل ، أ هـ // ء و

، حـ ∈ ب و

، هـ ∈ ب و

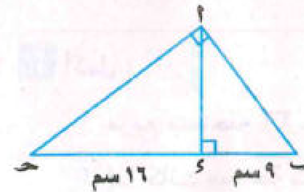
أثبت أن : مساحة الشكل أ ب حـ م = مساحة الشكل ء م هـ و

---

٤ (أ) عين نوع المثلث أ ب حـ بالنسبة لقياسات زواياه حيث :

أ ب = ٦ سم ، ب حـ = ٨ سم ، أ حـ = ١٢ سم

(ب) فى الشكل المقابل :



Δ أ ب حـ قائم الزاوية فى أ

، أ ء ⊥ ب حـ حيث : حـ ء = ١٦ سم

، ء ب = ٩ سم

أوجد : طول كل من أ ء ، أ ب ، أ حـ

٥ (أ) فى الشكل المقابل :

أ ب حـ ء شكل رباعى فيه :

ق (∠ ب) = ٩٠° ، أ ب = ٩ سم

، ب حـ = ١٢ سم ، حـ ء = ١٧ سم

، ء أ = ٨ سم

أثبت أن : ق (∠ ء أ حـ) = ٩٠°

(ب) فى الشكل المقابل :

إذا كان : ق (∠ أ هـ ء) = ق (∠ حـ ب أ)

، أ ء = ٣ سم ، أ هـ = ٤,٥ سم

، ب ء = ٦ سم

أوجد : حـ هـ

---

٤ محافظة الإسكندرية

إدارة الجمرك
توجيه الرياضيات

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ المثلث الذى أطوال أضلاعه ٥ سم ، ١٢ سم ، ١٣ سم يكون قياس أكبر زاوية فيه ....

(أ) ٨٥° (ب) ٩٠° (جـ) ١٢٠° (د) ١٠٠°

٢ عدد محاور تماثل المثلث المتساوى الساقين يساوى ....

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

٣ إذا كانت نسبة التكبير بين مضلعين متشابهين تساوى .... فإن المضلعين يكونان متطابقين.

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{١}{٤}$ (جـ) ١ (د) ٢

٤ أ ب حـ ء متوازى أضلاع مساحته ٤٠ سم^2 فإن مساحة Δ أ ب حـ = ... سم^2

(أ) ١٠ (ب) ١٥ (جـ) ٢٠ (د) ٦٠

٥ مساحة المعين الذى طولا قطريه ٦ سم ، ٨ سم تساوى .... سم²

(أ) ٣ (ب) ٢٤ (جـ) ١٦ (د) ١٢

٦ المستطيل الذى بعداه ٦ سم ، ٨ سم يكون طول قطره .... سم

(أ) ٧ (ب) ١٥ (جـ) ١٧ (د) ١٠

٢ أكمل ما يأتى :

١ مسقط قطعة مستقيمة عمودية على خط مستقيم على هذا المستقيم هو ....

٢ متوسط المثلث يقسم سطحه إلى مثلثين ....

٣ يتشابه المثلثان إذا كانت زواياهما المتناظرة ....

٤ إذا كان : ق(∠ أ ب جـ) = ٦٠° فإن : ق(∠ أ ب جـ) المنعكسة = ...°

٥ Δ أ ب جـ ~ Δ س ص ع ، إذا كان : ق(∠ب) = ٥٠°
فإن : ق(∠ ....) = ٥٠°

٦ Δ أ ب جـ فيه : (أ جـ)² = (أ ب)² + (ب جـ)² فإن : ق(∠ ....) = ٩٠°

٣ (أ) فى الشكل المقابل :

و نقطة منتصف س ص

، س ص // أ جـ

برهن أن : مساحة Δ أ ب و = مساحة Δ جـ ب و

(ب) بين نوع Δ أ ب جـ بالنسبة لزواياه إذا كان :

أ ب = ٧ سم ، ب جـ = ٨ سم ، أ جـ = ٩ سم (موضحًا خطوات الحل)

٤ (أ) فى الشكل المقابل :

هـ ء // جـ ب

أوجد : طول جـ ب

(ب) شبه منحرف مساحته ٥٠ سم² وطولا قاعدتيه المتوازيتين ١٢ سم ، ٨ سم احسب ارتفاعه.

٥ (أ) فى الشكل المقابل :

أ ب جـ ء متوازى أضلاع فيه :

ب أ // ص س

أثبت أن : مساحة Δ أ س ل = ½ مساحة متوازى الأضلاع أ ب جـ ء

(ب) فى الشكل المقابل :

ق(∠ أ ب جـ) = ٩٠°

أثبت أن : ق(∠ ء أ جـ) = ٩٠°

٥ محافظة القليوبية

ادارة بنها
توجيه الرياضيات

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مضلعان متشابهان النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ٥ : ٣ فإن النسبة بين محيطيهما ....

(أ) ٣ : ٥ (ب) ٥ : ٣ (جـ) ٥ : ٩ (د) ٤ : ٥

٢ طول قطر المربع الذى مساحته ٥٠ سم² يساوى .... سم

(أ) ١٠ (ب) ٢٠ (جـ) ٣٠ (د) ٤٠

٣ متوازى أضلاع قياس إحدى زواياه ١٥٠° وارتفاعاه ٦ سم ، ٥ سم تكون مساحته .... سم²

(أ) ٣٠ (ب) ٥٠ (جـ) ٦٠ (د) ٧٢

٤ فى Δ أ ب جـ إذا كان : $1 > \frac{(أب)^2 + (ب جـ)^2}{(أ جـ)^2}$ فإن : ∠ب تكون ....

(أ) حادة. (ب) قائمة. (جـ) مستقيمة. (د) منفرجة.

٥ طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم .... طول القطعة المستقيمة نفسها.

(أ) > (ب) < (جـ) = (د) ≥

٦ Δ أ ب حـ فيه : أ ب = أ حـ ، ق (∠ ب) = ٥٠° فإن : ق (∠ أ) = ...

(أ) ٥٠° (ب) ٦٠° (جـ) ٧٠° (د) ٨٠°

٢ أكمل كلًا مما يأتى :

١ شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٦ سم ، ٨ سم وارتفاعه ١٠ سم فإن مساحته ....

٢ الزاوية التى قياسها ٧٠° تكمل زاوية قياسها ....°

٣ فى الشكل المقابل : Δ أ ب حـ قائم الزاوية فى أ ، أ ء ⊥ ب حـ فإن : طول أ ء = ... سم

٤ متوسط المثلث يقسم سطحه إلى مثلثين ....

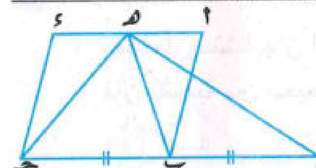
٥ إذا كان : Δ أ ب حـ ~ Δ ء هـ و ، أ ب = $\frac{1}{2}$ ء هـ ، ء و = ٨ سم فإن : أ حـ = ... سم

٦ مسقط النقطة (٥ ، -٤) على محور السينات هى النقطة ....

٣ (أ) فى الشكل المقابل :

أ ب حـ ء متوازى أضلاع

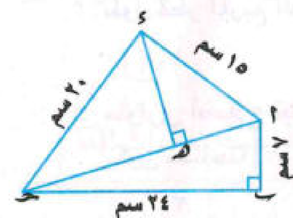
أثبت أن : مساحة Δ هـ و حـ = مساحة ▱ أ ب حـ ء



(ب) فى الشكل المقابل :

أثبت أن : ق (∠ أ ء حـ) = ٩٠°

ثم أوجد : طول مسقط أ ء على أ حـ

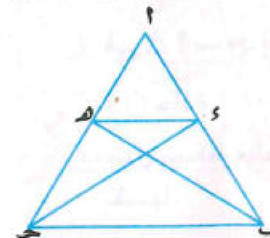


٤ (أ) فى الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث حيث : ء ∈ أ ب

، هـ ∈ أ حـ ، مساحة Δ أ ب هـ = مساحة Δ أ حـ ء

أثبت أن : ء هـ // ب حـ

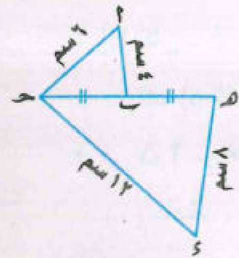


(ب) فى الشكل المقابل :

أثبت أن :

١ Δ أ حـ ب ~ Δ ء حـ هـ

٢ حـ هـ ينصف ∠ أ حـ ء

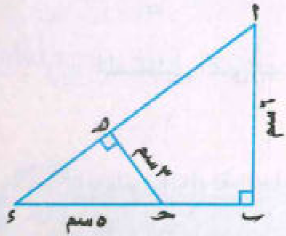


٥ (أ) معين حاصل ضرب قطريه ٧٢ سم² فإذا كان ارتفاعه ٩ سم أوجد محيطه.

(ب) فى الشكل المقابل :

Δ حـ هـ ء ~ Δ أ ب ء

أوجد : طول كل من أ ء ، ب حـ



٦ محافظة الشرقية



إدارة فاقوس
توجيه الرياضيات - قطاع (جـ)

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ أكمل ما يلى :

١ متوسط المثلث يقسم سطحه إلى مثلثين ....

٢ الزاوية التى قياسها ٧٠° تتمم زاوية قياسها ....°

٣ معين طولا قطريه ١٢ سم ، ١٦ سم تكون مساحة سطحه .... سم²

٤ إذا كانت نسبة التكبير لمثلثين متشابهين تساوى الواحد الصحيح فإن المثلثين ....

٥ مسقط النقطة (٥ ، ٣) على محور الصادات هى النقطة ....

٦ النسبة بين طول ضلع المربع إلى محيطه هى .... : ....

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان طولا ضلعين متجاورين فى متوازى أضلاع ٨ سم ، ١٠ سم وارتفاعه الأكبر ٥ سم فإن مساحته .... سم²

(أ) ٨٠ (ب) ٥٠ (جـ) ٤٠ (د) ١٨

٢ إذا كان : △ س ص ع ~ △ أ ب حـ فإن : ق (∠س) = ...

(أ) ق (∠أ) (ب) ق (∠ب) (جـ) ق (∠حـ) (د) ق (∠ع)

٣ فى △ أ ب حـ إذا كان : $(أب)^2 + (ب حـ)^2 = (أحـ)^2$ فإن : ∠ب ....

(أ) حادة. (ب) قائمة. (جـ) منفرجة. (د) مستقيمة.

٤ طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم .... طول القطعة المستقيمة الأصلية.

(أ) = (ب) < (جـ) ≤ (د) ≥

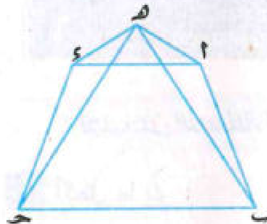
٥ المستطيل الذى بعداه ٦ سم ، ٨ سم يكون طول قطره يساوى .... سم

(أ) ١٠ (ب) ١٤ (جـ) ٢٤ (د) ٤٨

٦ قياس الزاوية الخارجة عن المثلث المتساوى الأضلاع يساوى ....

(أ) ٣٠° (ب) ٦٠° (جـ) ٩٠° (د) ١٢٠°

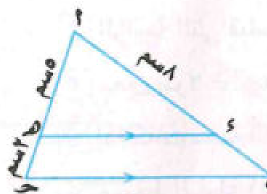
٣ (أ) فى الشكل المقابل :



إذا كانت : مساحة سطح الشكل أ ب حـ هـ = مساحة سطح الشكل أ ب حـ ء

برهن أن : ءهـ // أحـ

(ب) فى الشكل المقابل :



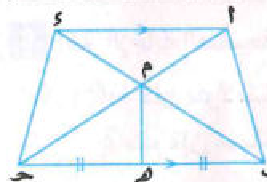
ءهـ // ب حـ ، أء = ٨ سم

، أهـ = ٥ سم ، هـ حـ = ٢ سم

١ برهن أن : △ أ ء هـ ~ △ أ ب حـ

٢ أوجد : طول ء ب

٤ (أ) فى الشكل المقابل :



أء // ب حـ ، أحـ ∩ ب ء = {م}

، هـ منتصف ب حـ

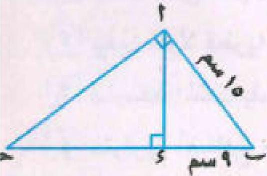
برهن أن : مساحة الشكل أ ب هـ م = مساحة الشكل ء حـ هـ م

(ب) معين النسبة بين طولى قطريه ٥ : ٨ ومساحته ٢٠٠٠ سم² أوجد طول كل قطر من قطريه.

٥ (أ) بين نوع المثلث س ص ع بالنسبة لزواياه إذا كان :

س ص = ١٢ سم ، ص ع = ٢٠ سم ، س ع = ١٦ سم

(ب) فى الشكل المقابل :



△ أ ب حـ قائم الزاوية فى أ

، أء ⊥ ب حـ ، ب ء = ٩ سم

، أ ب = ١٥ سم

أوجد : طول كل من أء ، حـ ء



٧ ادارة دكرنس توجيه الرياضيات — محافظة الدقهلية

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم .... طولها الأصلى.

(أ) < (ب) > (جـ) ≥ (د) =

٢ أ ب حـ ء متوازى أضلاع مساحته ٣٠ سم² فإن مساحة △ أ ب حـ = ... سم

(أ) ١٥ (ب) ٣٠ (جـ) ١٠ (د) ٦٠

٣ إذا كانت النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فى مثلثين متشابهين ٣ : ٥ فإن النسبة بين محيطيهما ....

(أ) ٣ : ٥ (ب) ٥ : ٣ (جـ) ٩ : ٢٥ (د) ٨ : ٥

٤ فى △ أ ب حـ إذا كان : $(أحـ)^2 = (أب)^2 + (ب حـ)^2 + ٥$ فإن : ∠ب تكون ....

(أ) حادة. (ب) قائمة. (جـ) منفرجة. (د) منعكسة.

٥ مربع طول قطره ١٠ سم تكون مساحة سطحه .... سم²

(أ) ٥٠ (ب) ٢٥ (جـ) ١٠٠ (د) ١٠

٦ المضلعان المشابهان لثالث ....

(أ) منطبقان. (ب) متشابهان.

(ج) متساويان فى المساحة. (د) غير ذلك.

---

٢ أكمل بالإجابة الصحيحة :

١ المثلث الذى أطوال أضلاعه ٣ سم ، ٥ سم ، ٤ سم يكون نوعه بالنسبة لزواياه ....

٢ معين طولا قطريه ٦ سم ، ٨ سم تكون مساحة سطحه .... سم^2

٣ متوسط المثلث يقسم سطحه إلى مثلثين .... فى المساحة.

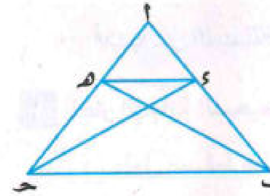
٤ متوازى أضلاع طولا ضلعين متجاورين فيه ٤ سم ، ٨ سم وارتفاعه الأكبر ١٠ سم تكون مساحة سطحه .... سم^2

٥ إذا كانت نسبة التكبير لمثلثين متشابهين تساوى .... فإن المثلثين يتطابقان.

٦ مسقط النقطة (٢ ، ٣) على محور السينات هى النقطة (.......... ، ....)

---

٣ (أ) فى الشكل المقابل :



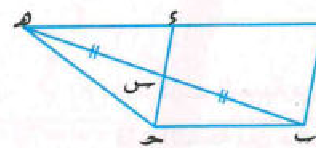
مساحة △ أ ب هـ = مساحة △ أ ء حـ

أثبت أن : ء هـ // ب حـ

(ب) شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٥ سم ، ٧ سم وارتفاعه ٤ سم أوجد مساحة سطحه.

---

٤ (أ) فى الشكل المقابل :



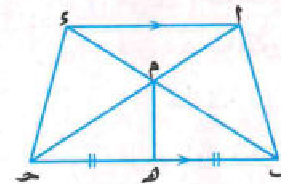
هـ ∈ أ ء

، أ ب حـ ء متوازى أضلاع مساحته ٤٠ سم^2

، س منتصف ب هـ

أوجد : مساحة △ هـ ب حـ ، مساحة الشكل أ ب س ء

(ب) فى الشكل المقابل :

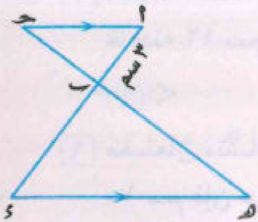


أ ء // ب حـ ، أ حـ ∩ ب ء = {م}

، هـ منتصف ب حـ

أثبت أن : مساحة الشكل أ ب هـ م = مساحة الشكل ء م هـ حـ

٥ (أ) فى الشكل المقابل :



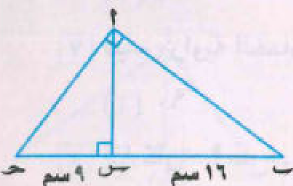
أ حـ // هـ ء ، أ ب = ٣ سم

، أ حـ / ء هـ = ١/٢

أثبت أن : △ أ ب حـ ~ △ ء ب هـ

وأوجد : ب ء

(ب) فى الشكل المقابل :



ق(∠ب أ حـ) = ٩٠° ، أ س ⊥ ب حـ

، ب س = ١٦ سم ، حـ س = ٩ سم

أوجد : أ ب ، أ س

٨ مديرية التربية والتعليم توجيه الرياضيات - نموذج (أ) — محافظة بورسعيد

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ شبه منحرف مساحته ١٠٠ سم^2 ، ارتفاعه ٥ سم يكون طول قاعدته المتوسطة يساوى ....

(أ) ٢٠ سم (ب) ٣٠ سم (ج) ٤٠ سم (د) ٥٠ سم

٢ إذا كان طولا ضلعين متجاورين فى متوازى أضلاع ٦ سم ، ٩ سم ، وارتفاعه الأصغر ٤ سم فإن مساحته .... سم^2

(أ) ٢٧ (ب) ٢٤ (ج) ٣٦ (د) ٥٤

٣ إذا كان : △ أ ب حـ قائم الزاوية فى ب ، ب ء ⊥ أ حـ تقطعها فى ء فإن مسقط ب ء على أ حـ هو ....

(أ) أ (ب) ب (ج) حـ (د) ء

٤ فى △ أ ب حـ إذا كان : (أ حـ)^2 + (ب حـ)^2 = (أ ب)^2 − ٥

فإن : ∠ حـ تكون ....

(أ) حادة. (ب) قائمة. (ج) منفرجة. (د) مستقيمة.

٥ مساحة المستطيل الذى بعداه ٦ سم ، ٤ سم .... مساحة المثلث الذى طول قاعدته ١٢ سم وارتفاعه المناظر لها ٤ سم

(أ) < (ب) > (جـ) = (د) ≠

٦ مضلعان متشابهان النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ١ : ٣ ومحيط الأصغر ١٥ سم فإن محيط الأكبر .... سم

(أ) ١٥ (ب) ١٨ (جـ) ٤٥ (د) ٦٠

٧ قياس زاوية الخماسى المنتظم الداخلة يساوى ....

(أ) ٩٠° (ب) ١٨٠° (جـ) ٣٦٠° (د) ١٠٨°

٨ إذا كان : أ ب حـ ء متوازى أضلاع فيه : ق(∠أ) + ق(∠حـ) = ١٥٠°
فإن : ق(∠ء) = ...

(أ) ١٠٠° (ب) ١٠٥° (جـ) ٧٥° (د) ١٨٠°

٩ مربع طول قطره ١٢ سم فإن مساحته .... سم²

(أ) ٢٤ (ب) ١٤٤ (جـ) ٧٢ (د) ١٠٠

١٠ معين طولا قطريه ٨ سم ، ٦ سم تكون مساحة سطحه .... سم²

(أ) ١٤ (ب) ٢٤ (جـ) ٤٠ (د) ٤٨

١١ النسبة بين مساحة متوازى الأضلاع ومساحة المثلث المشترك معه فى القاعدة والمحصوران بين مستقيمين متوازيين تساوى ....

(أ) ٢ : ١ (ب) ٣ : ١ (جـ) ١ : ٢ (د) ١ : ٣

١٢ إذا كان : Δ أ ب حـ ~ Δ ء هـ و ، أ ب = $\frac{1}{2}$ ء هـ
فإن محيط Δ أ ب حـ = ... محيط Δ ء هـ و

(أ) ضعف (ب) ربع (جـ) نصف (د) ثلث

١٣ مثلث مساحته ٣٠ سم² وارتفاعه ٥ سم فإن طول القاعدة المناظرة يساوى .... سم

(أ) ١٢ (ب) ٦ (جـ) ١٥ (د) ١٥٠

١٤ Δ أ ب حـ فيه : ق(∠أ) = ٢٠° ، ق(∠ب) = ٥٠°
فإن أكبر أضلاعه طولاً ....

(أ) أ ب (ب) ب حـ (جـ) أ حـ (د) حـ ء

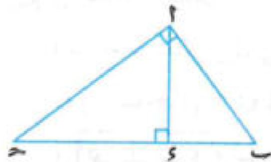
١٥ إذا كان : Δ أ ب حـ ~ Δ ء هـ و وكان : ق(∠ب) = ١٠٠° ، ق(∠و) = ٢٠°
فإن : ق(∠أ) = ...

(أ) ٢٠° (ب) ٦٠° (جـ) ٨٠° (د) ١٠٠°

١٦ مضلعان متشابهان النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ٣ : ٥
فإن النسبة بين محيطيهما تساوى ....

(أ) ٥ : ٣ (ب) ٣ : ٥ (جـ) ٩ : ٢٥ (د) ١ : ٢

١٧ فى الشكل المقابل :



أ ب × أ حـ = ... × أ ء

(أ) أ حـ (ب) ب ء (جـ) ء حـ (د) ب حـ

١٨ Δ س ص ع فيه : (س ص)² = (ع ص)² + (س ع)² ، ق(∠ص) = ٤٠°
فإن : ق(∠س) = ...

(أ) ٤٠° (ب) ٥٠° (جـ) ٩٠° (د) ١٣٠°

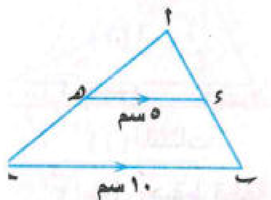
١٩ إذا كانت مساحة متوازى الأضلاع أ ب حـ ء = ١٠٠ سم² ، هـ ∈ أ ء
، و منتصف ب حـ فإن مساحة سطح Δ هـ ب و = ... سم²

(أ) ١٠٠ (ب) ٥٠ (جـ) ١٠ (د) ٢٥

٢٠ إذا كانت : أ ء // ب حـ فإن طول مسقط أ ء على ب حـ .... طول أ ء

(أ) = (ب) < (جـ) > (د) ≠

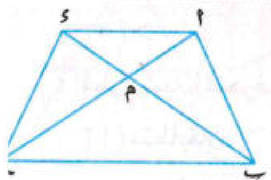
٢١ فى الشكل المقابل :



Δ أ ء هـ ~ Δ أ ب حـ
فإن نسبة التصغير هى ....

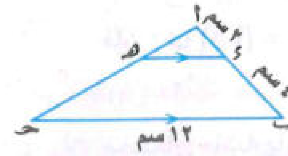
(أ) ٢ : ١ (ب) ١ : ١ (جـ) ١ : ٢ (د) ١ : ٣

٢ فى الشكل المقابل :



أ حـ ∩ ب ء = {م}
، مساحة Δ أ ب م = مساحة Δ ء حـ م
أثبت أن : أ ء // ب حـ

٣ في الشكل المقابل :



إذا كانت : بحـ // ده ، أد = ٢ سم

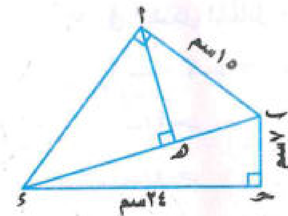
، دب = ٤ سم ، بحـ = ١٢ سم

١ أثبت أن : Δ أبحـ ~ Δ أده

٢ أوجد : طول ده

---

٤ في الشكل المقابل :



أبحـد شكل رباعي فيه :

ق(∠بحـد) = ق(∠أبد) = ٩٠°

، أهـ ⊥ بد ، بحـ = ٧ سم ، حـد = ٢٤ سم

، أب = ١٥ سم

أوجد : ١ طول بد ٢ طول مسقط أب على بد

٩ | إدارة سيدى سالم توجيه الرياضيات | محافظة كفر الشيخ

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ المعين الذى مساحته ٢٤ سم² ، طول أحد قطريه ٤ سم يكون طول القطر الآخر .... سم.

(أ) ٦ (ب) ٢ (جـ) ١٢ (د) ٨

٢ جميع .... متشابهة.

(أ) المثلثات (ب) المعينات (جـ) المستطيلات (د) المربعات

٣ طول مسقط قطعة مستقيمة موازية لمستقيم معلوم على هذا المستقيم .... طول القطعة المستقيمة الأصلية.

(أ) > (ب) < (جـ) = (د) ≠

٤ قطرا شبه المنحرف المتساوى الساقين يكونان ....

(أ) متطابقين. (ب) متوازيين.

(جـ) متعامدين. (د) ينصف كل منهما الآخر.

٥ مربع مساحته ٥٠ سم² فإن طول ضلعه .... سم

(أ) ٢٠ (ب) ٥ (جـ) ٥√٢ (د) ١٠

٦ Δ أبحـ منفرج الزاوية فى أ فيه : طول أب = ٦ سم ، طول أحـ = ٨ سم

فإن طول بحـ يمكن أن يساوى .... سم

(أ) ٩ (ب) ١٤ (جـ) ١٠ (د) ١٣

---

٢ أكمل ما يأتى :

١ متوازى أضلاع فيه طولا ضلعين متجاورين ٤ سم ، ٩ سم ، وارتفاعه الأصغر ٦ سم فإن مساحته .... سم²

٢ شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٨ سم ، ٦ سم يكون طول قاعدته المتوسطة .... سم

٣ يتشابه المثلثان إذا كانت .... متناسبة.

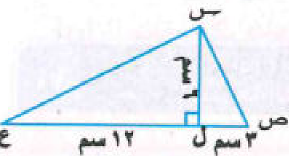
٤ مسقط النقطة (٣ ، ٠) على محور الصادات هو ....

٥ مساحة المثلث الذى أطوال أضلاعه ١٢ سم ، ١٣ سم ، ٥ سم هى .... سم²

٦ مضلعان متشابهان النسبة بين طولى ضلعين متناظرين فيهما ٣ : ٥ فإذا كان محيط المضلع الأصغر = ١٥ سم فإن محيط المضلع الأكبر = ... سم

---

٣ (أ) في الشكل المقابل :

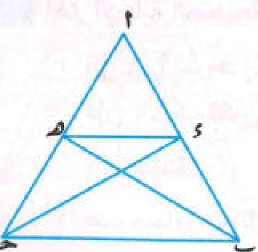


س ص ع مثلث ، سل ⊥ صع

، ل س = ٦ سم ، ل ص = ٣ سم ، ل ع = ١٢ سم

أثبت أن : ق(∠ص س ع) = ٩٠°

(ب) في الشكل المقابل :



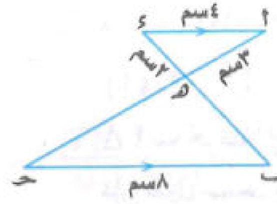
أبحـ مثلث ، د ∈ أب

، هـ ∈ أحـ

بحيث مساحة Δ أبهـ = مساحة Δ أحـد

أثبت أن : دهـ // بحـ

٤ (أ) في الشكل المقابل :



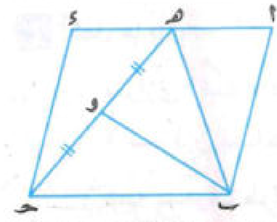
$\overline{أد} // \overline{ب ح}$ ، أد = ٤ سم

، أهـ = ٣ سم ، د هـ = ٢ سم ، ب ح = ٨ سم

١ أثبت أن : Δ أ هـ د ~ Δ ح هـ ب

٢ أوجد : طول كل من $\overline{ب هـ}$ ، $\overline{هـ ح}$

(ب) في الشكل المقابل :



أ ب ح د متوازي أضلاع مساحته ٤٠ سم^2

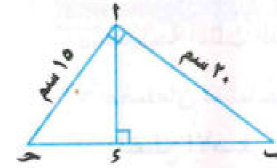
، و منتصف $\overline{هـ ح}$ ، هـ ∈ $\overline{أد}$

أوجد : مساحة المثلث ب هـ و

٥ (أ) حدد نوع المثلث أ ب ح بالنسبة لزواياه حيث :

أ ب = ٧ سم ، ب ح = ٣ سم ، أ ح = ٥ سم

(ب) في الشكل المقابل :



أ ب ح مثلث قائم الزاوية في أ

، $\overline{أد} \perp \overline{ب ح}$

أوجد : ١ طول $\overline{ب ح}$

٢ طول مسقط $\overline{أب}$ على $\overleftrightarrow{ب ح}$



١٠ إدارة أبشواي — مدرسة العلا الخاصة — محافظة الفيوم

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ في Δ أ ب ح إذا كان : أ ب = ٦ سم ، ب ح = ٨ سم ، أ ح = ١٠ سم

فإن : ∠ب تكون ......

(أ) حادة. (ب) قائمة. (ج) منفرجة. (د) مستقيمة.

٢ عدد محاور تماثل المثلث المتساوي الأضلاع يساوي ......

(أ) ٤ (ب) ٢ (ج) ١ (د) ٣

٣ طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم ...... طول القطعة المستقيمة نفسها.

(أ) $<$ (ب) $=$ (ج) $\geq$ (د) $\leq$

٤ قياس الزاوية الخارجة عن المثلث المتساوي الأضلاع يساوي ......

(أ) ٦٠° (ب) ١٢٠° (ج) ١٨٠° (د) ٩٠°

٥ مربع مساحته ٦٤ سم^2 فإن طول قطره ...... سم.

(أ) ٤$\sqrt{٢}$ (ب) ٨$\sqrt{٢}$ (ج) ٥ (د) ٣٢

٦ إذا كان : Δ أ ب ح ~ Δ س ص ع ، ق(∠أ) = ٧٠°

فإن : ق(∠س) = ...

(أ) ٩٠° (ب) ٧٠° (ج) ٤٠° (د) ٥٠°

٢ أكمل كلا مما يأتي لتصبح العبارة صحيحة :

١ معين طولا قطريه ٨ سم ، ١٠ سم فإن مساحته ......

٢ مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة يساوي ......°

٣ متوسط المثلث يقسم سطحه إلى مثلثين ...... في المساحة.

٤ يتشابه المضلعان إذا تحقق ...... (يذكر شرط واحد).

٥ مسقط مستقيم في وضع التعامد على مستقيم معلوم على هذا المستقيم هو ......

٦ إذا كان Δ أ ب ح فيه : (أ ح)^2 = (أ ب)^2 + (ب ح)^2 فإنه يكون قائم الزاوية في ......

٣ (أ) شبه منحرف مساحته ١٠٨ سم^2 وارتفاعه ٨ سم ، وطول إحدى قاعدتيه المتوازيتين ١٥ سم أوجد طول قاعدته الأخرى.

(ب) في الشكل المقابل :

أ ب ح د شكل رباعي ، س منتصف $\overline{أد}$

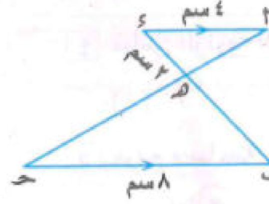
، ص منتصف $\overline{ب ح}$

حيث مساحة الشكل أ ب ص س = مساحة الشكل د ح ص س

برهن أن : $\overline{أد} // \overline{ب ح}$

٤ (أ) حدد نوع الزاوية التى لها أكبر قياس فى المثلث أ ب حـ حيث :
أ ب = ١٢ سم ، ب حـ = ١٣ سم ، أ حـ = ٧ سم

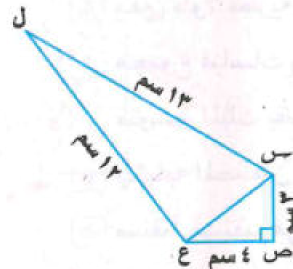
(ب) فى الشكل المقابل :



أء // ب حـ ، أء = ٤ سم
، ب حـ = ٨ سم ، ء هـ = ٢ سم
١ أثبت أن : Δ أ ء هـ ~ Δ حـ ب هـ
٢ أوجد : طول هـ ب

٥ (أ) فى الشكل المقابل :
أ ب حـ ء متوازى أضلاع ، هـ ∈ حـ ب
، و ∈ أء ، ب حـ = ب هـ
برهن أن : مساحة Δ و هـ حـ = مساحة متوازى الأضلاع أ ب حـ ء

(ب) فى الشكل المقابل :



ق (∠ ص) = ٩٠° ، س ص = ٣ سم
، ص ع = ٤ سم ، ع ل = ١٢ سم
، س ل = ١٣ سم
١ أوجد : طول س ع
٢ أثبت أن : ق (∠ س ع ل) = ٩٠°

١١ ادارة القوصية
توجيه الرياضيات - الفترة الصباحية
محافظة أسيوط



أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ متوازى أضلاع أ ب حـ ء مساحته ٢٠ سم² فإن مساحة Δ أ ب حـ = ... سم²
(أ) ٤٠ (ب) ٢٠ (جـ) ١٥ (د) ١٠

٢ قياس زاوية الشكل الخماسى المنتظم الداخلة يساوى ....
(أ) ٩٠° (ب) ١٠٨° (جـ) ١٨٠° (د) ٣٦٠°

٣ Δ أ ب حـ قائم الزاوية فى ب ، ب ء ⊥ أ حـ تقطعها فى ء فإن مسقط ب ء على أ حـ هو نقطة ....
(أ) أ (ب) ب (جـ) حـ (د) ء

٤ مثلث طول قاعدته ١٢ سم ومساحته ٤٨ سم² يكون ارتفاعه المناظر لهذه القاعدة .... سم
(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ٨

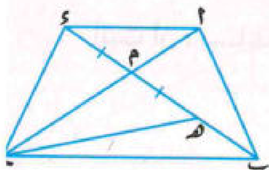
٥ القطران غير متعامدين ومتساويان فى الطول فى ....
(أ) المعين. (ب) المستطيل.
(جـ) المربع. (د) متوازى الأضلاع.

٦ إذا كان مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم هو نقطة فإن القطعة المستقيمة .... هذا المستقيم.
(أ) ⊥ (ب) // (جـ) > (د) ≡

٢ أكمل ما يأتى :

١ معين محيطه ٦٠ سم وارتفاعه ٥ سم تكون مساحته .... سم²
٢ Δ أ ب حـ فيه : (أ ب)² − (ب حـ)² = (أ حـ)² فإن : ق (∠ ....) = ٩٠°
٣ عدد محاور تماثل المثلث المختلف الأضلاع يساوى ....
٤ إذا كان : Δ أ ب حـ ~ Δ ء هـ و ، ق (∠ أ) = ٦٠° ، ق (∠ و) = ٤٠°
فإن : ق (∠ هـ) = ...°
٥ أ ب حـ ء مستطيل فيه : أ حـ = ٤ سم فإن : ب ء = ... سم
٦ المضلعان المشابهان لمضلع ثالث يكونان ....

٣ (أ) فى الشكل المقابل :



أ ب حـ ء شكل رباعى فيه : أ حـ ∩ ب ء = {م}
، م هـ = م ء
، مساحة Δ أ م ب = مساحة Δ حـ م هـ
برهن أن : أ ء // ب حـ

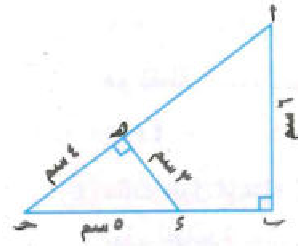
(ب) في الشكل المقابل :

ق(∠ب) = ٩٠° ، $\overline{ءهـ} \perp \overline{اح}$

، اب = ٦ سم ، ءهـ = ٣ سم

، ءح = ٥ سم ، حهـ = ٤ سم

أثبت أن : Δ حهـء ~ Δ حبا ثم أوجد : طول $\overline{اهـ}$



---

٤ (أ) في الشكل المقابل :

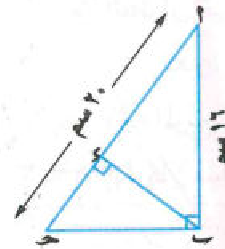
Δ ابح قائم الزاوية في ب

، $\overline{بء} \perp \overline{اح}$ ، اب = ١٦ سم

، اح = ٢٠ سم

أوجد : ١ طول $\overline{بح}$

٢ طول مسقط $\overline{اب}$ على $\overleftrightarrow{اح}$



(ب) شبه منحرف مساحته ١٢٠ سم^2 وطولا قاعدتيه المتوازيتين ٩ سم ، ١١ سم أوجد ارتفاعه.

---

٥ (أ) إذا كان : اب = ٦ سم ، بح = ٨ سم ، اح = ٩ سم

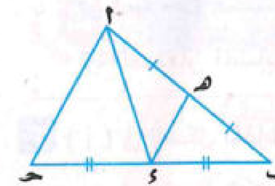
حدد نوع Δ ابح بالنسبة إلى زواياه.

(ب) في الشكل المقابل :

Δ ابح فيه : هـ منتصف $\overline{اب}$

، ء منتصف $\overline{بح}$

أثبت أن : مساحة Δ اهـء = $\frac{1}{4}$ مساحة Δ ابح





١٢ إدارة قفط — محافظة قنا

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ في Δ ابح إذا كان : (اح)^2 > (اب)^2 + (بح)^2 فإن : ∠ب تكون ....

(أ) حادة. (ب) قائمة. (جـ) منفرجة. (د) مستقيمة.

٢ معين طولا قطريه ١٠ سم ، ٢٤ سم فإن مساحته تساوى .... سم^2

(أ) ١٢٠ (ب) ٢٤٠ (جـ) ٣٤ (د) ٢١٠

٣ مثلث مساحته ١٨ سم^2 وارتفاعه ٤ سم فإن طول قاعدته المناظرة يساوى ....

(أ) ٤,٥ سم (ب) ٩ سم (جـ) ٧٢ سم (د) ٣٦ سم

٤ إذا كان طول قطر مربع يساوى ١٢ سم فإن مساحته تساوى .... سم^2

(أ) ١٤٤ (ب) ٢٤ (جـ) ٤٨ (د) ٧٢

٥ طول مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم معلوم .... طول القطعة المستقيمة نفسها.

(أ) $\leq$ (ب) $<$ (جـ) $=$ (د) $\geq$

٦ مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل الخماسي يساوى ....

(أ) ٧٢٠° (ب) ١٨٠° (جـ) ٥٤٠° (د) ٣٦٠°

---

٢ أكمل ما يأتي :

١ متوسط المثلث يقسم سطحه إلى مثلثين ....

٢ يتشابه المثلثان إذا كانت أضلاعهما المتناظرة ....

٣ عدد أقطار الشكل الرباعي يساوى ....

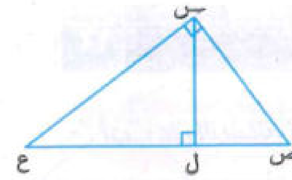
٤ في الشكل المقابل :

مسقط $\overline{اب}$ على $\overleftrightarrow{بح}$

هو ....

٥ شبه منحرف طول قاعدته المتوسطة ٦ سم ، وارتفاعه ٥ سم تكون مساحته .... سم^2

٦ في الشكل المقابل :



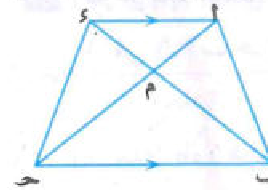
إذا كان : Δ س ص ع قائم الزاوية في س

، س ل ⊥ ص ع

فإن : (س ص)^{٢} = ... × ....

---

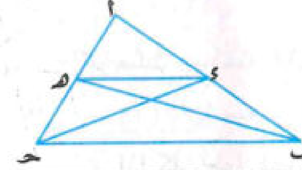
٣ (أ) في الشكل المقابل :



أ ء // ب حـ

أثبت أن : مساحة Δ أ ب م = مساحة Δ ء حـ م

(ب) في الشكل المقابل :

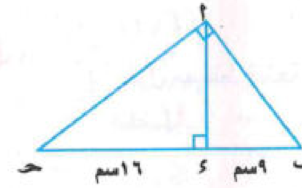


مساحة Δ أ ب هـ = مساحة Δ أ حـ ء

أثبت أن : ء هـ // ب حـ

---

٤ (أ) في الشكل المقابل :



Δ أ ب حـ قائم الزاوية في أ ، أ ء ⊥ ب حـ

، ب ء = ٩ سم ، ء حـ = ١٦ سم

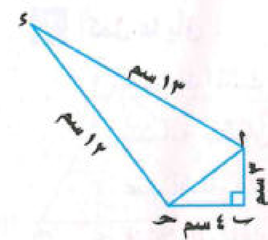
أوجد بالبرهان : طول كل من أ ب ، أ حـ ، أ ء

(ب) س ص ع مثلث فيه : س ص = ٤ سم ، ص ع = ٨ سم ، س ع = ٦ سم

حدد نوع المثلث بالنسبة لقياسات زواياه.

---

٥ (أ) في الشكل المقابل :



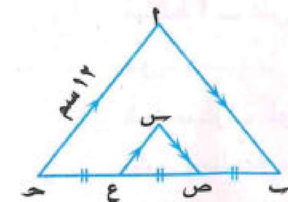
Δ أ ب حـ قائم الزاوية في ب

، أ ب = ٣ سم ، ب حـ = ٤ سم

، حـ ء = ١٢ سم ، أ ء = ١٣ سم

أوجد : طول أ حـ وأثبت أن : ق (∠ أ حـ ء) = ٩٠°

(ب) في الشكل المقابل :



أ ب // س ص ، أ حـ // س ع

، ب ص = ص ع = ع حـ ، أ حـ = ١٢ سم

١ أثبت أن : Δ س ص ع ~ Δ أ ب حـ

٢ أوجد : طول س ع

مذكــرات